

А. А. Чупровъ.

ОЧЕРКИ

ПО

Теоріи Статистики.

Второе изданіе, пересмотрѣнное и дополненное.

Изданіе М. и С. Сабашниковыхъ.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.

Типографія „ПРАВДА“, Владимірская площ. 19.

1910.

Первое изданіе „Очерковъ“, напечатанное въ количествѣ 1200 экземпляровъ, разошлось въ теченіе года. При подготовкѣ втораго изданія использовано то, что дала за это время литература разсматриваемыхъ вопросовъ, и приняты во вниманіе замѣчанія критиковъ. Возраженія, выдвинутыя въ отзывахъ о первомъ изданіи „Очерковъ“, не внесли существенныхъ измѣненій во взгляды автора, но побудили перестроить мѣстами изложеніе, дабы болѣе точною формулировкою мысли устранить, по возможности, недомѣнія и подкрѣпить оспариваемыя точки зрѣнія: наиболѣе крупная перемѣна выразилась въ переносѣ во второй и въ третій очерки нѣкоторой части матеріала, отходившаго по первоначальному замыслу къ одной изъ ненапечатанныхъ еще дальнѣйшихъ главъ. Въ тѣхъ же цѣляхъ присоединены ко второму изданію рѣчь автора на диспутѣ въ Московскомъ Университетѣ и тезисы, кратко резюмирующіе основныя положенія работы.

Содержаніе.

	страниц.
ОСНОВНЫЕ ВОПРОСЫ теории массовых явлений	1 — 11
ВВЕДЕНИЕ	13 — 38
ОЧЕРКЪ I. Науки номографическія и науки идиографическія	39 — 128
I. Необозримость вселенной, какъ объекта познанія. Необходимость схематизации. Логическіе типы наукъ: науки номографическія и науки идиографическія (стр. 41—45).	
II. Логическая структура номографической науки. Расчлененіе сложнаго на простѣйшіе элементы. Законъ причинности. Идеаль номографическаго знанія (стр. 45—51).	
III. Недостаточность номографическаго знанія, — съ точки зрѣнія запросовъ практической жизни (стр. 52—57).	
IV. Зарожденіе и ростъ статистики, какъ идиографической дисциплины, подъ вліяніемъ запросовъ практической жизни (стр. 57—60).	
V. Недостаточность номографическаго знанія, — съ точки зрѣнія запросовъ теоретической мысли. Формулировка Лапласа (стр. 61—67).	
VI. Задачи идиографической науки. „Индивидуальное“, какъ объектъ идиографіи (стр. 67—82).	
VII. Идеаль идиографическаго знанія. Психологическіе корни интереса къ идиографіи. „Статистическій“ интересъ (стр. 83—89).	
VIII. „Категорическое исчисленіе“, какъ форма знанія, отвѣчающаго „статистическому“ интересу къ идиографіи. Понятіе „совокупности“. Типичны ли явленія природы? (стр. 89—102).	
IX. Установленіе причинной зависимости, какъ идиографическая проблема. Статистическій прагматизмъ (стр. 102—108).	
X. „Длительность“ изображаемаго, какъ элементъ структуры идиографической науки. Реальныя совокупности. Вопросъ объ устойчивости совокупностей (стр. 108—116).	

XI: Носитъ ли антитеза номографіи и идиографіи исчерпывающій характеръ? „Относительно-историческіе“ элементы знанія въ системѣ Риккерта. Болѣе точное отграниченіе промежуточной области отъ номографіи и отъ идиографіи. Значеніе переходныхъ формъ знанія въ процессѣ номографической работы (стр. 117—128). стран.

ОЧЕРКЪ II. Номографическія функціи „категорическаго исчисления“. (Методы индукціи и статистической методъ) 129 — 176

Методы индукціи. Онтологическія предпосылки ихъ примѣненія: повторяемость вселенной, каузальный атомизмъ,— формулировка Курно. Правила методовъ индукціи (стр. 131—144).

II. Технические постулаты примѣнимости индуктивныхъ методовъ и ихъ практическая неосуществимость. Требованіе исчерпывающаго перечисленія предшествующихъ и послѣдующихъ. Множественность причинъ и множественность слѣдствій. Задачи „количественнаго каузальнаго анализа“: математическіе „законы“ связи, тѣснота связи. Связи подзаконныя (причинныя) и связи внѣзаконныя (безпричинныя). Статистическій методъ „категорическаго исчисления“ въ номографіи, какъ необходимое дополненіе къ методамъ индукціи (стр. 144—176).

ОЧЕРКЪ III. Математическая вѣроятность и статистическая частота. (Законъ большихъ чиселъ) . . . 177 — 282

I. Математическая вѣроятность, какъ характеристика связи причины со слѣдствіемъ въ случаѣ множественности слѣдствій; понятіе „равновозможныхъ статочностей“. Вѣроятность объективная и вѣроятность субъективная, ихъ мѣсто въ логикѣ и отношеніе ихъ къ математической теоріи вѣроятностей (стр. 179—197).

II. Способы вычисленія математическихъ вѣроятностей. Непосредственный подсчетъ статочностей. Вычисленіе вѣроятностей однихъ событій по вѣроятностямъ другихъ событій, съ ними связанныхъ; правило сложенія и правило умноженія вѣроятностей (стр. 197—211).

III. Математическая вѣроятность, какъ характеристика связи причины со слѣдствіемъ въ случаѣ множественности причинъ:—теорема Bayes'a (стр. 212—221).

IV. Отраженіе математическихъ вѣроятностей событій въ ихъ частотахъ. Законъ большихъ чиселъ; — выводъ Курно (стр. 221—239).

V. Мѣра степени соответствія частостей событій ихъ математическимъ вѣроятностямъ. Теорема Як. Бернулли, фор-

мула Лапласа; понятія модуля, мѣры точности, вѣроятной ошибки (стр. 239—253). стран.

VI. Экспериментальная провѣрка закона большихъ чиселъ. Фактическая близость частостей событій къ ихъ математическимъ вѣроятностямъ при азартныхъ играхъ. „Случайное“ въ π , въ таблицахъ логарифмовъ. Соответствіе колебаній ряда частостей закону большихъ чиселъ и способы его измѣренія; мѣрило соответствія— Q —и его модуль (стр. 253—275).

VII. Разнообразіе мыслимыхъ соотношеній между вѣроятностями событій и ихъ частостями. Условія примѣнимости формулы Лапласа. Что выигрывается съ переходомъ отъ частостей къ вѣроятностямъ? (стр. 275—282).

ОЧЕРКЪ IV. Устойчивость статистическихъ рядовъ . . . 283 — 420

I. Фактъ устойчивости статистическихъ чиселъ во времени. Его жизненная важность и теоретическій интересъ. Освѣщеніе его въ системѣ кетлетизма. Реакція противъ кетлетизма. Постановка вопроса въ системѣ Лексиса (стр. 285—298).

II. Связь степени устойчивости съ числомъ наблюдений. Объясненіе ея на почвѣ теоремы Бернулли. Закономѣрность „кажущихся свободными“ человѣческихъ дѣйствій и свобода воли. Обобщенія Пуассона и ихъ значеніе для критики кетлетизма. Случай „средней вѣроятности въ собственномъ смыслѣ слова“. Различія въ уровнѣ устойчивости, не связанныя съ числомъ наблюдений, ихъ характеръ и происхожденіе. „Законъ большихъ чиселъ“ Пуассона и его мѣсто въ исторіи вопроса объ устойчивости статистическихъ рядовъ (стр. 298—326).

III. Устойчивость нормальная, устойчивость выше нормы и устойчивость ниже нормы. Способы опредѣленія уровня устойчивости (пріемъ Лексиса). Случай рѣдкихъ явленій (пріемъ Борткевича) (стр. 326—335).

IV. Фактический уровень устойчивости изучаемыхъ статистикою массовыхъ явленій: 1) относительное число мальчиковъ среди новорожденныхъ; 2) относительное число мальчиковъ среди законнорожденныхъ и незаконнорожденныхъ, среди живорожденныхъ и мертворожденныхъ; 3) относительное число мужчинъ среди умирающихъ; 4) относительное число мужчинъ среди выживающихъ; 5) относительное число мальчиковъ и дѣвочекъ при многоплодныхъ родахъ; 6) смертность; 7) рождаемость; 8) массовыя явленія нравственной статистики; 9) массовыя явленія изъ области статистики несчастныхъ случаевъ и изъ области пожарной статистики (стр. 335—364).

V. Что даютъ для пониманія устойчивости массовыхъ явленій общественной жизни точныя измѣренія ея уровня?
 1) Степень распространенности массовыхъ явленій нормально устойчивыхъ, сверхъ-нормально устойчивыхъ и устойчивыхъ ниже нормы; фактъ приближенія уровня устойчивости къ нормѣ при сокращеніи числа наблюдений; сравнительная близость уровня устойчивости къ нормѣ въ случаѣ рѣдкихъ явленій; приближеніе уровня устойчивости къ нормѣ съ переходомъ къ относительнымъ числамъ. 2) Массовыя явленія нормально устойчивыя; схема вѣроятности элементарной и схема вѣроятности средней, выборъ схемы примѣнительно къ случаю нормально-устойчиваго относительнаго числа мальчиковъ среди новорожденныхъ. 3) Массовыя явленія съ устойчивостью ниже нормы; схемы Лексиса и Бьенеме; „законъ малыхъ чиселъ“ Бортековича. 4) Сверхъ-нормально устойчивыя массовыя явленія; точка зрѣнія Лексиса, критика ея; схемы возникновенія сверхъ-нормальной устойчивости, наличность отвѣчающихъ имъ условій въ обстановкѣ массовыхъ явленій общественной жизни. 5) Фактический уровень устойчивости массоваго явленія, какъ равнодѣйствующая взаимно перекрещивающихся противоположныхъ вліяній; проблема объясненія уровня устойчивости, ея идиографическій характеръ; идиографическіе и номографическіе элементы въ прагматическомъ освѣщеніи устойчивыхъ массовыхъ явленій общественной жизни; законъ большихъ чиселъ, какъ логическая основа статистическаго прагматизма (стр. 365—420).

ТЕЗИСЫ.

421 — 423

ПРИЛОЖЕНІЕ I.

Таблица значеній $F(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt$. . . 424 — 425

ПРИЛОЖЕНІЕ II. Списокъ цитированныхъ сочиненій . . . 426 — 439

ПРИЛОЖЕНІЕ III. Указатель авторовъ 440 — 443

Основные вопросы теории массовых явлений *).

Послѣ долголѣтняго застоя теоретическая мысль въ статистикѣ вступаетъ нынѣ въ періодъ оживленія. Пора исключительнаго вниманія къ вопросамъ статистической техники, видимо, приходитъ къ концу. Съ новой силой вспыхиваетъ интересъ къ теоретическому осмысливанію общихъ началъ науки, къ рациональному обоснованію примѣняемыхъ въ ней приѣмовъ работы.

Страной, откуда идетъ обновленіе статистической теории, является Англія. Какъ и при первомъ зарожденіи статистическаго метода во времена Граунта и Петти, толчокъ дается естествознаніемъ. Но разница противъ XVII вѣка въ томъ, что тогда творцы эмпирическаго обществовѣдѣнія, заимствуя у естествоиспытателей общія основы научнаго міровоззрѣнія, самостоятельно на новомъ матеріалѣ наблюденій надъ общественной жизнью созидаютъ новыя формы научнаго мышленія; нынѣ же естествоиспытатели переносятъ въ область своей работы сложившіеся въ обществовѣдѣніи приемы изслѣдованія и сами дѣятельно принимаются за систематическое ихъ усовершенствованіе. На родинѣ Дарвина въ кругу біологовъ, продолжающихъ разработку ученія объ эволюціи, назрѣваетъ убѣжденіе въ необходимости массовыхъ наблюденій для успѣшнаго изслѣдованія стоящихъ на очереди проблемъ, и тѣ характерныя приемы работы, которые такъ долго подъ названіемъ статистическихъ почитались за специфиче-

*) Вступительная рѣчь, произнесенная на диспутѣ въ московскомъ университетѣ 2-го декабря 1909 г.

скую особенность наукъ объ обществахъ, находятъ себѣ широкое примѣненіе въ наукахъ объ органической природѣ. Однако тѣ способы статистическаго изысканія, которыми довольствуются статистики-обществовѣды, оказываются далеко не отвѣчающими требованіямъ естествоиспытателей, привыкшихъ къ большей точности и продуманности въ методологической постановкѣ изслѣдованія. Въ связи съ этимъ лозунгъ „внѣ массоваго наблюденія нѣсть спасеніе“, провозглашенный Фрэнсисомъ Гальтономъ болѣе четверти вѣка тому назадъ, находитъ полный отзвукъ лишь въ концѣ XIX столѣтія, когда въ лицѣ Карла Пирсона выступаетъ на сцену дѣятель, сочетающій высокую математическую одаренность съ тонкимъ вкусомъ къ кропотливому статистико-эмпирическому изслѣдованію. Въ поискахъ „новаго органа“ Пирсонъ обращается къ теоріи вѣроятностей, и эта математическая дисциплина, стоявшая почти безъ движенія со временъ Пуассона, даетъ въ его рукахъ то, что отъ нея требуется: на смѣну традиціоннымъ, на-ощупь найденнымъ приемамъ работы статистиковъ-обществовѣдовъ постепенно приходятъ болѣе тонкіе, болѣе точные и рационально обоснованные способы изслѣдованія. Около Пирсона быстро смыкается кружокъ увлеченныхъ его методологическими идеями учениковъ. Ихъ изслѣдованія первоначально имѣютъ по преимуществу біологическое содержаніе, но скоро новые методы переносятся въ область иныхъ темъ, — статистическихъ въ тѣсномъ смыслѣ слова,—и нарождается математическая школа статистиковъ-теоретиковъ, дающая нынѣ тонъ движенію статистической мысли въ Англии.

Другое мощное теченіе въ теоретической статистикѣ, крѣпнущее съ каждымъ годомъ, примыкаетъ къ трудамъ Лексиса. Оригинальныя и глубокія изысканія Лексиса по вопросу объ устойчивости статистическихъ рядовъ составляли долгое время въ нашей наукѣ единственный источникъ живой теоретической мысли; къ нимъ обращались всѣ, кто не находилъ удовлетворенія въ воцарившемся въ статистикѣ эмпиризмѣ. Но въ поколѣніи, пережившемъ разгромъ системы Кетле, число алчущихъ теоретическаго освѣженія было невелико даже въ Германіи; лишь въ сравнительно недавнее

время идеи Лексиса приобрѣли болѣе дѣятельное вліяніе на общій ходъ научной мысли, и началась оживленная работа въ направленіи, намѣченномъ Лексисомъ,—работа, наиболѣе виднымъ участникомъ которой является нашъ соотечественникъ, профессоръ берлинскаго университета Борткевичъ.

Третье теченіе въ современной наукѣ, вносящее оживленіе въ теоретическую статистику, выходитъ далеко за предѣлы статистики и носитъ философскій характеръ. Тотъ протестъ противъ пренебрежительнаго отношенія къ знанію, не укладывающемуся въ рамки „естественно-научнаго образованія понятій“, съ которымъ выступили Виндельбандъ и Риккертъ, затрагиваетъ ближайшимъ образомъ интересы статистики. Статистика болѣе, чѣмъ какая-либо иная дисциплина, страдаетъ отъ односторонняго вниманія логиковъ къ проблемамъ познанія того, что есть въ явленіяхъ общаго и вѣчнаго,—къ „номографическимъ“ проблемамъ, какъ называетъ ихъ Кутюра. Построенія нѣмецкихъ философовъ, освобождая мысль отъ гипноза традиціонныхъ шаблоновъ, вызываютъ представителей специальныхъ отраслей знанія на участіе въ пересмотрѣ общей теоріи науки съ тѣмъ большей настойчивостью, что во многомъ далеко не отвѣчаютъ дѣйствительнымъ запросамъ тѣхъ „идіографическихъ“, какъ гласитъ виндельбандовскій терминъ, дисциплинъ, подъ которыя они стремятся подвести новый философскій фундаментъ.

Между указанными тремя теченіями современной мысли есть много точекъ внутренняго соприкосновенія. Но соприкосновенія почти нѣтъ, къ сожалѣнію, между ихъ представителями. Философовъ страшитъ математическій характеръ новыхъ статистическихъ теорій; статистики же обнаруживаютъ мало склонности къ самостоятельной переработкѣ своихъ построеній въ отвлеченныя формы общей логической системы. Между тѣмъ работа логиковъ приходитъ къ выводамъ, которые позволяютъ придать ббльшую точность постановкѣ проблемъ, разрабатываемыхъ статистиками. А съ другой стороны, результаты работы статистиковъ вливаютъ живое содержаніе въ схематическія конструкціи логиковъ: своеобразныя формы идіографической науки, которыя лишь въ смутныхъ контурахъ обрисовываются воображенію философовъ,

получаютъ въ трудахъ статистиковъ опредѣленные и ясныя очертанія, но ихъ богатство и разнообразіе ждетъ еще прикосновенія руки систематизатора. Въ то же время и обѣ вѣтви статистико-теоретической работы далеко не полностью используютъ ту взаимную поддержку, которую онѣ могли бы оказать другъ-другу.

Попытку,—точнѣе: начало попытки,—сомкнуть эти три направленія представляютъ мои „Очерки“. На первый планъ въ такомъ синтетическомъ построеніи выдвигаются, естественно, тѣ общіе вопросы теоріи науки, въ которыхъ статистикъ обращается за помощью и за поддержкой къ логикѣ. Двѣ темы въ этой области требовали съ особенной настойчивостью пересмотра: вопросъ о логическомъ существѣ того исконнаго дуализма въ статистикѣ, который обычно выливается въ форму противопоставленія статистики какъ науки статистикѣ какъ методу, и вопросъ о соотношеніи между статистическимъ методомъ и методами индукціи, подѣ формулы которыхъ стремится подвести статистическіе способы работы большинство теоретиковъ статистики.

Статистика, по извѣстному выраженію Журавскаго, представляетъ собою „категорическое исчисленіе“,—счетъ по категоріямъ, по разрядамъ. Статистикъ объединяетъ изучаемыя явленія въ группы или совокупности и затѣмъ болѣе или менѣе точно устанавливаетъ численный составъ такихъ совокупностей. Какія цѣли преслѣдуются при этомъ? Чего ради предпринимается учетъ совокупностей? Статистики издавна сознаютъ, что цѣли здѣсь преслѣдуются разныя, но степень разнородности не находятъ въ обычныхъ формулировкахъ достаточно рельефнаго выраженія. Виндельбандовская антитеза двухъ типовъ научныхъ проблемъ,—проблемъ идиографическихъ и проблемъ номографическихъ, — позволяетъ съ несравненно большей отчетливостью схватить всю ея глубину,—показать, что, хотя въ формы категорическаго исчисленія и выливаются въ равной мѣрѣ идиографическая наука статистики и статистическіе приемы номографическаго изслѣдованія, но отношеніе статистика къ образуемымъ имъ совокупностямъ, тѣ точки зрѣнія, съ которыми онъ подходитъ къ нимъ, тѣ логическія операціи, которымъ онъ ихъ подвер-

гаеть, представляются въ томъ и въ другомъ случаѣ существенно различными.

Въ области систематическаго описанія того, что есть и свершается кругомъ насъ, счетъ по категоріямъ,—наряду съ отборомъ по цѣнности, выдвинутымъ въ системѣ Риккерта,—является выходомъ изъ того противорѣчія между ограниченными силами познающаго разума и безграничностью вселенной, какъ объекта познанія, которое столь краснорѣчиво изображено Риккертомъ. Анализируя цѣли, которымъ служить въ системѣ нашихъ знаній идиографическая наука, мы убѣждаемся, что непосильное для насъ требованіе исчерпывающаго знакомства съ точнымъ положеніемъ во времени и въ пространствѣ всѣхъ единичныхъ объектовъ идетъ въ сущности ненужно далеко; во многихъ случаяхъ мы можемъ удовлетвориться суммарно-статистической картиной, ограничивающейся указаніемъ на *число* объектовъ для сравнительно широкихъ рамокъ времени и мѣста, — въ особенности, если мы располагаемъ возможностью постигать причинную обусловленность перемѣнъ въ статистическихъ картинахъ безъ помощи того самаго прослѣживанія единичныхъ процессовъ, замѣщать которое статистическая точка зрѣнія собственно и призвана въ виду ея практической неосуществимости. Это послѣднее обстоятельство выдвигаетъ на видное мѣсто въ кругу принципиальныхъ вопросовъ статистической теоріи проблему статистическаго прагматизма, какъ я называю ее, употребляя слово прагматизмъ, разумѣется, въ его старомъ значеніи, равно близкомъ историкамъ и статистикамъ.

Что касается номографической работы надъ раскрытіемъ общихъ и вѣчныхъ законовъ, то здѣсь образованіе совокупностей служитъ однимъ изъ средствъ распутывать, что съ чѣмъ связано въ развертывающемся передъ нами клубкѣ цѣпей причинно обусловленныхъ явленій. Методы индукціи, обычно рекомендуемые въ этихъ цѣляхъ, приспособлены въ своей чрезмѣрной простотѣ къ рѣшенію рѣдко возникающихъ въ дѣйствительности задачъ и, за фактическимъ несоотвѣтствіемъ ихъ предпосылокъ реальной постановкѣ проблемы, на практикѣ почти не примѣняются. Они предполагаютъ, что причинныя связи, которыя должны быть нами

уловлены, неизмѣнно носятъ характеръ неразрывныхъ: если А не всегда на-лицо тамъ, гдѣ встрѣчается В, то нѣтъ связи между А и В,—допускаютъ они. Но такое допущеніе стоитъ въ явномъ несоотвѣтствіи съ тѣмъ, какъ складывается ученая работа на дѣлѣ. Изъ того, что у родителей высокаго роста не всегда рождаются высокаго роста дѣти, изслѣдователь не дѣлаетъ вывода, будто ростъ потомства не стоитъ ни въ какой зависимости отъ роста родителей. Онъ, напротивъ, старательно сосчитываетъ, какъ часто встрѣчаются случаи схода и несхода дѣтей съ родителями по росту, и лишь на основаніи такого подсчета рѣшаетъ, есть ли связь между интересующими его явленіями и сколь она тѣсна.

Съ разнообразными формами такихъ „болѣе или менѣе тѣсныхъ“ связей изслѣдователямъ приходится имѣть дѣло во всѣхъ областяхъ научной работы. Къ нимъ и примыкаютъ примѣняемые фактически правила научнаго вывода о наличности или отсутствіи взаимной зависимости между явленіями. Съ обычнымъ представленіемъ о причинной связи, не могущей, въ качествѣ неразрывной, быть „болѣе или менѣе тѣсной“, всѣ подобныя правила стоятъ, на первый взглядъ, въ рѣзкомъ противорѣчій. Между тѣмъ отказаться отъ представленія о причинной связи, какъ связи вполне опредѣленной, однозначной и неразрывной, мы не можемъ, не порывая въ корнѣ съ основами нашего научнаго міропониманія. Первой задачей теоріи приемовъ, предназначенныхъ уловлять такого рода свободныя связи, должно быть, слѣдовательно, выясненіе этого недопустимаго противорѣчія. Примыкая, главнѣйше, къ трудамъ Милля и его школы и встрѣчаясь отчасти съ построеніями Н. О. Лоссакаго, предложенными въ его „Обоснованіи интуитивизма“, я дѣлаю попытку разрѣшить этотъ парадоксъ и примирить съ допущеніемъ полной причинной детерминированности хода мірозданія необходимость считаться въ научной работѣ съ разнообразными формами взаимной зависимости, неуловимыми при помощи методовъ индукціи и требующими для своего эмпирическаго изученія особыхъ приемовъ обращенія съ матеріаломъ.

Характерной чертой такихъ приемовъ, — въ томъ видѣ, какъ они складываются на практикѣ научной работы --

является именно объединение отдельных наблюдений в группы, — „категорическое исчисление“, — и эта своеобразная особенность их находит объяснение в развиваемом мною взгляде на их логические функции. Вместо с тем предлагаемая мной точка зрения на соотношение между индуктивными и статистическими методами номографического исследования позволяет с большей, нежели обычно, определенностью очертить роль математической теории вероятностей в сфере работы статистика. В понятии объективной математической вероятности мы находим ключ к уразумению внутреннего смысла того учета частостей событий, к которому прямо или косвенно (через посредство так-называемых „математических ожиданий“) сводятся в своем существе приемы статистико-номографической работы: закон больших чисел, связывающий объективные вероятности событий с их статистическими частотами, является в своих многообразных математических облачениях их общою, — не всегда лишь сознаваемой, — основой.

Посвященные этим пограничным проблемам теории статистики, теории вероятностей и логики, первые три очерка моей книги имеют задачей подготовить почву для построения на основе теории вероятностей связанной системы статистической методологии. Но прежде чем приступить к возведению самого здания, необходимо укрепить фундамент. Математическая теория вероятностей насчитывает немало принципиальных противников в рядах представителей нашей науки. Попытки привлечь ее к обоснованию теории статистики встречают серьезное препятствие в неуспешных еще изгладиться воспоминаниях о крушении теоретической системы Кетле, из „писем о теории вероятностей“ которого многие и поныне продолжают почерпать знакомство с началами этой математической дисциплины в их приложении к статистике. Представляется в виду этого существенно важным выяснить отличие современной постановки вопроса от той, какую получал он во времена Кетле, показать, что в ошибках Кетле повинна не теория вероятностей, а мало удачное использование ее положений, и что без помощи теории вероятностей сами противники Кетле

не могутъ убѣдительно опровергнутьъ тѣхъ выводовъ, которые вызываютъ ихъ ожесточенныя нападки. Это приводитъ насъ къ вопросу объ устойчивости статистическихъ чиселъ, послужившему главной ареной той шумной борьбы между поклонниками Кетле и его противниками, которая завершилась четверть-вѣковой полосой теоретической апатіи.

Многія изъ устанавливаемыхъ въ статистикѣ чиселъ обладаютъ тѣмъ поражающимъ вниманіе свойствомъ, что въ теченіе болѣе или менѣе долгаго промежутка времени остаются для одной и той же общественной среды безъ крупныхъ перемѣнъ. Рождаемость и брачность данной страны, доля мужчинъ и женщинъ среди новорожденныхъ и среди умершихъ, доля лицъ разныхъ возрастовъ среди вступающихъ въ бракъ и т. д., и т. д., *in infinitum*, обнаруживаютъ отъ года къ году не очень значительныя колебанія. Это — фактъ, непреложно устанавливаемый непосредственнымъ наблюдениемъ, и фактъ этотъ, независимо отъ того или иного теоретическаго истолкованія, представляетъ громадный интересъ въ качествѣ одного изъ коренныхъ, хотя и мало замѣтныхъ, устоевъ нашей культуры. Къ нему примыкаютъ наши расчеты на будущее въ любой сферѣ общественной дѣятельности. Имъ держится современный экономическій строй, покоящійся на широкомъ раздѣленіи труда и на работѣ на неопредѣленный спросъ. Но чѣмъ обусловлено такое постоянство чиселъ, характеризующихъ массовыя явленія общественной жизни? Почему оно становится замѣтнымъ лишь въ случаѣ, если поле нашего наблюденія достаточно широко? Посмотрите на отдѣльныя семьи,—указывалъ еще Зюсмилхъ болѣе полутора вѣка назадъ, — и вы найдете гдѣ однихъ мальчиковъ, гдѣ однѣхъ дѣвочекъ, гдѣ тѣхъ и другихъ въ самыхъ разнообразныхъ численныхъ сочетаніяхъ; но стоитъ только взять болѣе крупныя общественныя группы, и отношеніе числа мальчиковъ къ числу дѣвочекъ среди новорожденныхъ явить поразительное постоянство. Въ чемъ же здѣсь собственно дѣло? Какъ, далѣе, объяснить, что дѣйствія, въ отдѣльности какъ-будто вполнѣ свободныя, обнаруживаютъ правильность въ массахъ?

Подобные вопросы неизбежно ставитъ себѣ каждый, кто

приходить въ соприкосновеніе со статистическимъ матеріаломъ, и въ настоящее время на нихъ можетъ быть предложенъ достаточно обоснованный и точный отвѣтъ. Примыкающая къ Лексису обширная литература спеціальныхъ изслѣдованій накопила богатый запасъ фактическихъ данныхъ, а почерпаемая изъ теоріи вѣроятностей руководящія идеи позволяютъ дать этимъ фактамъ ясное освѣщеніе. Благодаря Лексису проблема устойчивости статистическихъ чиселъ, возбуждавшая такіе горячіе споры еще въ предшествовавшемъ поколѣніи, представляетъ нынѣ одинъ изъ немногихъ, болѣе или менѣе законченныхъ отдѣловъ теоретической статистики. Познакомить съ ея современнымъ положеніемъ въ наукѣ и имѣть задачей четвертый очеркъ моей книги, являющийся первой попыткой систематическаго подведенія итоговъ работъ лексисовской школы. Играя до нѣкоторой степени роль пробнаго камня научной цѣлесообразности построеній, предложенныхъ въ первыхъ трехъ очеркахъ, теорія устойчивости статистическихъ рядовъ служить вмѣстѣ съ тѣмъ ихъ заключительнымъ звеномъ, такъ какъ лишь на ея почвѣ можно подойти къ рѣшенію многихъ изъ проблемъ, намѣченныхъ, но оставленныхъ безъ отвѣта въ предшествующемъ изложеніи. Укажу для примѣра на проблему статистическаго прагматизма, занимающую центральное мѣсто въ общей теоріи массовыхъ явленій, какъ самостоятельнаго объекта научнаго познанія. Въ своемъ цѣломъ всѣ четыре тѣсно другъ съ другомъ связанные очерка составляютъ одно общее введеніе къ детальному теоретическому изученію приѣмовъ научной работы, выливающихся въ формы категорическаго исчисленія.

Таковы мотивы, которыми я руководствовался при выдѣленіи темъ для разработки въ первую очередь изъ круга вопросовъ, поднятыхъ современнымъ теоретическимъ движеніемъ въ статистикѣ. Но задача, которую я себѣ поставилъ, была бы очерчена неполно, если бы я не указалъ еще на одно обстоятельство. Обычно научная работа обращается къ вполне опредѣленному кругу товарищей по спеціальности и ихъ имѣетъ ближайшимъ образомъ въ виду. Работа въ избранной мной области стоитъ въ этомъ отношеніи въ особыхъ условіяхъ. Она идетъ по межѣ между статистикой, ма-

тематической теоріей вѣроятностей и логикой. Она вынуждена обращаться къ специалистамъ какой-либо одной изъ этихъ трехъ дисциплинъ, ибо при сложившемся раздѣленіи научнаго труда лица, работающія въ одной изъ нихъ, рѣдко обладаютъ спеціальной подготовкой по другимъ. Свое изслѣдованіе я разсматривалъ какъ трудъ преимущественно статистическій, и это обязывало меня соблюдать извѣстную осторожность въ изложеніи вопросовъ, переходящихъ въ область теоріи вѣроятностей и логики. Я долженъ былъ останавливаться на многомъ, что не представляетъ интереса для спеціалиста-математика или логика, и, напротивъ, обходить нерѣдко темы, для нихъ наиболѣе любопытныя, но неимѣющія непосредственнаго интереса для статистика. Тѣмъ обстоятельствомъ, что моя книга имѣетъ въ виду читателей статистиковъ, опредѣляется и въ подробностяхъ построеніе работы. Литературу статистическую я стремлюсь использовать полно, включаю—мѣстами довольно обширныя,—историко-литературныя экскурсы, не уклоняюсь и отъ упоминанія о важнѣйшихъ полемиическихъ контроверзахъ. Напротивъ, изъ литературы философской я привлекаю лишь то, что наложило болѣе или менѣе видный слѣдъ на развитіе статистической мысли или можетъ въ настоящее время служить особливо удобной исходной точкой для размышленій статистика; полемики, равно какъ историко-литературныхъ справокъ, я здѣсь избѣгаю. Этимъ объясняется, что я охотно примыкаю къ Миллю и Венну, часто опираюсь на Зигварта и совсѣмъ не упоминаю многихъ писателей, пользующихся въ своей наукѣ не меньшимъ авторитетомъ. По тѣмъ же соображеніямъ, избравъ въ качествѣ отправнаго пункта классификацію научныхъ проблемъ Виндельбанда-Риккерта, я оставляю въ сторонѣ вопросъ объ отношеніи ея къ инымъ аналогичнымъ построеніямъ,—напримѣръ, къ классификаціямъ наукъ Конта, Спенсера, Карѣва.

Я могу теперь точно опредѣлить задачу, которую я себѣ ставилъ. Я стремился слить въ одно цѣлое главнѣйшіе результаты той напряженной, но дробной работы, которая идетъ нынѣ въ разныхъ областяхъ теоретической статистики, и, выдѣливъ на первую очередь проблемы общаго введенія въ те-

орію массовыхъ явленій, облечь ихъ изложеніе въ формы соотвѣтствующія интересамъ тѣхъ дѣятелей статистики, которые желали бы слѣдить за движеніемъ теоретической мысли въ своей наукѣ, но не располагають необходимой математической подготовкой. Если мнѣ удастся облегчить имъ знакомство съ трудно доступными и для большинства ихъ западно-европейскихъ товарищей новыми попытками подведенія раціональныхъ основъ подъ выработанные долгой практикой приемы ихъ повседневной работы; если удастся привлечь къ этимъ тонкимъ и сложнымъ проблемамъ, требующимъ интенсивнаго напряженія мысли, но зато и захватывающимъ мысль глубоко, нѣсколько ббльшую, нежели нынѣ, долю тѣхъ научныхъ силъ, которыми располагаетъ русское общество, то я буду считать свою задачу выполненной,—даже въ томъ случаѣ, если новые работники откинутъ, перейдя черезъ нихъ, предлагаемая мною построенія.

Въ жизни каждой науки бываютъ періоды, когда попытки теоретическаго анализа ея основъ съ презрительной усмѣшкой отклоняются специалистами. Отвлеченныя умозрѣнія безплодны. Не ими движется наука впередъ. Чѣмъ размышлять о задачахъ научной работы, лучше отдать свои силы самой работѣ. Неприсязательное изслѣдованіе стоящаго на очереди детальнаго вопроса цѣннѣе для науки, нежели глубокомысленный трактатъ на общія темы. Въ горнилѣ научной практики должны выковываться и приемы работы. „Ein guter Mensch in seinem dunklen Drange ist sich des rechten Weges wohl bewusst“. Кабинетныя же умствованія лишь сбиваютъ ученаго—практика съ путей, подсказываемыхъ его творческимъ инстинктомъ.

Такія настроенія господствовали до недавняго времени въ статистикѣ. Послѣ того, какъ пала подъ ударами нѣмецкой критики теоретическая система Кетле, для статистики настала пора крайняго эмпиризма. Вниманіе специалистовъ поглощается техническими задачами. Всѣ силы уходятъ на организацію систематическаго учета массовыхъ явленій общественной жизни. Въ этой области достигается очень многое: богатство, полнота и точность статистическихъ данныхъ, которыми мы нынѣ располагаемъ, стоятъ внѣ всякихъ сравненій съ тѣмъ, чѣмъ вынуждено было довольствоваться предшествующее поколѣніе статистиковъ. Но эти быстрые успѣхи въ накопленіи матеріала покупаются дорогою цѣною,—цѣною потери интереса къ теоретическому осмысливанію хода работы и ея результатовъ. Изслѣдованія от-

влеченнаго характера перестаютъ находить откликъ въ средѣ статистиковъ, и теоретическая мысль замираетъ на нѣсколько десятилѣтій.

Историкъ науки не затруднится объяснить и даже оправдать то односторонне-практическое направленіе, которое приняла статистика въ 70-хъ годахъ прошлаго вѣка. Теоретическая система Кетле, увлекательная по своей широтѣ и картинной яркости, была признана лишенною научнаго фундамента. „Кетле—не философскій умъ“—таковъ былъ суровый приговоръ его критиковъ (Кнаппъ, Рюмелинъ, Ренишъ), беспощадно разоблачавшихъ малую доказательность тѣхъ поэтическихъ образовъ, которыми Кетле любилъ подмѣнять въ своихъ писаніяхъ строго-логическій выводъ. „Кетле спѣшитъ набросать планъ научнаго зданія, отвѣчающій его открытіямъ, но рука его еще дрожитъ отъ радостнаго волненія“ (Кнаппъ). Почему же, однако, тѣ, чья рука не дрожала отъ волненія, ограничивались одною критикою, вмѣсто того, чтобъ заново пройти увѣреннымъ штрихомъ наспѣхъ набросанный эскизъ? Почему среди „философскихъ умовъ“ не находится никого, кто принялъ бы на себя задачу возвести на развалинахъ доктрины Кетле новое зданіе статистической теоріи? Объясненія далеко искать не приходится. Причины равнодушія къ теоріи коренятся въ общемъ состояніи статистическихъ знаній той эпохи. Статистика наука молодая. Накопленный ею опытъ не былъ еще достаточно богатъ, и поэтической полетъ воображенія не могъ быть замѣненъ строго-научнымъ ходомъ мысли. Въ наукѣ, какъ и въ жизни, дѣйствіе идетъ впереди размышленія. Человѣкъ ходитъ и плаваетъ, не раздумывая о законахъ равновѣсія твердаго тѣла въ водѣ и въ воздухѣ. Прочный интересъ къ рационализациі пріемовъ научной работы устанавливается лишь на сравнительно позднихъ стадіяхъ развитія науки. Сколько поколѣній естествоиспытателей предшествовало попыткамъ Гершеля и Милля отвлечь въ обобщенной формѣ правила индуктивныхъ методовъ? Сколько химиковъ и физиковъ успѣшно дѣйствовало вѣсами и линзами, барометрами и термометрами, прежде чѣмъ сложилась въ ея современной полнотѣ теорія измѣрительныхъ приборовъ? Лишь сама ра-

бота въ связи съ неудачами, на которыя она наталкивается, вызываетъ интересъ къ осмысливанію хода научнаго изслѣдованія. Лишь работа даетъ и тотъ положительный матеріалъ, безъ котораго разумъ теряется въ мало плодотворныхъ построеніяхъ, не будучи въ состояніи ни правильно поставить проблемъ, ни практично подойти къ ихъ рѣшенію. Вполнѣ естественно, что для статистики въ томъ ея видѣ, въ какомъ засталъ ее кризисъ доктрины Кетле, потребность въ накопленіи опыта выдвигалась на первый планъ и заглушала интересъ къ теоретическому освѣщенію задачъ науки и къ раціональному обоснованію ея не успѣвшихъ еще сложиться методовъ.

Четверть вѣка—не много времени въ жизни науки. Однако, къ началу XX столѣтія положеніе вещей успѣваетъ въ статистикѣ радикально измѣниться, и, повидимому, есть основанія думать, что полосѣ равнодушія статистиковъ къ общимъ вопросамъ науки приходитъ конецъ. Упорный трудъ тысячъ лицъ, отдающихъ въ настоящее время свои силы дѣлу статистическаго наблюденія, накопляетъ груды сырого матеріала, нарастающія съ каждымъ годомъ и уже начинающія смущать работниковъ своею необозримостью. Приемы работы постепенно усложняются, и ихъ прихотливое разнообразіе—неизбѣжный спутникъ творчества, идущаго на ошупь внѣ сдерживающихъ рамокъ теоретической школы,—тревожитъ самихъ статистиковъ-практиковъ. Съ еще большею силой потребность въ теоретическихъ обобщеніяхъ ощущается тѣми, кто подвергаетъ статистическія данныя дальнѣйшей научной переработкѣ. И къ этому присоединяется то важное обстоятельство, что возрождающійся интересъ къ раціонализациі приемовъ изслѣдованія встрѣчаетъ поддержку въ успѣхахъ естествоиспытателей-математиковъ, начинающихъ съ конца XIX вѣка все рѣшительнѣе и шире примѣнять статистическіе приемы работы въ области естественно-научныхъ изысканій и быстро продвигающихъ впередъ ихъ теорію.

Въ нашъ вѣкъ массоваго производства продуктивность труда—даже научнаго—покоится въ высокой степени на плановѣрной координаціи дѣятельности большого числа лицъ;—въ статистикѣ болѣе, чѣмъ гдѣ-либо. „Одинъ въ полѣ не

войнѣ“—могла бы взять статистика своимъ девизомъ. Но какъ организовать изъ отдѣльныхъ работниковъ стройную армію, одухотворенную единствомъ стремленій? Въ военномъ дѣлѣ выдержанность общаго плана достигается подчиненіемъ всѣхъ одному вождю. Но къ сложнымъ статистическимъ операціямъ рисковано примѣнять начала слѣпого повиновенія, и даже въ централизованныхъ статистическихъ учрежденіяхъ сходное пониманіе задачъ работы лучше обезпечиваетъ успѣхъ, нежели строгая дисциплина. Притомъ, приказъ, какъ основа общаго плана работъ, не можетъ имѣть мѣста тамъ, гдѣ между работниками нѣтъ отношеній служебной зависимости. Въ такихъ условіяхъ единственнымъ средствомъ установить планомѣрное сотрудничество является уговоръ. Въ этой важности взаимныхъ соглашеній для правильнаго хода научной работы—объясненіе того развитія, какое получили въ наши дни сѣзды статистиковъ. Международные праздники науки, на которые собираются со всѣхъ концовъ свѣта наиболѣе видные представители статистической мысли и статистическаго искусства, и скромныя, но не менѣе важныя совѣщанія специалистовъ, соприкасающихся другъ съ другомъ въ своей профессиональной дѣятельности,—засѣданія Международнаго Статистическаго Института, конгрессъ демографіи и гигиены, сѣзды нѣмецкихъ городскихъ статистиковъ, совѣщанія завѣдующихъ бюро труда въ отдѣльныхъ штатахъ Сѣверной Америки, сѣзды русскихъ земскихъ статистиковъ и т. д.—всѣмъ извѣстно, какую роль играютъ въ жизни современной статистики эти формы организованнаго общенія между ея разрозненными дѣятелями. Но всякому, кто слѣдитъ за работами сѣздовъ, извѣстно также, въ какой мѣрѣ отсутствіе общепризнанныхъ теоретическихъ основъ осложняетъ дѣятельность сѣздовъ и затрудняетъ принятіе на нихъ опредѣленныхъ рѣшеній. Сплошь и рядомъ отсутствіе общей почвы лишаетъ собраніе возможности единодушно высказаться по самымъ существеннымъ изъ очередныхъ вопросовъ. Въ 1895 г. на сѣздѣ Международнаго Института въ Бернѣ Кіэръ поднимаетъ вопросъ о выборочномъ изслѣдованіи: послѣ горячихъ преній рѣшеніе откладывается до слѣдующей сессіи. Въ 1897 г. въ Петербургѣ

повторяется та же исторія. Въ 1901 г. въ Будапештѣ выносятся, наконецъ, резолюція: рекомендовать вопросъ о выборочномъ изслѣдованіи вниманію статистиковъ. Въ Берлинѣ въ 1903 г. дебаты возобновляются,—не съ лучшимъ исходомъ. Добрый десятокъ лѣтъ учрежденіе, представляющее высшій научный авторитетъ въ статистикѣ, не снимаетъ вопроса съ программы своихъ засѣданій, но и понынѣ оно не чувствуетъ увѣренности, слѣдуетъ ли поощрять этотъ методъ изслѣдованія или, напротивъ, предостеречь противъ него тѣхъ, кто склоненъ имъ увлекаться. Какъ же, въ виду этого, не повторить за проф. Манделло, что „съ практической точки зрѣнія не менѣе, чѣмъ съ теоретической, ясное и строгое теоретическое обоснованіе статистической науки представляется настоятельно необходимымъ!“¹⁾

Въ еще худшее положеніе отсутствіе ясныхъ теоретическихъ основъ ставить тѣхъ ученыхъ, дѣятельность которыхъ направлена не на добываніе, а на разработку статистическихъ данныхъ. Основной критерій истины—ея общеобязательность для всякаго нормальнаго ума. Что же мы видимъ въ статистикѣ? Однѣ и тѣ же цифры сплошь и рядомъ приводятся въ подтвержденіе противоположныхъ выводовъ, и старая острота, что статистика подобна извозчику, который везетъ тебя, куда прикажешь, находитъ себѣ въ повседневной статистической практикѣ печальное и недостойное науки подтвержденіе. Правда, нерѣдко подобныя разногласія покоятся на очевидныхъ недоразумѣніяхъ, такъ что людямъ, привыкшимъ имѣть дѣло съ статистическими матеріалами, не представляетъ труда вскрыть источники ошибокъ. Но часто корни расхожденія во взглядахъ лежатъ глубже, и споръ можетъ быть рѣшенъ лишь путемъ обращенія къ самымъ основамъ статистическаго метода научной работы. Но чтобы этимъ путемъ придти къ соглашенію, необходимо, опять-таки, имѣть какія ни на есть общія основы: иначе спорящимъ не на что опереться, не отъ чего отправляться.

Въ какой мѣрѣ отвлеченная теорія способна въ подоб-

¹⁾ *Mandello*, The future of statistics, p. 390—докладъ, представленный на Лондонскую сессію Международнаго Статистическаго Института.

ныхъ условіяхъ пріобрѣтать практическое значеніе, статистики знаютъ изъ близкаго имъ примѣра изслѣдованій смертности. Сколько пререканій и нескончаемыхъ споровъ вызывали пріемы собиранія и разработки статистическихъ данныхъ о смертности до 60-хъ, 70-хъ годовъ прошлаго вѣка! Сколько непреборимыхъ трудностей встрѣчаютъ въ этой области и понынѣ тѣ—къ сожалѣнію, довольно еще многочисленные,—изслѣдователи, которые пускаются въ нее безъ теоретической подготовки! А между тѣмъ, стоило небольшой группѣ теоретиковъ (Кнаппъ, Беккеръ, Цейнеръ, Лексисъ) сосредоточить вниманіе на теоретической сторонѣ вопроса,—и въ какое-нибудь десятилѣтіе статистика смертности была приведена въ такое состояніе, что по сколько-либо существеннымъ вопросамъ среди „посвященныхъ“ разногласія быть уже не можетъ, и каждый изслѣдователь ведетъ свою работу спокойно и увѣренно, чувствуя подъ собою твердую почву *communis opinio doctorum*.

Такого *communis opinio* не хватаетъ статистикамъ внѣ узкой области теоріи измѣренія смертности. И придти къ нему нельзя ни оцупью, ни путемъ компромиссовъ—путемъ взаимныхъ уступокъ и голосованій на съѣздахъ.

Примѣненіе статистическихъ пріемовъ изслѣдованія въ естествознаніи—явленіе, по существу своему, не новое. Но лишь въ наши дни оно приняло такія формы и такіе размѣры, что сблизило статистиковъ и естествоиспытателей на почвѣ совмѣстной разработки методологическихъ проблемъ. Выводъ средней изъ не вполнѣ между собой совпадающихъ результатовъ повторныхъ измѣреній и пользованіе такъ называемымъ способомъ наименьшихъ квадратовъ стоятъ въ тѣсномъ внутреннемъ сродствѣ съ тѣми логическими операціями, къ которымъ прибѣгаетъ статистикъ въ цѣляхъ раскрытія причинной связи между изучаемыми имъ явленіями. Но внутреннее сходство маскируется внѣшними отличіями, и естествоиспытатели рѣдко впадали въ искушеніе признать свои пріемы работы за „статистическіе“, прежде чѣмъ въ ихъ практикѣ не нашли примѣненія методы, и внѣшнимъ образомъ ближе воспроизводящіе то, что издавна слыветъ въ научномъ обиходѣ подъ именемъ статистики.

Статистикъ имѣеть дѣло съ „массовыми явленіями“, онъ объединяеть въ цѣляхъ изслѣдованія единичныя наблюденія въ „совокупности“. Аналогія между этимъ процессомъ образованія совокупностей и выводомъ средней не настолько бросается въ глаза, чтобъ опрокинуть барьеръ, воздвигнутый между статистикою и естествознаніемъ традиціоннымъ ученіемъ о рѣзкой противоположности между науками о человѣкѣ и науками о природѣ. Типическія явленія природы, гласили господствовавшіе до недавняго времени взгляды, подлежатъ изученію при помощи методовъ индукціи, такъ какъ здѣсь единичное точное наблюденіе способно вести къ раскрытію истины. Область же примѣненія статистическихъ приѣмовъ изслѣдованія охватываетъ нетипическія явленія человѣческой—въ особенности, общественной—жизни, неуловимое разнообразіе которыхъ исключаетъ возможность опираться на единичныя наблюденія и ихъ сопоставленіе. Такое опредѣленіе задачъ статистическаго метода могло, разумѣется, держаться лишь до тѣхъ поръ, пока не проникли въ само естествознаніе тѣ способы массоваго наблюденія, которые нѣсколькими поколѣніями ранѣе завоевали обществовъѣдніе. Здѣсь не мѣсто подробно изображать длительный процессъ прониканія статистическихъ методовъ въ область наукъ о природѣ. Этотъ любопытный эпизодъ въ развитіи современной науки ждетъ еще своего историка. На каждомъ шагу новые приѣмы изслѣдованія встрѣчали упорное сопротивленіе. Горячіе споры, волновавшіе въ 30-хъ годахъ прошлаго вѣка медицинскій міръ Парижа, воспроизводятся при каждомъ новомъ натискѣ партизановъ статистики въ почти не мѣняющихся формулировкахъ. И, неизмѣнно, послѣ жаркаго боя статистика удерживаетъ захваченную позицію. Первыми склоняются передъ нею метеорологія и антропологія (съ антропометріей). За антропологіей слѣдуетъ экспериментальная психологія (психофизиологія). Затѣмъ настаетъ чередъ біологическихъ наукъ. Въ ботаникѣ и въ зоологіи разработка цѣлаго ряда основныхъ проблемъ постепенно переходитъ на статистическую почву. Теорія эволюціи опирается нынѣ въ своихъ эмпирическихъ основахъ главнѣйше на матеріалъ массовыхъ

наблюдений. „Вопросы, поднятые Дарвиновской гипотезой, носят чисто статистический характер, и статистический методъ является единственнымъ способомъ дать этой гипотезѣ опытную провѣрку“ (Weldon). Проблемы наследственности, изменчивости и устойчивости видовъ, приспособляемости къ жизненной обстановкѣ не могутъ быть далеко продвинуты въ своемъ рѣшеніи путемъ анализа самыхъ точныхъ единичныхъ наблюдений: массовое изслѣдованіе здѣсь *conditio sine qua* поп научнаго успѣха. А въ послѣдніе годы статистики-математики, ободренные успѣхомъ въ области біологическихъ наукъ, поднимаютъ руку и на астрономію. Въ то же время статистика празднуетъ побѣды въ нѣкоторыхъ отрасляхъ прикладнаго естествознанія,—въ особенности въ агрономіи, гдѣ все больше придается вѣса массовому наблюдению, все яснѣе сознается недостаточность единичнаго эксперимента для прочнаго обоснованія вывода и все большее распространеніе получаютъ сложные приемы статистическаго учета, не чуждающіеся даже привлеченія на помощь математической теоріи вѣроятностей.

Придя къ необходимости пользоваться статистическимъ методомъ, естествоиспытатели увидали себя вынужденными взяться за его разработку. Тѣ способы научнаго изслѣдованія, которые могли быть имъ предложены статистиками-спеціалистами, не удовлетворяли ихъ по своей элементарности и эмпиричности: суровая школа естествознанія приучаетъ предъявлять болѣе высокіе запросы къ приемамъ работы, требовать отъ нихъ большей точности и большей продуманности. Въ своихъ попыткахъ усовершенствованія статистическаго метода естествоиспытатели сразу стали на правильный путь и быстро двинули дѣло впередъ. Ихъ успѣхъ объясняется двумя существенными преимуществами ихъ позиціи. Вниманіе статистика-естествоиспытателя не поглощается въ той мѣрѣ, какъ вниманіе статистика-обществовѣда, заботами о постановкѣ статистическаго наблюдения. Техника учета массовыхъ явленій въ естественно-историческихъ изысканіяхъ по большей части не отличается сложностью; она не требуетъ ни той колоссальной организаціонной работы, на которую уходятъ силы статистиковъ-обществовѣдовъ,

ни того осторожнаго раздумья надъ способами счета, безъ котораго въ обществовѣдѣніи статистику нельзя ступить и шага. Свободные отъ необходимости считаться съ этими на половину внѣ-научными задачами организациі статистическаго учета, статистики-естествоиспытатели могли отдать всѣ силы чисто теоретическимъ проблемамъ. При этомъ, — второе, еще болѣе важное ихъ преимущество—ясности ихъ творческой мысли не затемняло то наслѣдіе плохо-переваренныхъ философскихъ споровъ, которое оставлено статистикъ порою кризиса доктрины Кетле. Теоретическая система Кетле была сметена взрывомъ возмущенія противъ выводовъ, которые дѣлались изъ построеній бельгійскаго ученаго его не въ мѣру разумѣнія рьяными поклонниками изъ лагеря матеріалистовъ. Привлекая безъ достаточнаго основанія эмпирическія данныя статистики къ рѣшенію обще-философскихъ споровъ, послѣдователи Кетле склонны были придавать факту статистической закономерности значеніе своего рода *experimentum crucis* въ вопросѣ о свободѣ воли и детерминизмѣ и своею грубой утрировкой осторожно, но не вполне точно формулированныхъ мыслей наставника подняли въ нѣмецкомъ ученомъ мѣрѣ бурю негодованія. Ихъ наивное преклоненіе предъ „статистическимъ закономъ“, фетишизмъ ихъ отношенія къ устойчивымъ статистическимъ числамъ, ихъ абсурдное ученіе о равенствѣ всѣхъ предъ лицомъ стремящихся вылиться въ цифры среднихъ „наклонностей“ къ преступленію, къ самоубійству, къ браку, безспорно, вызывали на протестъ. Но, къ сожалѣнію, протестъ принялъ мало научныя формы. Для того, чтобъ вскрыть истинный характеръ ошибокъ „кетлетизма“, надо было обратиться къ тѣмъ положеніямъ математической теоріи вѣроятностей, которыя лежатъ въ основѣ теоретическаго объясненія устойчивости статистическихъ чиселъ и на которыя ссылались Кетле и его послѣдователи. Но этимъ путемъ руководители новаго теченія пойти не сумѣли. Напротивъ, не будучи въ силахъ использовать уроки теоріи вѣроятностей, критики Кетле обнаруживаютъ къ ней глубокое нерасположеніе, какъ къ опасному врагу, хитрые и малопонятные ковы котораго продолжаютъ смущать разумъ,

хоть сердце и говорить, что правда не на его сторонѣ ¹⁾. Въ результатѣ побѣды такихъ настроеній надъ теоріями Кетле, хоть и не лишенными пробѣловъ и ошибокъ, но въ цѣломъ все же носившими болѣе научный характеръ, въ статистикѣ водворяется суевѣрный страхъ передъ соблазнами „статистическаго детерминизма“, и, какъ оплотъ противъ искушеній, воцаряется ученіе о „нетипическомъ“ характерѣ изучаемыхъ статистикою явленій, закрывающее путь къ серьезному анализу основъ статистическаго метода.

Подобныхъ страховъ и колебаній естествоиспытатели не знаютъ. Въ ихъ рукахъ статистическій методъ служитъ для изученія все тѣхъ же явленій природы, съ которыми они имѣютъ дѣло искони. Философскія проблемы они оставляютъ въ сторонѣ: они не пытаются рѣшать ихъ на основаніи своихъ статистическихъ изслѣдованій, но и имъ не позволяютъ вторгаться въ область своихъ изысканій. Свободна человѣческая воля или нѣтъ, но сфера работы естествоиспытателя—царство полной причинной обусловленности, не нарушаемой вмѣшательствомъ какихъ бы то ни было „свободныхъ“ факторовъ. Статистическій методъ является здѣсь однимъ изъ средствъ раскрытія причинныхъ соотношеній. Въ извѣстныхъ условіяхъ къ этой цѣли можно итти путемъ анализа единичныхъ наблюденій; въ другихъ—практичнѣе болѣе сложные приемы наблюденія массоваго. Когда и почему объединеніе отдѣльныхъ наблюденій въ группы способно облегчать рѣшеніе задачи? въ какія формы удобнѣе облекать въ указанныхъ цѣляхъ этотъ приемъ работы?—вотъ вопросы, которые неминуемо возникаютъ передъ статистикомъ и за рѣшеніе которыхъ статистики-естествоиспытатели принимаются, не смущаемые никакими побочными соображеніями. Болѣе близкое знакомство съ математикою вообще и съ теоріей вѣроятностей, въ частности, помогаетъ имъ выбратся на вѣрную дорожку.

¹⁾ Ср. характерное замѣчаніе Дробиша,—одного изъ вліятельнѣйшихъ представителей реакціи противъ кетлетизма,—приходящаго послѣ долгихъ разсужденій о теоріи вѣроятностей къ заключенію, что, какъ ни толкуй, а „für eine wissenschaftlich philosophische Sinnesart lässt doch das Studium der moralischen Statistik einen Stachel des Zweifels zurück“ (Drobisch, Die moralische Statistik und die menschliche Willensfreiheit, S. 56).

Правда, въ томъ видѣ, въ какомъ запросы статистиковъ-естествоиспытателей застають теорію вѣроятностей, она оказывается не вполне способною имъ удовлетворить. Приходится, въ силу этого, заняться разработкою самой теоріи вѣроятностей съ тѣмъ, чтобъ ближе придвинуть ее къ потребностямъ статистики. Эту задачу беретъ на себя и блестяще выполняетъ Карль Пирсонъ, и для плодотворной работы въ области теоріи статистики создается прочная база.

Въ ряду тѣхъ дѣятелей естествознанія, труды которыхъ подготовили возрожденіе теоретической статистики, долженъ быть первымъ упомянутъ Фехнеръ. Своими антропометрическими изысканіями знаменитый психо-физиологъ былъ приведенъ къ необходимости пользоваться статистическими способами работы. Не удовлетворяясь тѣмъ, что онъ могъ найти въ статистической литературѣ того времени, Фехнеръ не останавливается передъ самостоятельной разработкой заинтересовавшихъ его методологическихъ проблемъ и полагаетъ не мало труда на усовершенствованіе приемовъ статистическаго изслѣдованія. Математическая подготовка развязывала ему руки, и изданный посмертно обширный трактатъ о „*Kollektivmasslehre*“ свидѣтельствуемъ о томъ успѣхѣ, какимъ сопровождалось обращеніе Фехнера къ математическимъ основамъ статистики: важнѣйшія теоретическія проблемы не только ставятся въ этомъ выдающемся изслѣдованіи, но и рѣшеніе ихъ въ общемъ соотвѣтствуетъ тому, куда привела послѣдующая ихъ разработка. Правда, математическій аппаратъ Фехнера тяжеловѣсенъ. „Математическими творческими способностями Фехнеръ не обладалъ. Тамъ, гдѣ болѣе одаренный ими математикъ проложилъ бы новые пути, въ соотвѣтствіи съ новыми задачами, Фехнеръ ограничивается искуснымъ прилаживаніемъ старыхъ методовъ къ измѣненной постановкѣ вопроса. Но тѣми средствами, какія предлагала ему математика, онъ умѣетъ отлично распорядиться, умѣетъ примѣнить ихъ къ проблемамъ, далеко выходящимъ изъ первоначально для нихъ намѣчавшихся рамокъ“ ¹⁾. Математическій аппаратъ не трудно было усовер-

¹⁾ Ср. *Wundt*, G. Th. *Fechner*, S. 12.

шенствовать математикамъ-спеціалистамъ. Важнѣе было поставить самыя проблемы и охватить ихъ связной системой ¹⁾. Къ сожалѣнію, статистическія изысканія Фехнера, оставившія видный слѣдъ на нѣмецкомъ естествознаніи (въ особенности, на работахъ той школы, которая группируется около Вундта и его *Philosophische Studien*), не были въ свое время замѣчены статистиками: лишь Лексисъ отчасти используетъ ихъ въ *Theorie der Massenerscheinungen in der menschlichen Gesellschaft*.

Иная была судьба статистическихъ начинаній англійскаго біолога Фрэнсиса Гальтона. Гальтону посчастливилось найти откликъ въ кругу своихъ соотечественниковъ-дарвинистовъ, и брошенное имъ сѣмя дало пышные всходы: группѣ прикнувшихъ къ Гальтону англійскихъ естествоиспытателей статистическая теорія и обязана, преимущественно, современнымъ оживленіемъ. „Книга Гальтона была для насъ откровеніемъ“,—свидѣтельствуемъ Пирсонъ ²⁾, и „мы должны признать“,—вторитъ Пирсону итальянецъ Вольтерра ³⁾—„что заря новаго дня загорается съ восходомъ внесеннаго Гальтономъ въ науку метода“.

Гальтонъ былъ приведенъ къ статистикѣ работою въ области теоріи наслѣдственности. Высоко-оригинальный складъ его ума, чрезвычайно конкретнаго, не мирящагося ни съ малѣйшею расплывчатостью, не находилъ удовлетворенія въ традиціонныхъ способахъ разработки біологическаго матеріала. Въ своемъ стремленіи къ большей точности и опредѣленности выводовъ, Гальтонъ нападаетъ на мысль перенести изслѣдованіе заинтересовавшей его проблемы наслѣдственности человѣческихъ способностей на почву массоваго, статистическаго наблюденія. Трудности такой постановки вопроса казались, на первый взглядъ, непреодолимыми. Какъ раздобыться массовымъ матеріаломъ? Какъ подойти

¹⁾ Ср. *Bruns*, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmasslehre*, S. 95.

²⁾ *Pearson*, *W. F. R. Weldon*, p. 16.

³⁾ *Volterra*, *Sui tentativi di applicazione delle matematiche alle scienze biologiche e sociali*, p. 442; ср. *Thorndike*, *Introduction*, p. 166: „The present activity on the part of english men of science in developing methods of exact measurement of variable phenomena had its source in Galton's work“.

съ статистическими приёмами къ явленіямъ, недоступнымъ точному измѣренію? Но изобрѣтательность Гальтона не знаетъ препятствій. Высоты таланта—что и говорить—аршиномъ не измѣришь, и привычные статистическіе приемы съ ихъ средними, выводимыми путемъ сложений и дѣлений, очевидно, непригодны для изученія подобныхъ явленій. У другого опустили бы руки. Гальтонъ же искусно используетъ то свойство „срединнаго члена ряда“¹⁾, что онъ можетъ быть найденъ для любой группы объектовъ, расположенныхъ въ возрастающій рядъ, и создаетъ въ методѣ „перцентилей“ и „квартилей“ изящное орудіе для статистическаго изслѣдованія явленій, не допускающихъ точнаго измѣренія, но сравнимыхъ между собою по величинѣ въ формѣ неопредѣленной характеристики „больше“ и „меньше“. Если бы даже заслуги Гальтона предъ статистикой исчерпывались изобрѣтеніемъ этого остроумнаго приема, имя его достойно было бы занять видное мѣсто въ лѣтописяхъ статистической науки. Но и помимо того статистикъ встрѣчаетъ на страницахъ сочиненій Гальтона много поучительнаго, свидѣтельствующаго о чрезвычайно отчетливомъ пониманіи задачъ и свойствъ статистическихъ приемовъ работы: многія изъ коренныхъ проблемъ получаютъ новое освѣщеніе; намѣчаются способы ихъ рѣшенія, предвосхищающіе—правда, въ рудиментарной математической формѣ—то, къ чему привели позднѣе глубокія математическія изысканія Пирсона. Было бы, въ силу этого, несправедливо цѣнить въ Гальтонѣ лишь предтечу современной теоретической школы: безспорно-значительны результаты и его собственной положительной работы. И, тѣмъ не менѣе, не на нихъ основываются главнѣйше права Гальтона на признательность статистиковъ, а на томъ фактѣ, что смѣлою попыткой привлечь статистическіе приемы къ разработкѣ проблемъ естествознанія ему удалось оживить интересъ къ вопросамъ статистической методологіи и чрезъ

1) Median—тотъ членъ расположеннаго въ порядкѣ возрастанія ряда величинъ, который разбиваетъ рядъ на двѣ такихъ части, что выше и ниже него лежитъ одинаковое число величинъ; „квартилями“ Гальтонъ называетъ тѣ значенія, которыя разбиваютъ рядъ на четыре равночисленныхъ части; „перцентили“ дѣлятъ рядъ на сто равночисленныхъ частей.

посредство импульса, сообщеннаго біологическимъ наукамъ, вывести, благодаря трудамъ Пирсона и его школы, теоретическую статистику изъ долготѣняго застоя.

Трудно въ немногихъ словахъ характеризовать то, чѣмъ статистика обязана Карлу Пирсону. Выдающійся теоретикъ,— Пирсонъ въ то же время искусный статистикъ-эмпирикъ. Занимая, какъ математикъ, по мнѣнію англійскихъ почитателей, мѣсто въ исторіи теоріи вѣроятностей непосредственно вслѣдъ за Пуассономъ ¹⁾, Пирсонъ имѣетъ то преимущество передъ великимъ предшественникомъ, что, обращаясь къ теоріи вѣроятностей отъ статистической работы, онъ опредѣленно знаетъ, чего ему нужно отъ математики. Пуассонъ не былъ статистикомъ. Его математическія изысканія, составляющія и понынѣ основу теоріи статистической законмѣрности, интересовали его, какъ математика. Трудно даже сказать, даетъ ли онъ самъ себѣ полный отчетъ въ ихъ статистическомъ содержаніи; выяснить ихъ значеніе другимъ онъ во всякомъ случаѣ не умѣетъ. При нѣкоторомъ пониманіи различія между закономъ большихъ чиселъ Пуассона и формулировкой Лапласа былъ бы невозможенъ тотъ безплодный споръ о характерѣ статистическихъ правильностей, который привелъ къ разгрому системы Кетле. Однако, несмотря на то, что *Recherches* Пуассона давно были опубликованы, споръ шелъ своимъ чередомъ, и лишь труды позднѣйшихъ комментаторовъ (въ особенности, ученика Лексиса, Борткевича) выяснили для широкаго круга статистиковъ все значеніе Пуассона для статистической теоріи. Пирсонъ въ комментаторахъ не нуждается. Онъ не только сознательно направляетъ свои математическія изысканія въ ту, именно, сторону, куда требуютъ интересы обоснованія статистического метода, но заботливо используетъ свои теоретическіе выводы для построенія практическихъ правилъ работы и въ деталяхъ продумываетъ технику примѣненія этихъ правилъ къ статистическому изученію проблемъ біологіи. Между отвлече-

¹⁾ Ср. отзывъ Edgeworth'a: „The author who has made the greatest advance in the science of probability which has been made since the era of Poisson“—*Edgeworth, Supplementary notes on statistics, p. 534.*

ченной теоріей и эмпирическимъ изслѣдованіемъ въ научной дѣятельности Пирсона поддерживается самая тѣсная связь. Не жалѣя силъ, Пирсонъ преслѣдуетъ цѣль накопленія масовыхъ наблюдений по интересующимъ его вопросамъ біологіи и терпѣливо ведетъ кропотливую счетную разработку стекающихся къ нему статистическихъ матеріаловъ. Непрерывное соприкосновеніе съ практикою статистико-біологическаго изслѣдованія и создаетъ твердую почву для его математическихъ построений. Методологическія идеи Пирсона не оторваны отъ конкретныхъ задачъ его науки; онѣ, напротивъ, выливаются въ практичныя, удобо-примѣнимыя формы. Въ этомъ—одно изъ объясненій той поразительной быстроты, съ какою новыя методологическія воззрѣнія распространяются въ средѣ англійскихъ біологовъ. Опытный преподаватель,—Пирсонъ обладаетъ рѣдкимъ даромъ привлекать адептовъ и создавать „школу“. Около него объединяется кружокъ даровитыхъ ученыхъ, съ жаромъ использующихъ подъ руководствомъ наставника изобрѣтаемые имъ приемы изслѣдованія. Въ журналѣ *Biometrika* съ характернымъ подзаголовкомъ *A journal for the statistical study of biological problems* новое направленіе пріобрѣтаетъ періодическій органъ, сплывающій его усилія. Первоначально изслѣдованія учениковъ Пирсона носятъ, по преимуществу, біологическій характеръ. Но понемногу захватываются и темы, обычно причисляемыя къ области статистики въ тѣсномъ смыслѣ слова, и изъ школы Пирсона выходитъ группа молодыхъ теоретиковъ, которая въ нѣсколько лѣтъ завоевываетъ старѣйшее изъ статистическихъ ученыхъ обществъ—*the Royal Statistical Society of London*. Присматриваясь въ журналѣ общества за послѣдніе годы къ характеру докладовъ и, въ особенности, къ ходу преній, мы воочию видимъ, какъ новое теченіе постепенно пускаетъ корни. Представители статистической науки и практики, состоящіе членами общества, относятся сначала съ естественнымъ недоверіемъ къ сложнымъ и для большинства изъ нихъ не вполне понятнымъ математическимъ приемамъ. Но настойчивость проповѣдниковъ этихъ приемовъ преодолеваетъ консерватизмъ ученой среды, новые методы входятъ понемногу въ общій

обиходъ, и ихъ начинаютъ примѣнять даже тѣ, кто не въ силахъ, за недостаточностью математической подготовки дать себѣ полный отчетъ въ ихъ теоретическомъ обоснованіи.

Такимъ быстрымъ успѣхомъ провозвѣстники новыхъ статистическихъ идей обязаны въ значительной мѣрѣ тому обстоятельству, что почва для ихъ проповѣди была подготовлена: въ нѣдрахъ Королевскаго Общества ихъ встрѣтилъ авторитетный союзникъ въ лицѣ Francis Y. Edgeworth'a. Въ теченіе двухъ десятилѣтій вель Эджвортъ въ Королевскомъ Обществѣ пропаганду математическихъ приемовъ статистической работы. Сверкающія остроуміемъ теоретическія изслѣдованія, оригинальныя до парадоксальности попытки приложенія математическихъ приемовъ къ рѣшенію самыхъ неожиданныхъ вопросовъ выходили непрерывною чередою изъ-подъ его неутомимаго пера. Но усилія его разбивались о мертвую стѣну инерціи тѣхъ представителей статистическаго знанія, къ которымъ онъ обращался. Его доклады выслушивались съ почтительнымъ вниманіемъ, его математическія замѣтки печатались въ журналѣ Общества, но отзвука его голосъ не находилъ. Эджвортъ слишкомъ во всемъ индивидуаленъ: въ выборѣ темъ, въ построеніи приемовъ изслѣдованія, въ самомъ изложеніи. Требуется не малое напряженіе, чтобъ слѣдить за своеобразными ходами его мысли, и большая привычка для того, чтобъ цѣнить въ ея эстетической законченности его причудливую манеру изложенія. Во всемъ, къ чему онъ ни прикоснется, начиная съ математической психологіи и математико-педагогическихъ изслѣдованій (я имѣю въ виду его любопытныя работы о степени точности примѣняемыхъ при англійскихъ конкурсныхъ экзаменахъ приемовъ оцѣнки успѣшности отвѣтовъ) и кончая теоретическими изслѣдованіями въ области политической экономіи и финансовъ, Эджвортъ умѣетъ найти такія стороны, которыя ускользають отъ вниманія другихъ изслѣдователей: за все онъ умѣетъ взяться по-своему. Но этотъ избытокъ оригинальности и препятствуетъ Эджварту пріобрѣсти широкое вліяніе. Мы можемъ говорить о школѣ Пирсона, объ ученикахъ Лексиса: Эджвортъ стоитъ одиноко. Многіе учатся изъ его писаній; но учениковъ у него нѣтъ.

Между тѣмъ, „одинъ въ полѣ не воинъ“—приходится повторить еще разъ. Несмотря на всю талантливость Эджворта, его многолѣтняя проповѣдь не оставляетъ рѣшительнаго слѣда на общемъ направленіи статистической мысли, пока къ нему не присоединяются взрощенные не имъ носители тѣхъ же идей. Дальнѣйшій ходъ событій ясно показываетъ, однако, что дѣятельность Эджворта не была безрезультатною. Обративъ своихъ товарищей по Королевскому Обществу въ свою вѣру Эджвортъ не былъ въ силахъ, но авторитетъ его личности пріучилъ ихъ видѣть въ приложеніи математики къ статистическимъ изслѣдованіямъ не спортъ фантазеровъ-любителей, а серьезную научную работу. Въ иныхъ условіяхъ переносъ новыхъ методовъ, выработанныхъ статистиками-біологами, на область статистическаго изслѣдованія явленій общественной жизни потребовалъ бы десятилѣтій. Благодаря предшествующей дѣятельности Эджворта онъ происходитъ въ нѣсколько лѣтъ, и въ настоящее время торжество математической статистики въ Англии есть свершившійся фактъ.

Къ сожалѣнію, нельзя того же сказать о континентѣ Европы. Правда, и здѣсь замѣчается подъемъ интереса къ математическимъ проблемамъ теоріи вѣроятностей, имѣющимъ значеніе для статистики, но ни эти изысканія математиковъ, ни примѣръ естествоиспытателей не въ состояніи расшевелить статистиковъ — обществовѣдovъ. Ученые, признающіе необходимость пересмотра и болѣе глубокаго математическаго обоснованія статистической теоріи, насчитываются еще единицами, и даже въ Германіи общественное мнѣніе ихъ товарищей по специальности не на ихъ сторонѣ. Между тѣмъ, Германія могла бы съ гордостью указать на тотъ фактъ, что въ самую глухую пору реакціи противъ кетлетизма, когда въ Англии, нынѣ идущей во главѣ движенія, теоретическая работа стояла, въ ея университетахъ преподавалъ теоретикъ, глубокія изысканія котораго питаютъ все современное теоретическое движеніе. Я разумѣю, конечно, Вильгельма Лексиса. Видный представитель той блестящей группы статистиковъ-математиковъ, трудами которой рационализирована статистика смертности, Лексисъ, въ пору реакціи противъ кетлетизма, не замкнулся въ кругѣ проблемъ, касаю-

щихся измѣренія смертности, подобно Цейнеру, и не ограничилъ своей дѣятельности на болѣе широкомъ полѣ общей теоріи статистики одною критикою ошибокъ Кетле, подобно Кнаппу. Въ сознаниі, что рационализациі требуютъ не одни лишь приемы изученія смертности, Лексисъ удѣляетъ вниманіе и сравнительно мелкой работѣ осмысливанія способовъ изслѣдованія отдѣльныхъ проблемъ, обобщая приемы, выработанные на измѣреніи смертности, и, съ еще большимъ успѣхомъ, изслѣдованію общихъ вопросовъ статистической теоріи. Усматривая ошибку Кетле не въ томъ, что онъ ищетъ поддержки въ теоріи вѣроятностей, а въ томъ, что онъ безъ достаточной критики и не всегда удачно выбираетъ въ области этой математической дисциплины свои точки опоры, Лексисъ выдвигаетъ на первый планъ вопросъ о тѣхъ критеріяхъ, которыми надлежитъ руководствоваться при сужденіи о возможности использовать выводы теоріи вѣроятностей для обоснованія статистической теоріи. Это сразу переноситъ споръ въ иную плоскость. Тотъ смѣлый апіоризмъ, съ которымъ привлекался дотолѣ къ объясненію законѣрности массовыхъ явленій законъ большихъ чиселъ въ его простѣйшихъ формулировкахъ, уступаетъ мѣсто осторожной, эмпирической—можно почти сказать: экспериментальной—провѣркѣ права статистика на примѣненіе тѣхъ могучихъ орудій, которыми его снабжаетъ математическая теорія вѣроятностей. Для упрощенныхъ схемъ, которыми довольствовался Кетле и которыми такъ злоупотребляли кетлетисты, провѣрка Лексиса даетъ мало благопріятные результаты. Лексисъ неопровержимо доказываетъ, что степень устойчивости статистическихъ чиселъ далеко не достигаетъ того уровня, при которомъ пріобрѣтаетъ правдоподобіе выводъ, будто воля дѣйствующаго лица связана необходимостью „выполнить законъ“ и *mundum regunt numeri*, подчиняющія своей неотразимой власти „кажушіяся свободными“ человѣческія дѣйствія. Но на этомъ теоретическомъ обоснованіи отрицательнаго отношенія къ системѣ Кетле, охватывающаго въ то время германскій ученый міръ, Лексисъ не останавливается. Тѣ самыя точки зрѣнія, которыя позволяютъ ему выяснитъ теоретическую несостоятельность взглядовъ кетле-

тистовъ, открываютъ возможность придти и къ положительнымъ результатамъ. Привлекая на помощь математическія изысканія Пуассона, Лексисъ обнаруживаетъ, что отказъ отъ чрезмѣрно упрощенныхъ объясненій Кетле отнюдь не вынуждаетъ отказаться отъ всякаго раціональнаго объясненія статистической закономѣрности. Опираясь на выработанные имъ приемы точнаго измѣренія степени устойчивости статистическихъ чиселъ, Лексисъ выясняетъ, какъ должны быть видоизмѣнены представленія о происхожденіи статистической правильности, чтобъ полнѣе отвѣчать дѣйствительности. И если первыя его работы, осмысливая то, что было справедливаго въ нападкахъ на Кетле, навсегда заключаютъ собою для имѣющихъ уши, чтобъ слышать, пресловутыя пререканія о „господствѣ числа“, о статистическомъ „законѣ“, сковывающемъ свободную волю, и т. п., то глубокой этюдъ объ устойчивости рядовъ закладываетъ прочный фундаментъ для перестройки статистической теоріи на новыхъ основаніяхъ. Этими изслѣдованіями Лексиса исторія науки будетъ датировать новую эпоху въ развитіи статистической теоріи. На нихъ опирается, отъ нихъ исходитъ въ усиліяхъ современной теоретической мысли все и всѣ. Школы, въ точномъ смыслѣ этого слова, Лексисъ послѣ себя не оставитъ; но его учениками признаютъ себя безъ колебаній не только тѣ, кто имѣлъ счастье пользоваться его руководствомъ, но и всѣ, кто въ настоящее время отдаетъ силы разработкѣ вопросовъ статистической теоріи.

Подъ непосредственнымъ вліяніемъ идей Лексиса стоитъ и настоящая работа. Авторъ ея чувствуетъ себя обязаннымъ Лексису основами своихъ статистико-теоретическихъ воззрѣній, сложившихся еще въ то время, когда англійская школа только начинала выступать на поприщѣ разработки вопросовъ статистической теоріи и внѣ изслѣдованій Лексиса и его ближайшихъ учениковъ статистику-теоретику негдѣ было найти опоры. Отъ Лексиса ее отдѣляетъ, однако,

сближая болѣе съ англійскими теоретиками, отрицательное отношеніе къ мысли, будто особенности статистическихъ способовъ работы тѣсно связаны со свойствами чело-вѣка и человѣческаго общежитія, какъ объектовъ изученія. Волна реакціи противъ крайностей кетлетизма не прошла безслѣдно и для Лексиса. Лексисъ полагаетъ, что „человѣчскія дѣйствія, по самому существу своему, индивидуальны и потому лежатъ совершенно внѣ рамокъ der Naturgesetzmäßigkeit“; въ привлеченіи схемъ теоріи вѣроятностей къ объясненію статистической закономерности Лексисъ усматриваетъ суррогатъ каузальнаго объясненія, исключаемого самымъ характеромъ изучаемыхъ явленій. Чисто-статистическаго содержанія построеній Лексиса эта точка зрѣнія не затрагиваетъ, какъ справедливо подчеркиваетъ Борткевичъ ¹⁾. Но не говоря о тѣхъ общихъ соображеніяхъ, которыя побуждаютъ къ отказу отъ столь рѣзкаго методологическаго противопоставленія наукъ о чело-вѣкѣ наукамъ о природѣ, она въ настоящее время не въ состояніи дать основы для теоріи статистики уже потому, что статистическіе приемы съ успѣхомъ начинаютъ примѣняться въ естествознаніи къ изученію явленій природы, полная причинная обусловленность которыхъ лежитъ внѣ споровъ. Оставаясь на почвѣ воззрѣній Лексиса, мы должны были бы строить двѣ теоріи статистики: одну для обществовѣдѣнія, другую для естествознанія. Въ настоящей работѣ я дѣлаю попытку избѣжать такого дуализма, опираясь преимущественно на старый, но и понынѣ не устарѣвшій трудъ Августина Курно,—одного изъ оригинальнѣйшихъ и глубочайшихъ мыслителей XIX вѣка, неощеннаго современниками, но все выше поднимающагося въ оцѣнкѣ потомства,—и на поучительныя изслѣдованія Криса, существенно укрѣпившаго своимъ тонкимъ анализомъ понятія „объективной возможности“ логическія основы статистической теоріи.

¹⁾ Ср. *Bortkiewicz*, Die Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik nach Lexis, S. 241.

Настоящіе „Очерки по теоріи статистики“—итогъ пятнадцатилѣтняго труда—не претендуютъ на законченность. Работа новой теоретической школы далека еще отъ завершения. Многое въ новыхъ теоріяхъ находится въ броженіи. Чуть не ежегодно появляются изслѣдованія, существенно мѣняющія постановку тѣхъ или иныхъ проблемъ; непрерывно предлагаются новые приемы, относительно жизнеспособности которыхъ трудно высказать увѣренное сужденіе прежде, чѣмъ они пройдутъ чрезъ искусъ длительного примѣненія къ конкретнымъ статистическимъ изслѣдованіямъ. Много есть еще и крупныхъ пробѣловъ. Попытка синтеза не можетъ не казаться въ подобныхъ условіяхъ преждевременною. Потребность въ синтезѣ начинается, однако, ощущаться все съ большею настоятельностью по мѣрѣ того, какъ растетъ литература монографическихъ изслѣдованій. Дѣло въ томъ, что стоящія на очереди проблемы требуютъ для своего успѣшнаго разрѣшенія дружной работы рука объ руку представителей весьма разнообразныхъ научныхъ дисциплинъ. Чистая математика, логика и то, что въ тѣсномъ смыслѣ слова принято именовать статистикою, въ равной мѣрѣ призваны участвовать въ перестройкѣ статистической теоріи. Между тѣмъ, далеко зашедшее раздѣленіе труда крайне затрудняетъ въ наше время установленіе связи между дѣятельностью представителей разныхъ наукъ,—въ особенности, если приходятъ науки математическія, слишкомъ мало и рѣдко знакомыя неспеціалистамъ. Опасность разброда силъ въ такихъ условіяхъ чрезвычайно велика, и набросокъ общаго плана слагающейся системы, если даже соотношенія ея частей опредѣлятся въ дальнѣйшемъ не въ полномъ съ нимъ соотвѣтствіи, можетъ, несмотря на то, не безъ пользы служить для предварительной оріентировки. Пусть мы еще не въ силахъ приступить къ окончательному возведенію того зданія, надъ сооруженіемъ котораго трудится новая школа. Но вѣдь имѣютъ свое значеніе и лѣса, которыми пользуются при стройкѣ, хоть ихъ и снимаютъ, когда работа придетъ къ концу.

Попытка поставить въ болѣе тѣсную внутреннюю связь всю совокупность тѣхъ усилій, которыя направляются нынѣ съ разныхъ сторонъ къ обновленію статистической теоріи, неизбежно приводитъ къ нѣкоторымъ общимъ вопросамъ логики, какъ къ исходному пункту. Въ наше время оживившагося интереса къ философіи вообще и къ теоріи науки, въ частности, естественно возникаетъ побужденіе углубиться въ эти вопросы. Я полагаю, однако, что въ интересахъ той задачи выясненія спеціальныхъ проблемъ теоріи статистики, которую преслѣдуютъ настоящіе „Очерки“, представляется болѣе цѣлесообразнымъ не поддаваться этому искушенію. Въ рѣшеніи методологическихъ вопросовъ свободно могутъ сойтись лица, стоящія по своимъ философскимъ взглядамъ на самыхъ противоположныхъ точкахъ зрѣнія. Наше пониманіе причинности, разумѣется, тѣсно связано съ тѣмъ, къ какому направленію мы примыкаемъ въ теоріи познанія и въ метафизикѣ: это, тѣмъ не менѣе, не препятствуетъ сходной формулировкѣ правилъ индуктивныхъ методовъ разницы или сродства. Пора оторвать и теорію статистики отъ тѣхъ глубокомысленныхъ разсужденій на философскія темы, которыя такъ долго вплетала въ нее несчастная мысль связать фактъ статистической законмѣрности съ проблемою детерминизма. Достаточно имѣется невыясненнаго еще и въ спеціальной области статистической методологіи, и нѣтъ нужды осложнять изслѣдованіе спорами, непосредственно не затрагивающими нужныхъ намъ выводовъ. Во избѣжаніе подобныхъ осложненій я нерѣдко становлюсь въ своемъ изложеніи на привычную естествоиспытателямъ точку зрѣнія безотчетнаго объективизма—не потому, чтобъ я отдавалъ ей преимущество передъ иными, а въ силу того обстоятельства, что переводъ мысли съ языка естественно-научнаго реализма въ термины принимаемой читателемъ философско-метафизической системы по своей обыденности представляетъ наименьшую трудность.

За исходную точку въ области общей теоріи науки я принимаю извѣстное изслѣдованіе Г. Риккерта „О границахъ естественно-научнаго образованія понятій“. Однако, раздѣляя убѣжденіе Риккерта въ недостаточности „естествознанія“

(въ условномъ Риккертскомъ смыслѣ слова), я расхожусь съ нимъ въ вопросѣ о томъ, гдѣ искать дополненія. Я стою на почвѣ того опредѣленія двухъ основныхъ логическихъ типовъ научныхъ проблемъ, которое съ полною отчетливостью дано еще Лапласомъ въ его *Essai philosophique sur les probabilités*, систематически развито Курно и, болѣе или менѣе сознательно, раздѣляется всѣми естествоиспытателями-математиками. Знаніе общихъ и вѣчныхъ „законовъ“, съ одной стороны, знаніе состоянія вселенной въ любой опредѣленный моментъ времени, съ другой,—вотъ тѣ два полюса, между которыми заключена работа научной мысли;—знаніе номографическое и знаніе идиографическое, какъ я буду называть ихъ. Чувство логической равноцѣнности номографіи и идиографіи никогда не замирало въ средѣ тѣхъ ученыхъ, которые фактически ведутъ научную работу. Но вниманіе специалистовъ-логиковъ, пытавшихся дать обобщающія построенія пріемовъ научной работы, до недавняго времени поглощалось интересомъ къ номографіи, проблемы же идиографіи отходили на задній планъ. Теорія науки сводилась къ анализу тѣхъ процессовъ, которые направлены къ выдѣленію общаго и вѣчнаго въ единичныхъ воспріятіяхъ, проходящихъ чрезъ поле нашего сознанія. Проблема систематическаго изображенія того, что есть и свершается на бѣломъ свѣтѣ въ каждый данный моментъ времени, если и затрагивалась, то лишь по связи съ работою обобщенія: самостоятельнаго научнаго значенія за ней не признавалось, ея интересъ былъ чисто служебный. Естественно, что это мало способствовало выясненію пріемовъ идиографическаго изслѣдованія и ставило науки, имѣющія дѣло съ систематическимъ описаніемъ сущаго, въ крайне невыгодное положеніе. Въ частности, статистика, какъ наука идиографическая, не находила въ построеніяхъ логики рамокъ, въ которыя могла бы непринужденно вмѣститься, и ея теоретики безжалостно стремились втиснуть ее на Прокрустово ложе единственно цѣнныхъ логикою номографическихъ схемъ. Достаточно взять въ руки извѣстную и во многихъ отношеніяхъ прекрасную исторію статистики John'a, чтобъ убѣдиться, до какихъ предѣловъ доходило одно время извращеніе логиче-

скаго характера статистической науки. Не въ лучшемъ положеніи находилась и исторія, которую нѣкоторые изъ ея представителей упорно старались облагородить путемъ доказательства, что и она открываетъ „законы“.

Виндельбанду и Риккерту обязана, главнѣйше, современная теорія науки ликвидаціей предразсудка, будто идиографическое знаніе имѣетъ низшую научную цѣнность по сравненію съ номографическимъ. Ихъ трудами проблемы идиографій поставлены въ логикѣ на подобающее мѣсто. Но то направленіе, въ которомъ намѣчается рѣшеніе этихъ проблемъ, врядъ ли можетъ рассчитывать на безраздѣльное сочувствіе представителей идиографическихъ наукъ. За тѣмъ фактомъ, что увлеченіе естествознаніемъ привело логиковъ къ переоцѣнкѣ номографической работы и къ игнорированію идиографій, „Баденская школа“ склонна забывать, что, если логики этимъ, дѣйствительно, и грѣшили, то сами естествоиспытатели, подчиняясь логической модѣ на словахъ, на дѣлѣ никогда не пренебрегали идиографическою работою. Борьбу съ односторонностью номографизма она облачаетъ въ формы протеста противъ „естественно-научнаго образованія понятій“, стремясь обосновать идиографію, какъ науку о культурѣ, на точкахъ зрѣнія, чуждыхъ наукамъ о природѣ, вмѣсто того, чтобъ сосредоточить вниманіе на обобщеніи приѣмовъ той идиографической работы, которая составляетъ дѣйствительное содержаніе не только культуровѣдѣнія, но также и цѣлаго ряда естественно-научныхъ дисциплинъ. Въ качествѣ коренного устоя идиографической науки выступаетъ въ системѣ Риккерта понятіе „общеобязательныхъ культурныхъ цѣнностей“,—понятіе, которое для построенія нѣкоторыхъ вѣтвей обществознанія, быть можетъ, и полезно, но съ существомъ идиографической работы, какъ она складывается въ научной практикѣ естествоиспытателя, ничѣмъ не связано. Высоко цѣня трудъ Риккерта, я, тѣмъ не менѣе, полагаю, что для выясненія основныхъ проблемъ теоріи идиографической науки, къ числу отвѣтвленій которой принадлежитъ и наука статистики, необходимо въ происходящей нынѣ реабилитаціи идиографій вернуться ко взглядамъ Лапласа и Курно и переложить важнѣйшіе

изъ выводовъ Виндельбанда и Риккерта въ иной логическій тонъ. Эта задача выходитъ, безъ сомнѣнія, за предѣлы чистой статистики. Но безъ ея предварительнаго разрѣшенія я не вижу возможности охватить въ одно цѣлое съ достаточною степенью ясности и опредѣленности всѣ тѣ теченія мысли, систематическое изложеніе которыхъ составитъ содержаніе моихъ „Очерковъ“. Я долженъ, однако, оговориться, что рассматриваю указанные вопросы не во всемъ ихъ объемѣ, а лишь, поскольку это требуется для выясненія специально-статистическихъ проблемъ. Многихъ темъ, представляющихъ значительный логическій интересъ, но стоящихъ въ сторонѣ отъ статистическихъ теорій, я не затрагиваю или касаюсь мимоходомъ.

Въ заключеніе — нѣсколько словъ о принятомъ мною способѣ изложенія тѣхъ математическихъ изслѣдованій, на которыя опирается современная теоретическая статистика. Обойти ихъ молчаніемъ не представляется возможнымъ. Научное ихъ изложеніе требуетъ, между тѣмъ, для усвоенія такого объема математическихъ знаній, которымъ мало кто изъ статистиковъ располагаетъ. Усматривая одну изъ главныхъ задачъ своихъ въ томъ, чтобы облегчить русскимъ статистикамъ знакомство съ трудно доступными большинству изъ нихъ новыми теченіями статистической мысли, я избралъ средній путь: слѣдуя классическому образцу Курно, я стараюсь съ возможною отчетливостью освѣтить тѣ исходныя точки, отъ которыхъ отправляется математическій анализъ, и подвергаю детальному разбору содержаніе и способы практическаго примѣненія тѣхъ окончательныхъ формулъ, къ которымъ онъ приводитъ; посредствующія же звенья я опускаю. Въ свое оправданіе я позволю себѣ привести слова покойнаго проф. Янсона. Подчеркивая, что статистику въ извѣстныхъ областяхъ работы приходится „постоянно справляться съ указаніями математическаго анализа“, Янсонъ отмѣчаетъ, что „конечно, статистику далеко

не бесполезно обладать специальными математическими познаниями для правильного его понимания и приложения, но въ худшихъ условіяхъ для обоснованія общихъ разсужденій приходится довольствоваться по крайней мѣрѣ приложеніемъ тѣхъ или другихъ формулъ, даваемыхъ высшей математикой“. „Въ этомъ случаѣ“—поясняетъ Янсонъ—„статистикъ поступаетъ, обрабатывая свой матеріалъ, такъ же, какъ техникъ, который можетъ не знать процессовъ полученія формулъ, употребляемыхъ въ вычисленіяхъ, но, примѣняя ихъ, гдѣ и какъ слѣдуетъ, достигаетъ тѣхъ же результатовъ, какъ тотъ, кто знаетъ, какъ получены самыя формулы“.

ОЧЕРКЪ ПЕРВЫЙ.

Науки номографическія

и

науки идіографическія.

„C'était une maxime reçue chez les philosophes de l'antiquité, qu'il n'y a point de science de l'individuel, du particulier, du contingent, du variable; que l'idée de la science est l'idée de la connaissance, en tant qu'elle s'applique à des notions générales, à des conceptions nécessaires, à des résultats permanents. Mais dans l'état présent des sciences, nous ne saurions nous contenter de ces lieux communs“.

Cournot, Essai sur les fondements de nos connaissances, t. II, p. 187.

„Wiederum zeigt der Umfang, in welchem überall statistisch verfahren und alles gezählt wird, den fundamentalen Unterschied der neueren Wissenschaft von der antiken. Nichts scheint ja dem blossen Begriff gegenüber, in welchem für Aristoteles die Erkenntnis liegt, äusserlicher und gleichgültiger zu sein, als diese bloss thatsächlichen Zahlenverhältnisse; die Erkenntnis des Begriffs kann nichts gewinnen, wenn wir wissen, wie oft er realisiert ist, und die zufällige Zahl der Individuen kann in keinem inneren Verhältnisse zu ihren qualitativen Unterschieden stehen. Erst die Einsicht, dass es vor allem unsere Aufgabe ist, das Gegebene in seinem factischen Bestande voll und genau zu erfassen, und dann die Nothwendigkeit dieses factischen Bestandes einzusehen, verleiht auch der Zahl wissenschaftlichen Werth“.

Sigwart, Logik, Bd. II, S. 403—404.

I.

Вселенная бесконечна: непредѣльна во времени и въ пространствѣ и необозримо сложна. Въ своей необъятности она не можетъ быть познана путемъ непосредственнаго воспріятія. „Die Welt dadurch zu erkennen, dass man alle Einzelgestaltungen so, wie sie sind, einzeln vorstellt, ist eine für den endlichen Menscheng Geist prinzipiell unlösbare Aufgabe“ ¹⁾. Если даже, забывая о непредѣльности мірозданія, остановить вниманіе на части вселенной, тѣсно ограниченной во времени и пространствѣ, то и для такихъ суженныхъ рамокъ стремленіе познать дѣйствительность, какъ она есть, встрѣтитъ непреодолимая препятствія въ ея бесконечной сложности. Передъ нами лежитъ книга. Каковы ея геометрическая форма и окраска? Объ иныхъ ея свойствахъ не будемъ поднимать вопроса, чтобы не осложнять задачи. Несмотря на упрощенную постановку, задача неразрѣшима, если предъявлять къ отвѣту сколько-нибудь строгія требованія. Геометрическая форма книги? На первый взглядъ, это — прямоугольный параллелепипедъ, столькихъ то вершковъ длины, высоты и глубины. Но достаточно самага повѣрхностнаго анализа, чтобы отвергнуть это опредѣленіе. Параллелепипедъ, которому мы уподобляемъ книгу, не строго прямоугольный. Весьма сомнительно, чтобы грани его были вполнѣ параллельны.

¹⁾ *Rickert*, Die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung, S. 34: „Познать міръ, представляя себѣ порознь всѣ единичныя формы, въ томъ видѣ, какъ онѣ существуютъ,—задача, принципиально неразрѣшимая для конечнаго человеческого духа“ [*Риккертъ*, Границы естественно-научнаго образованія понятій, переводъ А. Водена, стр. 33].

Линіи, ограничивающія поверхность книги, далеко не прямыя. Самыя грани лишь съ извѣстною натяжкой могутъ быть признаны за плоскости. Если стремиться къ большей точности познанія, съ образомъ параллелепипеда надо проститься. Приходится искать опоры въ болѣе сложныхъ геометрическихъ конструкціяхъ. Какъ бы мы, однако, ни усложняли описаніе, полной точности оно никогда не достигнетъ. Не говоря уже о томъ, что въ измѣреніи длинъ, угловъ, кривизны линій и поверхностей неизбѣжны ошибки, но мы не въ силахъ схватить даже въ общихъ чертахъ форму книги, ея геометрической „типъ“ съ недопускающей поправокъ точностью: болѣе тщательный осмотръ неизмѣнно будетъ обнаруживать подробности, неуловленные нашимъ опредѣленіемъ. Чѣмъ внимательнѣе мы будемъ вглядываться, тѣмъ болѣе внѣшній видъ книги будетъ удаляться отъ извѣстныхъ геометріи формъ. Если отъ разсматриванія невооруженнымъ глазомъ мы перейдемъ къ изученію при помощи увеличительнаго стекла, то запутанность контуровъ еще возрастетъ, и чѣмъ сильнѣе увеличеніе, тѣмъ сложнѣе, причудливѣе и неуловимѣе будутъ казаться намъ очертанія книги. Свести ихъ къ поддающимся опредѣленію геометрическимъ формамъ можно, лишь насилуя въ большей или меньшей степени дѣйствительность, лишь произвольно упрощая ее. Лишь на извѣстномъ разстояніи, скрадывающимъ детали, реальныя тѣла представляютъ намъ точное подобіе тѣхъ геометрическихъ формъ, съ которыми знакомитъ насъ наука геометріи. „Celui qui examinerait de trop près une petite portion d'une circonférence très-grande, tracée sur un plan, ne verrait dans cette portion détachée qu'une certaine quantité de points physiques, assemblés d'une manière plus ou moins accidentée, plus ou moins arbitraire, et comme au hasard quelque fût d'ailleurs le soin avec lequel la ligne aurait été tracée. En se plaçant à une distance plus grande, son oeil embrasserait un plus grand nombre de points qu'il verrait se distribuer déjà avec régularité sur un arc d'une certaine étendue; bientôt, en continuant à s'éloigner, il perdrait de vue chacun d'eux individuellement, n'apercevrait plus les arrangements bizarres, qui se trouvent accidentellement entre eux, mais il saisirait la loi qui a présidé à leur arrange-

ment général et reconnaîtrait la nature de la courbe tracée“ ¹⁾),— знаменитое сравненіе Кетле, хорошо знакомое статистикамъ, хотя и преслѣдуетъ иныя цѣли, но съ такой яркостью передаетъ эту мысль, что нѣтъ нужды развивать ее съ большею подробностью.

Еще нагляднѣе вырисовывается безнадежность задачи точнаго познанія дѣйствительности такъ, какъ она есть, если мы останавливаемъ вниманіе не на одной лишь геометрической формѣ, но также на окраскѣ вещей. Геометрическая форма остается, по крайности, безъ уловимыхъ перемѣнъ въ теченіе болѣе или менѣе долгихъ промежутковъ времени. Окраска же мѣняется съ минуты на минуту въ связи съ освѣщеніемъ. Если бы даже мы въ состояніи были дать себѣ полный отчетъ въ окраскѣ книги для точно опредѣленнаго момента времени, то для слѣдующаго мгновенія наше описаніе уже не отвѣчало бы дѣйствительности. Но и въ предположеніи, что намъ дана власть остановить теченіе свѣтилъ небесныхъ и закрѣпить освѣщеніе на неопредѣленно долгій срокъ, задача не стала бы еще разрѣσιμοю. Допустимъ, что книга въ черномъ переплетѣ. Когда мы говоримъ, что переплетъ черный, развѣ мы вполнѣ точно передаемъ дѣйствительность? Таково общее впечатлѣніе отъ окраски: это доказываетъ, что на поверхности переплета преобладаютъ точки черныя, т.-е. такія, которыя поглощаютъ большую часть падающихъ на нихъ свѣтовыхъ лучей. Но стоитъ при-

1) *Quetelet, Physique sociale, t. I, p. 94*: „Представимъ себѣ очень значительнаго размѣра кругъ, начерченный чѣмъ-нибудь, хотя бы мѣломъ, на обширной горизонтальной плоскости. Кто разсматриваетъ на весьма близкомъ разстояніи очень малую долю этого круга, тотъ увидитъ передъ собою только отдѣльныя частички мѣла, перепутанныя въ самыхъ странныхъ и беспорядочныхъ сочетаніяхъ, какъ бы совершенно случайно. Но пусть зритель отдалится на нѣкоторое разстояніе: тогда онъ замѣтитъ большое число точекъ, которыя будутъ уже распредѣляться съ извѣстною правильностью по дугѣ большаго или меньшаго протяженія. По мѣрѣ дальнѣйшаго отдаленія зритель будетъ постепенно терять изъ виду отдѣльныя частички мѣла и ихъ случайныя комбинаціи, пока, наконецъ, при наибольшемъ отдаленіи, его глазу не откроется закономерная группировка частицъ мѣла въ правильную круговую линію — и, слѣдовательно, не выступитъ законъ сочетанія частицъ“ [пересказъ въ курсѣ статистики *А. И. Чупрова*, стр. 43].

смотримъся, и мы увидимъ наряду съ черными точками точки бѣловатыя; глазъ, художественно-воспитанный, различить также отливы иныхъ цвѣтовъ. Въ дѣйствительности каждая математически бесконечно малая часть поверхности обладаетъ своею индивидуальною окраскою, — по своему поглощаетъ, отражаетъ, испускаетъ и преломляетъ свѣтотыя волны. Дать полный отчетъ въ окраскѣ переплета оказывается, такимъ образомъ, непосильнымъ для нашего конечнаго разума.

Отъ признанія неспособности познающаго разума схватить дѣйствительность такъ, какъ она есть, далеко, однако, до вывода о тщетѣ науки. Изъ этого печальнаго положенія есть исходъ. Узелъ не можетъ быть развязанъ, но можетъ быть разрубленъ. Подобно тому, какъ художникъ не выписываетъ на картинѣ всѣхъ мельчайшихъ, недоступныхъ для невооруженнаго глаза подробностей, а зарисовываетъ, въ расчетъ на извѣстную точку зрѣнія, лишь нѣкоторыя черты, такъ и научное познаніе ищетъ опоры въ упрощеніи, въ схематизаціи, въ „стилизаціи“ дѣйствительности. Стилизація, сознательная или безсознательная, лежитъ въ основѣ не только изобразительныхъ искусствъ, но и въ основѣ науки, какъ вообще всякаго познавательнаго процесса, и научное познаніе отличается отъ ненаучнаго лишь тѣмъ, что стилизація получаетъ въ немъ, въ соотвѣтствіи съ преслѣдуемыми цѣлями, сознательно продуманное и систематически выдерживаемое направленіе.

Научное познаніе сводится, такимъ образомъ, къ систематической схематизаціи дѣйствительности. Признаніе этого факта выдвигаетъ на центральное мѣсто въ теоріи науки вопросъ о тѣхъ приѣмахъ упрощенія, при помощи которыхъ наука выполняетъ свои функціи. Вмѣстѣ съ тѣмъ, въ употребляемыхъ различными науками системахъ схематизаціи мы находимъ основу для чисто логической классификаціи наукъ. Раздѣленію наукъ по ихъ содержанію, — на примѣръ, противопоставленію наукъ о природѣ наукамъ о духѣ (*Naturwissenschaften—Geisteswissenschaften*) — должна предшествовать въ общей теоріи науки классификація научныхъ дисциплинъ по ихъ логическому „стилю“ — по тѣмъ типамъ упрощенія дѣйствительности, которые царятъ въ нихъ.

Разсматривая съ этой точки зрѣнія отдѣльныя научныя дисциплины, мы можемъ выдѣлить среди нихъ двѣ группы, рѣзко различныя по своему характеру,—группу наукъ номографическихъ и группу наукъ идиографическихъ ¹⁾, наукъ объ „общемъ“ и наукъ объ „индивидуальномъ“, „единичномъ“.

II.

Науки номографическія, съ выясненія логической структуры которыхъ удобнѣе начать изслѣдованіе, облакаютъ свои приемы борьбы съ необъятностью вселенной въ форму

¹⁾ Выраженіе „науки номографическія“ встрѣчается въ отчетѣ *Кутюра* о докладѣ Виндельбанда на II международномъ философскомъ съѣздѣ въ Женевѣ. Терминъ „идиографическій“ предложенъ *Виндельбандомъ* въ рѣчи „Geschichte und Naturwissenschaft“. *Риккертъ* и *Курно* употребляютъ для обозначенія этой группы наукъ терминъ: науки историческія. Въ виду того, что привычное словоупотребленіе приурочиваетъ антитезу исторіи и естествознанія къ классификаціи наукъ не по ихъ логическимъ формамъ, а по содержанию, я предпочитаю не употреблять термина „исторія“ въ этомъ смыслѣ. При чтеніи *Риккерта* приходится все время памятовать о томъ, что его „исторія“ охватываетъ собою также науки о природѣ, напримѣръ, географію и большую часть геологіи, и что, напротивъ, въ область естествознанія включаются всѣ вѣтви обществовѣдѣнія, имѣющія обобщающій характеръ. При нѣкоторомъ вниманіи со стороны автора и со стороны читателя, это можетъ и не вести къ недоразумѣніямъ, но, тѣмъ не менѣе, такое непривычное значеніе терминовъ затрудняетъ усвоеніе. Въ своей нѣмецкой статьѣ „Statistik als Wissenschaft“ я пользуюсь терминами „номологическій“ и „онтологическій“, которые въ сходной связи мыслей употребляются *Крисомъ*. Къ сожалѣнію, терминъ „онтологическій“ обладаетъ тѣми же невыгодами, какъ и термины *Риккерта*: съ нимъ связываются, въ силу его видной роли въ терминологическомъ обиходѣ метафизики, мало удобныя ассоціаціи. Съ другой стороны, и терминъ номологическій по своему словопроизводству ближе отвѣчаетъ тому употребленію, какое даетъ ему *A. Naville* (ср. Nouvelle classification des sciences, p. 40: номологія—теорія закона; „elle traite seulement des rapports de dépendance en eux-mêmes“). Не представляется вполнѣ удачнымъ и терминъ „номотетическій“, употребляемый *Виндельбандомъ* въ рѣчи „Geschichte und Naturwissenschaft“; этотъ терминъ цѣлесообразнѣе удержать для обозначенія той группы наукъ, которая имѣетъ дѣло не съ законами того, что есть, а съ нормами того, что должно быть. Въ своемъ докладѣ II международному философскому съѣзду въ Женевѣ *Виндельбандъ* его уже не употребляетъ, а говоритъ о *Gesetzeswissenschaften* и *Ereigniswissenschaften*. (Ср. Die gegenwärtige Aufgabe der Logik, p. 109).

образованія общихъ понятій. Онѣ упрощаютъ дѣйствительность, обобщая, отвлекаясь отъ деталей, отъ индивидуальныхъ подробностей.

Основной приѣмъ, къ которому прибѣгаетъ номографическая наука, состоитъ въ расчлененіи сложнаго на его простѣйшія составныя части. Чтобы точнѣе выяснитъ тѣ функціи, которыя выполняетъ въ номографическомъ изслѣдованіи этотъ процессъ анализа, остановимъ вниманіе на томъ случаѣ, когда въ полѣ нашего зрѣнія имѣется весьма большое, но не безконечное число отдѣльныхъ объектовъ изученія.

Всѣмъ извѣстенъ установленный Ньютономъ законъ тяготѣнія: безконечно малыя матерьяльныя частицы взаимно притягиваются по прямой линіи, ихъ соединяющей, съ силою, прямо пропорціональной произведенію ихъ массъ и обратно пропорціональной квадрату разстоянія между ними. Открытіе этого закона обозначаетъ собою, по всеобщему признанію, переворотъ въ теоріи тяготѣнія. Почему? И до Ньютона, какъ отмѣчаетъ Максвелъ ¹⁾, допускали, что солнце, какъ цѣлое, притягиваетъ планеты; приходила также въ голову мысль о законѣ обратной пропорціональности квадрату разстоянія. Ньютонъ совершилъ лишь переходъ отъ разсмотрѣнія силъ, дѣйствующихъ между тѣлами конечныхъ размѣровъ, къ изученію силъ, съ которыми притягиваются безконечно малыя частицы. Но этотъ переходъ сопряженъ съ такой экономіей умственной энергіи, что по праву занимаетъ отводимое ему мѣсто въ исторіи вопроса. Если бы память должна была удерживать отдѣльно каждый установленный въ этой области единичный фактъ, то съ ростомъ знаній сложность проблемы вышла бы за предѣлы ограниченныхъ способностей человѣческаго разума. Два мѣдныхъ шара радіуса x на разстояніи y притягиваются съ силою z ; два мѣдныхъ шара радіуса x' на разстояніи y' притягиваются съ силою z' ; мѣдный шаръ и мѣдный кубъ тѣхъ или иныхъ размѣровъ на томъ или иномъ разстояніи притягиваются съ опредѣленною силою; шаръ мѣдный и кубъ золотой притягиваются на томъ же разстояніи съ иною силою;

¹⁾ Максвелъ, Матерія и движеніе, стр. 153.

и т. д.—каждая новая комбинація геометрическихъ формъ, веществъ и разстояній, обогащая запасъ нашихъ знаній новымъ дотолѣ невѣдомымъ фактомъ, предъявляла бы все повышающіяся требованія къ нашей способности запоминанія. А такъ какъ разнообразію комбинацій предѣла нѣтъ, силы же памяти ограничены, то въ концѣ концовъ избытокъ знаній оказался бы для насъ тяжелѣе нежели ихъ недостатокъ; предъ необозримостью накапливающихся свѣдѣній опустили бы руки. Разсматривая, по мысли Ньютона, во всѣхъ этихъ, столь разнообразныхъ по условіямъ, случаяхъ силу взаимнаго притяженія изучаемыхъ тѣлъ, какъ равнодѣйствующую тѣхъ силъ, которыя связываютъ взаимнымъ притяженіемъ безконечно малыя матеріальныя частицы, мы сразу выходимъ изъ затрудненія: пестрая масса отдѣльныхъ фактовъ становится тотчасъ легко обозримою. Весь богатый запасъ наблюдений резюмируется въ краткой формулѣ,—въ предположеніи, разумѣется, что наши математическіе приемы достаточно изошрены и открываютъ возможность вычислять тѣ равнодѣйствующія, къ которымъ сводятся силы взаимнаго притяженія между тѣлами конечныхъ размѣровъ. Если бы даже мы не присваивали себѣ права вкладывать въ законъ Ньютона болѣе богатое содержаніе и распространять его на случаи, нашими экспериментами предварительно не проверенные, то и при такомъ ограниченіи формула Ньютона была бы неоцѣненна съ того момента, какъ мы убѣдились въ согласіи всѣхъ единичныхъ фактовъ, намъ извѣстныхъ, съ вытекающими изъ нея выводами.

Еще, быть можетъ, рельефнѣе выступаетъ значеніе интересующаго насъ приема работы для экономіи умственныхъ силъ на примѣрѣ таблицы умноженія. Мы заучиваемъ,—начиная съ дважды два и кончая девятыю девятью,—произведенія 36 различныхъ комбинацій множителей на память; съ ихъ помощью мы вычисляемъ, опираясь на обобщающія правила ариѳметики, произведенія любыхъ чиселъ. 36—число не значительное, и, тѣмъ не менѣе, даже въ такихъ условіяхъ таблица умноженія представляется не легкою для усвоенія, и на заучиваніе ея уходитъ въ начальной школѣ не мало времени. Представимъ себѣ, что было бы, если бъ мы выну-

ждены были держать въ памяти не только произведенія одно-значныхъ чиселъ одно на другое, но всѣ комбинаціи множителей въ отдѣльности! Мы видимъ, опять-таки, что если бы даже наше правило умноженія не носило вполнѣ общаго характера, позволяющаго распространять его безъ предварительной провѣрки на любыя числа, а было выведено путемъ эмпирическаго нащупыванья для тѣхъ численныхъ значеній, съ которыми приходится имѣть дѣло въ обыденной жизни, то и въ такомъ случаѣ его выгодность была бы несомнѣнна.

Столь же наглядную иллюстрацію представляетъ наша система письма. Благодаря расчлененію словъ на звуки мы обходимся при начертаніи ихъ 35 знаками, и только эти 35 буквъ алфавита память лица, учащагося писать и читать, и должна удерживать. Сравнимъ съ этою удобною системою тѣ приемы письма, которые не проводятъ анализа такъ далеко, а стремятся приурочить особый знакъ къ каждому корню, если не къ каждому слову! Кто не слыхалъ о трудностяхъ китайской грамоты?

Приведенные примѣры свидѣтельствуютъ о томъ громадномъ выигрышѣ, которымъ процессъ анализа сопровождается, въ случаѣ успѣха, для познающаго ума. Систематически используя этотъ приемъ, мы вносимъ порядокъ въ хаотическую массу конкретныхъ фактовъ и въ результатѣ, какъ показываютъ научныя дисциплины типа зоологической или ботанической систематики, оказываемся въ состояніи свести къ болѣе или менѣе удобообозримой системѣ родовыхъ и видовыхъ понятій самую запутанную сѣть единичныхъ наблюденій, какъ бы многочисленны они ни были.

Какъ бы ни были наблюденія многочисленны, лишь бы не были безчисленны! Ибо не трудно убѣдиться, что съ безграничнымъ разнообразіемъ и сложностью вселенной, какъ объекта познанія, методъ анализа самъ по себѣ справиться не можетъ. Этотъ приемъ открываетъ для разума возможность не потеряться въ проходящихъ предъ нимъ фактахъ, каковы бы ни были ихъ число и пестрота. Но индивидуальное сознаніе регистрируетъ лишь ничтожно малую часть того, что свершается въ мірѣ. Вселенная не имѣетъ во вре-

мени и въ пространствѣ ни начала, ни конца. Мы живемъ въ узкихъ рамкахъ хронологическихъ и въ тѣсно отграниченномъ углу ея. Много ли доступно нашему непосредственному воспріятію? Пусть даже для поддержки нашихъ слабыхъ органовъ чувствъ мы привлекаемъ усовершенствованныя орудія: расширенію поля нашего опыта при ихъ помощи положены свои предѣлы, не говоря уже о томъ, что въ то время, какъ мы изучаемъ въ усовершенствованный телескопъ удаленное свѣтило, мы, въ силу роковой ограниченности вниманія, не видимъ и не слышимъ того, что происходитъ около насъ на землѣ. „Das Ganze kann seiner Natur nach niemals direkter Gegenstand der Untersuchung werden. Wir müssen daher voraussetzen, dass schon ein Theil der Welt uns über das Ganze Aufschluss gibt“ ¹⁾. Если въ своей жаждѣ знанія мы стремимся къ большому нежели къ одной систематизаціи тѣхъ случайныхъ обрывковъ, которые доходятъ до насъ въ формѣ личныхъ воспріятій, то необходима такая точка опоры, располагая которою, мы были бы въ состояніи по тому, что случайно воспринимается нами, дѣлать заключенія общаго характера, распространяющіяся и на то, что лежитъ внѣ сферы нашего непосредственнаго опыта. Логическій механизмъ анализа и обобщенія, самъ по себѣ, не въ силахъ вывести теорію науки изъ того заколдованнаго круга, въ которомъ ее держитъ антиномія ограниченности силъ познающаго разума и безграничности вселенной, какъ объекта познанія.

Точку опоры, которая для этого потребна, даетъ законъ причинности. Съ понятіемъ причинности связаны сложныя психологическія, гносеологическія и метафизическія контроверзы. Для насъ онѣ остаются въ сторонѣ: для теоріи на-

¹⁾ *Rickert*, Die Grenzen der naturwiss. Begriffsbildung, S. 63. „Цѣлое по природѣ своей никогда не можетъ становиться непосредственнымъ предметомъ изслѣдованія. Поэтому мы должны предполагать, что уже по части міра мы можемъ судить о цѣломъ“—русскій переводъ А. Водена, стр. 56. Ср. *Venn*, Empirical Logic, p. 125: „The assumption we then require is that unobserved shall resemble observed; that the fragments of nature which we have not seen shall be like those we have seen; that nature is, roughly speaking, of a piece throughout, or as Leibnitz says, „c'est tout comme ici“.

уки достаточно, по выраженію Зигварта¹⁾, того, что стремленіе связать сущее узами необходимости въ насъ живетъ и владѣть нашимъ мышленіемъ какъ въ житейскомъ обиходѣ, такъ и въ научной работѣ. Опираясь на него какъ на фактъ, данный извнѣ и не подлежащій съ ея стороны ни провѣркѣ ни обсужденію, теорія номографической науки разрубаеть тотъ узелъ, который, казалось, нѣтъ возможности распутать. Между явленіями, свершающимися въ мірѣ, существуетъ такого рода связь, что въ случаѣ, если явленіе *A* представляетъ изъ себя причину *a*, то всюду и всегда, гдѣ только наблюдается *A*, за нимъ неизмѣнно слѣдуетъ *a*, и никогда и нигдѣ не наблюдается *a* безъ того, чтобы ему не предшествовало *A*. Какъ только мы принимаемъ это допущеніе, задача познанія мірозданія въ его необъятности утрачиваетъ свою безнадежность. Для науки открывается возможность движенія впередъ. Присваивая себѣ право принимать, что правильно констатированный фактъ причинной связи между двумя явленіями, свершающимися на нашихъ глазахъ, скывааетъ ихъ узами, которыя не могутъ быть порваны, мы устраняемъ то препятствіе, которое ставится на пути изученія вселенной безпредѣльностью мірозданія, недостижимостью его удаленныхъ отъ насъ во времени и въ пространствѣ частей для нашего непосредственнаго воспріятія. Знаніе перестаетъ быть эфемернымъ, въ буквальномъ значеніи слова. Въ то же время для науки открывается возможность сочетанія труда. Поскольку процессъ познанія сводится къ нанизыванію фактовъ, которые одинъ за другимъ проходятъ въ полѣ нашего зрѣнія, сотрудничество въ дѣлѣ изученія вселенной многихъ познающихъ субъектовъ бесплодно. Въ

¹⁾ *Sigwart*, *Logik*, Bd. I, S. 263: „Wir untersuchen hier zunächst weder den Ursprung des Strebens, ein solches Band der Notwendigkeit in der Welt zu finden, und über die Erkenntnis, das etwas ist und geschieht, hinaus die Einsicht zu verlangen, dass es so sein müsse, noch das metaphysische Recht dieser Voraussetzung; genug, dass dieses Streben da ist und unser populäres wie unser wissenschaftliches Denken beherrscht, und dass uns daraus die Aufgabe erwächst, den Sinn desselben festzustellen“. Ср. *Venn*, *Empirical Logic*, p. 133: „It must be assumed as a postulate so far as Logic is concerned, that the belief in the Uniformity of Nature exists, and the problem of accounting for it must be relegated to Psychology“; *Kries*, *Ueber den Begriff*, S. 180.

такихъ условіяхъ чужой опытъ не столько обогащаетъ знанія, сколько умножаетъ трудности ориентировки, присовокупляя къ достаточно уже сложной сѣти нашихъ личныхъ воспріятій все новыя и новыя разрозненныя единичныя наблюденія. Лишь увѣренность въ томъ, что, при отсутствіи со стороны изслѣдователя формально-методологическихъ ошибокъ, соотношеніе между явленіями, установленное въ данное время и въ данномъ мѣстѣ, имѣетъ силу всегда и вездѣ, позволяетъ суммировать опытъ разныхъ лицъ въ процессѣ постепеннаго изученія вселенной и открываетъ идеальнаго научнаго знанія, который, хотя и продолжаетъ оставаться недостижимымъ, но къ которому насъ въ такихъ условіяхъ все же понемногу приближаютъ координированныя усилія дѣятелей науки въ преемственной связи поколѣній. Научное изслѣдованіе перестаетъ быть работою Данаидъ.

Этотъ идеальнаго номографическаго знанія заключается въ томъ, чтобы добратся путемъ постепеннаго расчлененія тѣхъ сложныхъ комплексовъ взаимно обусловленныхъ явленій, которые улавливаются нашимъ непосредственнымъ опытомъ, до установленія „законовъ природы“—причинныхъ соотношеній между возможно простыми явленіями ¹⁾, между элементарными причинами и слѣдствіями, какъ я ихъ буду въ дальнѣйшемъ называть. Располагая знаніемъ исчерпывающей системы такого рода законовъ природы, мы были бы въ состояніи охватить своимъ взоромъ причинную обусловленность всего, что свершается въ мірѣ: какъ бы сложны ни были интересующіе насъ процессы, въ ихъ закономѣрной необходимости не оставалось бы для насъ ничего утаеннаго; мы могли бы реконструировать ихъ ходъ синтетически, путемъ планомѣрнаго комбинированія элементарныхъ причинъ и слѣдствій съ тою же степенью наглядности, до какой доходитъ наше пониманіе механизма сложной машины, если мы сами соберемъ ее изъ мельчайшихъ составныхъ частей.

¹⁾ Ср. *Windelband*, Die gegenwärtige Aufgabe der Logik, S. 111. *Simmel*, Die Probleme der Geschichtsphilosophie, S. 76. *Lexis*, Zur Theorie der Massenerscheinungen, S. 6; *Abhandlungen*, S. 238—239. *Herschel*, Preliminary discourse, Part II, Chapter II: On the analysis of phenomena.

III.

Допустимъ, что идеаль номографическаго знанія достигнутъ, — хотя бы въ формѣ механической теоріи, сводящей все къ перемѣщенію въ пространствѣ простѣйшихъ, лишенныхъ индивидуальныхъ различій частицъ¹⁾. Предположимъ, что намъ извѣстны во всей ихъ совокупности причинныя соотношенія, связывающія между собою тѣ элементарныя слѣдствія и причины, на которыя анализъ способенъ разложить улавливаемые наблюдениемъ сложные процессы. Пусть установлены и вылиты въ легко обозримую систему всѣ вѣчныя законы причинной связи въ области механики, физики, химіи, фізіологіи растений и животныхъ и т. д. Можетъ ли удовлетворить насъ такое знаніе вселенной? На этотъ вопросъ до недавняго времени большинство ученыхъ склонно было отвѣчать утвердительно. „L'idée de la loi a ébloui les savants modernes tellement que beaucoup, même parmi les plus grands, n'ont pas pour ainsi dire plus rien vu qu'elle. Descartes se faisait fort d'expliquer par les lois seules le monde réel avec son ordonnance“²⁾. Фактически научная работа никогда не замыкалась въ циклѣ проблемъ, связанныхъ съ раскрытіемъ вѣчныхъ законовъ, да и изъ круга представителей философіи раздавались порою голоса, указывавшіе на недостаточность одного знанія „законовъ“ для объясненія того, что совершается въ мірѣ. Но лишь въ наши дни научный авторитетъ Виндельбанда начинаетъ завоевывать для теоріи идиографической науки подобающее ей мѣсто въ системѣ логики.

Къ доказательству недостаточности одного знанія вѣчныхъ и общихъ законовъ, какъ бы полно и совершенно

1) См. блестящія страницы *Риккерта*, посвященныя механической теоріи вселенной, какъ идеалу номографическаго знанія, и конструкціи аналогичнаго идеала для наукъ о духѣ: Границы ест.-научнаго образованія понятій, стр. 97—116, 174—177.

2) *Naville*, Nouvelle classification, p. 128: идея закона такъ ослѣпила современныхъ ученыхъ, что многіе, и даже изъ числа самыхъ крупныхъ, кромѣ нея, такъ сказать, ничего не видятъ. Декартъ вызывался объяснить одними законами весь дѣйствительный порядокъ мірозданія.

оно ни было, можно идти разными путями. Съ большою наглядностью безсиліе номографической науки удовлетворить тѣмъ запросамъ, ради которыхъ челоуѣчество удѣляетъ столько силъ научной работѣ, обнаруживается, если стать на грубо-утилитарную точку зрѣнія.

Поставимъ себя, для примѣра, въ положеніе сельскаго хозяина-практика. Извѣстно, въ какой мѣрѣ наука содѣйствуетъ нынѣ успѣхамъ агрокультуры. Прогрессъ агрономической химіи, фізіологіи растений, бактеріологіи позволяетъ намъ достигать въ земледѣліи результатовъ, о которыхъ нашимъ предкамъ не приходилось и мечтать. Въ какой же формѣ вносятся научныя знанія въ практику земледѣльца? Безспорно: прежде всего необходимо знать вѣчные законы природы, имѣющіе касательство къ агрономическому искусству, — общіе законы питанія растений; химическія реакціи, опредѣляющія собою большую или меньшую пригодность почвенной среды для произрастанія растенія; условія перехода различныхъ составныхъ частей почвы изъ плохо усвояемыхъ въ лучше усвояемыя растеніемъ формы; законы жизни и дѣятельности полезныхъ и вредныхъ для растенія бактерий и т. д. Открытіе всѣхъ этихъ общихъ законовъ, не приуроченныхъ ни къ какимъ индивидуальнымъ особенностямъ времени и мѣста, и знаменовало собою начало эры научнаго обновленія агрокультуры. Но достаточно ли знать ихъ, чтобы поднять урожай? Допустимъ, что мы во всѣхъ мельчайшихъ деталяхъ овладѣли фізіологіей растений. Предположимъ, что долготѣтніе эксперименты съ неоставляющей ничего желать точностью познакомили насъ съ теоріей удобренія почвы. Пусть вся область агрокультурной химіи, бактеріологіи и т. д. доведена до полной законченности. Позволить ли это сельскому хозяину получить повышенный сборъ ржи съ принадлежащаго ему поля? Ясно, что нѣтъ. Для того, чтобы использовать знаніе законовъ природы и опирающихся на нихъ рецептовъ практической работы, необходимо располагать также свѣдѣніями иного рода. Самая безукоризненная научная подготовка не прибавитъ ни пуда урожая, если сверхъ этихъ законовъ, вездѣ и всегда въ равной мѣрѣ имѣющихъ силу, земледѣлецъ не знаетъ инди-

видуальныхъ особенностей того клочка земли, на которомъ онъ ведетъ хозяйство. Пусть онъ вычиталъ въ книгахъ, что растеніе нуждается для жизни въ азотѣ, кали, фосфорѣ, и т. д.; что, въ случаѣ недостатка въ почвѣ нѣкоторыхъ изъ этихъ элементовъ питанія, растеніе развивается плохо, и горю можно помочь лишь, внося въ формѣ удобренія въ землю то, чего въ ней не хватаетъ. Если онъ не знаетъ состава почвы своего участка, если не знаетъ, чего, именно, въ ней недостаетъ для воздѣлываемаго имъ растенія, то отъ всей учености прока будетъ мало. Чтобы использовать свою научную подготовку, хозяинъ долженъ къ знакомству съ общими законами добавить еще столь же обстоятельное знаніе индивидуальныхъ условій своего поля.

Пойдемъ, однако, далѣе. Пусть нашъ хозяинъ знаетъ, что въ почвѣ его поля не хватаетъ азота и фосфора. Большой выгоды это ему не дастъ, если онъ не имѣетъ возможности внести въ почву то, чего въ ней не хватаетъ. А для этого онъ долженъ, въ свою очередь, знать, гдѣ можно достать нужныя ему азотныя и фосфорныя соединенія: гдѣ, въ какомъ мѣстѣ земного шара, онъ можетъ въ данное время получить въ свое распоряженіе селитру, суперфосфатъ, томасъ-шлакъ и т. п. При этомъ въ знаніи того факта, что въ Чили имѣются залежи селитры, для сельскаго хозяина утѣшительнаго мало. Ему надо знать не то, гдѣ вообще имѣется селитра; ему надо знать, откуда можно получить селитру въ извѣстный срокъ на подходящихъ условіяхъ, по цѣнамъ, которыя дѣлають ея употребленіе доступнымъ и болѣе выгоднымъ, нежели удобреніе однимъ навозомъ или навозомъ съ примѣсью иныхъ туковъ. Для того, чтобы на практикѣ использовать знаніе вѣчныхъ законовъ, нужна, слѣдовательно, крайне сложная система разнообразныхъ свѣдѣній совершенно иного характера, — свѣдѣній, тѣснѣйшимъ образомъ приуроченныхъ къ конкретнымъ условіямъ мѣста и времени.

Возьмемъ другой примѣръ. Страну поражаетъ неурожай. На почвѣ недобора хлѣбовъ развивается голодь. Разумѣется, представляетъ интересъ научно установить тѣ общія причины, въ силу которыхъ случаются недороды, и тѣ условія, въ

которыхъ неурожаи приводятъ къ голодовкамъ. Въ матерьялахъ для подобнаго изслѣдованія недостатка нѣтъ: къ богатому запасу нашихъ отечественныхъ наблюдений можно, напримѣръ, присоединить данныя о неурожаяхъ и голодовкахъ въ Британской Индіи, во многомъ напоминающей по своему экономическому состоянію современную Россію. Путемъ сопоставленій и анализа мы, быть можетъ, и пришли бы къ болѣе или менѣе точнымъ и интереснымъ обобщеніямъ, которыя въ дальнѣйшемъ позволили бы, вѣроятно, принять нѣкоторыя мѣры и къ предотвращенію бѣдствій. Но независимо отъ подобныхъ теоретическихъ умозрѣній, способныхъ, да и то не навѣрное, принести практическіе плоды лишь въ отдаленномъ будущемъ, фактъ голода вызываетъ въ насъ интересъ практической. Онъ ставитъ передъ нами задачу озаботиться тѣмъ, чтобы мѣстности, пораженные голодомъ, пережили невзгоду съ возможно меньшими страданіями, чтобы люди не умирали отъ недоѣданія и развивающихся на его почвѣ болѣзней, чтобы хозяйство не пришло въ разстройство по причинѣ падежа и распродажи скота и т. д. Для рѣшенія этой задачи потребна масса свѣдѣній и въ значительной своей долѣ такихъ свѣдѣній, которыя далеки по характеру отъ номографіи. Нужно знать не вѣчные и вездѣ остающіеся въ силѣ законы причинныхъ соотношеній между явленіями. Надо точно знать, сколько въ данный моментъ въ каждой мѣстности, пораженной неурожаемъ, живетъ народа и какъ велики пищевые запасы, которыми располагаетъ населеніе; необходимо это знать, чтобы установить размѣры недостатка въ пищѣ, требующаго пополненія. Надо далѣе знать, сколько держится скота и какое количество корма находится въ распоряженіи сельскихъ хозяевъ, чтобы сообразить, нужна ли въ этомъ отношеніи помощь и въ какой мѣрѣ. Съ другой стороны, необходимо знать, гдѣ можно добыть тѣ продукты, которые требуются для голодной мѣстности,—знать, слѣдовательно, въ какихъ районахъ запасы пищевые и кормовые превосходятъ потребности мѣстнаго населенія. Если нѣтъ обстоятельныхъ свѣдѣній такого рода, то самое полное знаніе общихъ законовъ, которымъ подчиняются недороды и голодовки, не дастъ возможности

толково организовать продовольственную кампанію и не поможетъ облегчить нужду хоть одного голодающаго.

Подобныхъ примѣровъ можно привести сколько угодно. Нашъ вѣкъ называютъ вѣкомъ пара. На паровой машинѣ, дающей въ распоряженіе современнаго человѣчества громадныя запасы рабочей силы, покоится, безспорно, наша культура. Паровая машина, въ свою очередь, дитя научнаго творчества. Спросимъ, однако, какого рода знанія необходимы для того, чтобы это произведеніе научно-техническаго воображенія наложило свою печать на цѣлую эпоху человѣческой исторіи. Прежде всего, очевидно, необходимо знаніе всего цикла естественно-научныхъ законовъ, на которыхъ покоится рачіональная конструкція паровой машины. Законы упругости пара, обращеніе воды въ паръ при нагрѣваніи, химическіе законы процесса горѣнія, кинематическіе законы передачи силы и т. д.—все это положенія вполнѣ общаго характера, равно приложимыя къ любымъ условіямъ времени и мѣста, въ Англіи XIX вѣка, какъ и въ Китаѣ за нѣсколько тысячелѣтій до Рождества Христова. Не располагая ими, мы, безспорно, не были бы въ состояніи использовать въ своихъ интересахъ при помощи паровой машины ту энергію, которая въ скрытой формѣ заключена въ кускѣ угля. Но располагая ими одними, мы, столь же несомнѣнно, не были бы въ состояніи заставить работать на насъ все то громадное количество силы, которое паровая машина предоставляетъ въ распоряженіе человѣчества. Знаніе этихъ законовъ достаточно лишь для того, чтобы паровая машина возникла въ воображеніи изобрѣтателя. Но даже для того, чтобы воплотить идею въ модель, необходимо, кромѣ вѣчныхъ законовъ, располагать нѣкоторымъ количествомъ стали и угля. Для того же, чтобы паровая машина внесла переворотъ въ культуру, надо располагать желѣзной рудой и углемъ въ громадныхъ массахъ. Надо, слѣдовательно, знать, гдѣ въ толщѣ земной коры на доступныхъ намъ глубинахъ находится уголь, гдѣ залегаютъ желѣзныя руды. Но мало при этомъ знать, что залежи угля есть въ Донецкомъ районѣ, въ Силезіи, въ Англіи, что Закавказье богато инымъ горючимъ матерьяломъ, нефтью, что желѣзо можно найти на

Уралъ и т. д. Для того, чтобы паровыя машины правильно функционировали, надо во всякій моментъ быть освѣдомленнымъ не только о наличности такихъ запасовъ, которые неизвѣстно еще когда будутъ извлечены изъ нѣдръ земныхъ, но и о распредѣленіи по земной поверхности того угля и той руды, которые уже добыты трудомъ человѣка и могутъ быть немедленно использованы.

IV.

Вопросы практической жизни не позволяютъ удовлетвориться знаніемъ номографическаго характера: сколь совершенна ни была бы выработанная нами номографическая система, какъ исчерпывающе полно ни охватывали бы мірозданіе раскрытые нами вѣчные законы природы, мы въ своей практической дѣятельности не будемъ въ состояніи опереться на нихъ, если не присоединятся къ нимъ свѣдѣнія иного рода,—не общаго, а конкретнаго содержанія, не такія, что равно приложимы къ нашему времени и ко временамъ допотопнымъ, на землѣ и на неподвижныхъ звѣздахъ, а, напротивъ, свѣдѣнія, ближайшимъ образомъ приуроченныя къ тѣснымъ рамкамъ времени и мѣста. Потребность въ подобнаго рода знаніи неоспорима. Но возникаетъ вопросъ: должно ли подобное знаніе облекаться въ тѣ искусственно слагаемыя, по тщательномъ обдумываніи, формы, которымъ мы присваиваемъ имя науки? Нельзя ли въ этой области обойтись тѣми урывками знаній, которыя носятъ наименованіе жизненнаго опыта?

Подобныя сомнѣнія заслуживаютъ тѣмъ бѣльшаго вниманія, что было въ исторіи человѣчества время, когда знанія идиографическаго характера, хотя и были нужны людямъ не менѣе нежели нынѣ, но по своей простотѣ и необширности, дѣйствительно, не требовали научной систематизаціи. При господствѣ замкнутаго натурального хозяйства каждый безъ всякой науки отлично знаетъ все, что касается тѣснаго круга его интересовъ. Каждый въ деревнѣ знаетъ, гдѣ въ лѣсу, буде таковой имѣется, найти деревья на стройку, на топку или на разныя подѣлки; каждый умѣетъ прикинуть,

сколько ему нужно хлѣба для семьи и корма для скота. Въ научной переработкѣ идиографическаго матерьяла здѣсь не ощущается потребности. Почти что нѣтъ даже нужды удѣлять спеціально вниманіе на добываніе знаній: то, что надо знать, узнается походя, само ложится въ голову безъ особо направляемыхъ на то усилій. Но, вѣдь, съ другой стороны, живутъ люди и безъ того, чтобы искать опоры для своей дѣятельности въ научныхъ истинахъ номографическаго характера. Тотъ же крестьянинъ, пребывающій на стадіи натурального хозяйства, мало размышляетъ о вѣчныхъ законахъ природы, на которыхъ покоятся выработанныя жизненнымъ опытомъ поколѣній правила его земледѣльческаго труда. Онъ пашетъ землю, не раздумывая о томъ, почему, именно, механическая обработка почвы оказывается полезною для урожая; онъ вывозитъ на поле навозъ, не вникая въ законы питанія растений. Пока жизнь не сложна, человѣчество во всемъ своемъ обыденномъ обиходѣ довольствуется „жизненнымъ опытомъ“—этимъ случайнымъ способомъ накопленія обрывочныхъ знаній и навыковъ, переходящихъ по традиціи отъ отца къ сыну. Однако, съ расширеніемъ круга интересовъ эти безформенныя знанія перестаютъ быть на высотѣ задачи, и является потребность въ систематической работѣ, сознательно и планомѣрно направляемой къ цѣли познанія окружающаго насъ міра,—въ наукѣ. Начиная давать себѣ отчетъ въ томъ, что *Scientia et Potentia humana in idem coincidunt*, и что *quod in contemplatione instar causae est, id in operatione instar regulae est*, люди проникаются мыслью, что *ignoratio causae destituit effectum*, и научаются цѣнить номографическое знаніе, какъ основу практической работы. Сходнымъ образомъ на почвѣ усложняющихся запросовъ жизни постепенно складывается и наука идиографическая.

Генезисъ идиографической науки и ростъ ея отъ самыхъ рудиментарныхъ зачатковъ вплоть до современныхъ законченныхъ формъ можетъ быть съ большою отчетливостью прослѣженъ на примѣрѣ той отрасли идиографическаго знанія, которая носитъ имя статистикі. Уже на стадіи замкнутаго хозяйства съ ростомъ его площади и съ увеличеніемъ числа занятыхъ въ немъ рабочихъ силъ назрѣваетъ потреб-

ность въ систематизаціи знаній,—хорошо извѣстнымъ примѣромъ служатъ знаменитые инвентари Карла Великаго. Ощущается эта потребность и въ городскомъ хозяйствѣ. Правда, первое время и для горожанъ кругъ интересовъ не широкъ: охватывая городъ и прилежащія деревни, онъ не предъявляетъ высокихъ требованій къ учености руководителей городской политики; пока городъ не вырастетъ или не втянется въ болѣе интенсивный товарообмѣнъ съ удаленными мѣстностями, требующіяся свѣдѣнія настолько несложны, что въ обыденное время выручаетъ жизненный опытъ наиболѣе зрѣлыхъ и богатыхъ знаніями лицъ. Вопросы внутренняго распорядка при цеховомъ строѣ, вопросъ о томъ, достаточно ли въ городѣ портныхъ и сапожниковъ и можно ли разрѣшить водвориться новому ремесленнику, не требуютъ предварительныхъ научныхъ изысканій. Лишь въ экстренныхъ случаяхъ, когда, напримѣръ, при осадѣ возникаетъ опасеніе, что не хватитъ продовольствія, производятся спеціальные опросы и подсчеты. Но постепенно въ болѣе крупныхъ городскихъ центрахъ отношенія усложняются настолько, что однимъ жизненнымъ опытомъ становится трудно обходиться, и городскія власти оказываются вынужденными искать опоры для своихъ расчетовъ и соображеній въ форменныхъ статистическихъ изслѣдованіяхъ, въ переписяхъ населенія, кадастрахъ недвижимости и т. п. Статистическій учетъ носить, естественно, первое время самый примитивный характеръ, но постепенно приемы учета вырабатываются, а результаты его начинаютъ облекаться въ болѣе выдержанныя формы,—назрѣваетъ наука.

Этому движенію идиографическаго знанія къ наукѣ, вырастающему изъ потребностей внутренняго распорядка постепенно усложняющейся общественной жизни, идутъ навстрѣчу сходныя по задачамъ попытки систематизаціи тѣхъ знаній, въ которыхъ просыпается нужда съ развитіемъ международныхъ сношеній. Организованное въ торговыхъ республикахъ Италіи—въ Венеціи уже съ XIII вѣка—систематическое собираніе свѣдѣній о сосѣднихъ государствахъ и даетъ первый толчокъ къ литературно-научной сводкѣ статистико-идиографическихъ матерьяловъ. На этой, именно, почвѣ со-

временная статистика выдѣляется въ самостоятельную вѣтвь научныхъ знаній. Не случайность, что имена венеціанцевъ Мочениго, Контарини и Сансовино открываютъ эту фазу въ развитіи статистики. Съ переходомъ центра торговой жизни въ Голландію, въ Голландію переносится и центръ статистико-описательной работы. Сборники Эльзевировъ, издаваемые подъ редакціей директора Остъ-индской Компаніи де-Лэта, ставятъ статистику, какъ описательную науку, на прочный путь, и дальнѣйшее ея развитіе идетъ, какъ по рельсамъ. Понемногу отметаются тѣ чужеродные элементы, которыми такъ пестрятъ первые сборники. Свѣдѣнія становятся точнѣе, провѣрка данныхъ начинаетъ отвѣчать болѣе высокимъ требованіямъ. Изложеніе пріобрѣтаетъ болѣе стройныя формы. Въ содержаніи постепенно все болѣе и болѣе перевѣшиваетъ цифровой матерьялъ, и мало-по-малу эволюція безъ рѣзкихъ скачковъ приводитъ къ тѣмъ статистическимъ ежегодникамъ, статистическимъ сборникамъ, статистическимъ обзорамъ, „производительнымъ силамъ“ и т. п., которыми нынѣ награждаетъ насъ каждый новый годъ въ такомъ нескончаемомъ изобиліи. Теорія статистики, какъ науки, переживаетъ за это время переворотъ за переворотомъ. Самый характеръ статистики, какъ описательной науки, подвергается со стороны теоретиковъ сильнѣйшимъ сомнѣніямъ. Но даже это не нарушаетъ ровнаго развитія методовъ статистико-описательнаго изслѣдованія и изложенія. Жизнь оказывается сильнѣе отвлеченныхъ теорій. Одностороннее увлеченіе ученаго міра номографіей и отказъ въ признаніи научной равноцѣнности идиографическаго изслѣдованія, хотя и тормозятъ ростъ статистической науки и налагаютъ на нее свою печать, заставляя приспособляться къ господствующимъ въ наукѣ логическимъ предразсудкамъ и облекать идиографическое содержаніе въ мало идущія къ нему номографическія формы, но не мѣшаютъ ей донести составляющую ея специфическое содержаніе систему идиографическихъ знаній до той поры, когда поворотъ въ общей теоріи науки обезпечиваетъ идиографіи дальнѣйшее свободное развитіе ¹⁾.

¹⁾ Сходную эволюцію (ср. *Hettner*, *Das System der Wissenschaften*, S. 275—277) переживаетъ и другая описательная, „идиографическая“, наука—геогра-

V.

Къ выводу о недостаточности номографическаго знанія, къ которому приводятъ насъ соображенія утилитарныя, мы приходимъ также съ другой стороны. Присмотримся къ научной дисциплинѣ, наиболѣе далеко оторванной отъ земли съ ея житейскими тревоженіями, къ астрономіи, и мы убѣдимся, что и здѣсь однимъ знаніемъ вѣчныхъ законовъ нашъ разумъ не удовлетворяется. Спора нѣтъ, общіе законы динамики и законъ тяготѣнія лежатъ въ основѣ всей системы современныхъ астрономическихъ знаній. Но развѣ ими исчерпывается интересъ астронома? Развѣ на нихъ сосредоточивается его работа? Общіе законы движенія любой системы взаимно притягивающихся тѣлъ, вычисленіе тѣхъ путей, которые они будутъ описывать, и тѣхъ скоростей, съ которыми они будутъ двигаться по своимъ орбитамъ, астрономъ готовъ предоставить математику и механику. Его интересуютъ тѣ опредѣленныя взаимно притягивающіяся тѣла, которыя онъ видитъ на небосклонѣ, тѣ орбиты, по которымъ движутся свѣтила нашей солнечной системы, тѣ взаимныя положенія этихъ свѣтилъ на ихъ путяхъ, которыми обусловливаются у насъ на землѣ солнечныя и лунныя затменія. Онъ стремится установить, гдѣ, въ какой точкѣ своего пути, будутъ находиться или находились земля и

фія. Потребность въ географическихъ свѣдѣніяхъ существуетъ на любой ступени хозяйственнаго и культурнаго развитія человѣчества. Кочевникъ чтобы планомѣрно использовать кормовыя запасы лежащихъ передъ нимъ степей, нуждается въ знаніи орографіи, гидрографіи и т. д. своей мѣстности не менѣе нежели современный человѣкъ (ср. *Кауфманъ*, Русская община, стр. 13—14, 61). Но на раннихъ стадіяхъ культуры свѣдѣнія эти, опять таки, не носятъ столь массоваго характера, чтобы побуждать къ теоретической систематизаціи. Они начинаютъ, однако, требовать научной разработки по мѣрѣ того, какъ, съ ростомъ сношеній, расширяется географическій кругозоръ. Постепенно на почвѣ накопляющихся наблюдений выдѣляется, какъ самостоятельная область научной работы, географія съ своими матерьялами, съ своими проблемами, съ своими методами ихъ рѣшенія,—наука, близкая къ статистикѣ и по существу преслѣдуемыхъ цѣлей, и по типу рѣшаемыхъ вопросовъ, но въ то же время сильно отъ нея отличающаяся по характеру примѣняемыхъ методовъ изслѣдованія.

луна въ тотъ или иной моментъ далекаго будущаго или давно-прошедшаго; онъ вычисляетъ, когда солнце, земля и луна такъ расположатся или располагались въ пространствѣ, что наступали затменія, и въ какихъ мѣстахъ поверхности земного шара эти затменія имѣли тотъ или иной видъ; его интересуеть форма, масса, взаимныя разстоянія, скорости движенія, химическій составъ, физическія свойства тѣхъ звѣздъ, которыя онъ видитъ въ телескопъ, тѣхъ кометъ, которыя появляются надъ горизонтомъ. Сфера его научной дѣятельности заполнена матерьяломъ, тѣснѣйшимъ образомъ приуроченнымъ къ конкретнымъ условіямъ времени и мѣста. Точною формулировкой единичныхъ фактовъ и ихъ систематизаціей астрономъ занятъ въ гораздо большей мѣрѣ нежели раскрытіемъ общихъ и вѣчныхъ законовъ. Индивидуальныя явленія и процессы главный объектъ его вниманія ¹⁾.

Не перебирая другихъ научныхъ дисциплинъ, въ которыхъ мы встрѣчаемся съ тѣмъ же интересомъ къ факту, поглощающимъ вниманіе изслѣдователя и отвлекающимъ его отъ „законовъ“, поставимъ вопросъ въ болѣе общей формѣ. Вѣчные законы сами по себѣ не въ силахъ объяснить мельчайшаго явленія въ окружающей насъ дѣйствительности: высказывая положенія, которыя вѣчно и вездѣ имѣютъ силу, они ни слова не говорятъ о томъ, что происходитъ передъ нашими глазами. Законъ причинной связи между A и a гласитъ, что вездѣ и всегда, гдѣ A будетъ имѣть мѣсто, за нимъ послѣдуетъ a , но онъ не добавляетъ, гдѣ и когда осуществится A . Онъ способенъ объяснить, почему въ данныхъ условіяхъ случается a , если помимо него извѣстно, что A имѣетъ мѣсто. Но самъ онъ объясненія наступленію a не даетъ. Почему такого то числа и года въ извѣстной части земного шара наступаетъ полное солнечное затменіе? Чтобъ объяснить это, необходимо къ общимъ и вѣчнымъ формуламъ законовъ распространенія свѣта добавить также указаніе на тотъ конкретный фактъ, что

¹⁾ Ср. *Sigwart*, *Logik*, Bd. II, S. 400; *Hettner*, *Das System der Wissenschaften*, S. 274.

земля, солнце и луна располагаются въ данный моментъ времени опредѣленнымъ образомъ въ пространствѣ. Правда, если бы мы могли дѣйствіемъ законовъ объяснить, почему солнце, земля и луна въ этотъ моментъ располагаются именно такъ, а не иначе, то объясненіе свелось бы въ конечномъ счетѣ все же къ „законамъ“. Но достаточно ли для объясненія расположенія свѣтилъ сослаться на Ньютонову формулу закона тяготѣнія и общія формулы динамики? Ясно, что нѣтъ, ибо законы эти ничего не говорятъ намъ о самомъ существованіи солнца, земли и луны; ибо подъ дѣйствіемъ тѣхъ же законовъ, въ зависимости отъ начальныхъ скоростей, земля, солнце и луна могли бы двигаться по иному въ пространствѣ нежели нынѣ; ибо тотъ же самый законъ тяготѣнія въ связи съ тѣми же формулами механики могъ бы привести къ данному моменту разсматриваемыя свѣтила въ иныя точки ихъ орбитъ, если бы въ какой-либо изъ предшествующихъ моментовъ они располагались другъ относительно друга иначе, нежели это было въ дѣйствительности. Движеніе взаимно притягивающихся тѣлъ, даже въ случаѣ наипростѣйшихъ двухъ точекъ, не можетъ быть объяснено формулою вѣчнаго и общаго закона тяготѣнія, если не дополнить ея указаніемъ на разстояніе, на какомъ находятся, и на скорости, которыми обладаютъ эти точки въ какой-либо опредѣленный моментъ времени ¹⁾. Подъ дѣйствіемъ однихъ и тѣхъ же вѣчныхъ законовъ планеты описываютъ эллипсы, а кометы движутся по параболамъ ²⁾, земная орбита имѣетъ радіусъ около 150 милл. километровъ и путь по ней совершается землею въ $365\frac{1}{4}$ дней, а орбита

¹⁾ Cp. *Naville*, *Class. des sciences*, p. 129, 130: „Les faits s'expliquent 1) par d'autres faits, 2) par les lois“. „Aucun fait, petit ou grand, ne s'explique pas par les lois seules; tous s'expliquent, s'ils sont explicables, par d'autres faits et par le développement de ces autres faits conformément aux lois“. L'histoire „fait commencer toutes ses explications par des faits qu'elle doit en quelque sorte prendre sans qu'il lui soit possible de les comprendre, elle explique par l'inexpliqué“.

²⁾ Cp. *Naville*, *La notion de loi historique*, p. 683: „Prétend-t-on que la forme elliptique des orbites elle-même s'explique par la loi de gravitation seule? Alors pourquoi y a-t-il dans le monde des mouvements qui ne sont pas elliptiques?“

Юпитера имѣеть радиусъ въ 773 милл. километровъ и періодъ обращенія Юпитера кругомъ солнца равняется почти 12 годамъ. Лишь въ сочетаніи знанія законовъ движенія и знанія состоянія разсматриваемыхъ тѣлъ въ нѣкоторый моментъ времени находимъ мы опору для пониманія всѣхъ перемѣщеній, поскольку они не вызываются воздѣйствіемъ внѣшнихъ силъ. Но если намъ не хватаетъ того или другого изъ этихъ взаимно дополняющихъ другъ друга элементовъ объясненія, если мы, зная законы движенія, не знаемъ, какъ располагаются въ нѣкоторый моментъ движущіяся тѣла ¹⁾), или, зная ихъ расположеніе, не знаемъ законовъ движенія, то картина ихъ перемѣщеній остается необъяснимою, и сколько бы мы ни углублялись въ мракъ времени, стремясь состояніе системы въ данный моментъ времени объяснить, въ свою очередь, дѣйствіемъ „законовъ“, мы никогда не сведемъ объясненія къ одному лишь закону тяготѣнія и законамъ механики ²⁾), а неизбежно гдѣ—нибудь въ прошломъ да должны будемъ привести указаніе на нѣкоторое исходное состояніе системы тѣлъ, между которыми дѣйствуютъ наши вѣчные законы, на нѣкоторое „первоначальное распредѣленіе причинъ“, какъ—терминологически весьма неудачно—выражаетъ эту мысль Милль.

¹⁾ Ср. любопытныя разсужденія *Poincaré* о трехъ степеняхъ невѣдѣнія въ *Réflexions*, p. 263—264: „L'état d'un système, à un instant donné, dépend de deux choses: son état initial et la loi d'après laquelle cet état varie. Si nous connaissions à la fois cette loi et cet état initial, nous n'aurions plus qu'un problème mathématique à résoudre et nous retomberions sur le premier degré d'ignorance. Mais il arrive souvent qu'on connaît la loi et qu'on ne connaît pas l'état initial. On demande, par exemple, quelle est la distribution actuelle des petites planètes; nous savons que, de tout temps, elles ont obéi aux lois de Képler, mais nous ignorons quelle était leur distribution initiale. Dans la théorie cinétique des gaz, on suppose que les molécules gazeuses suivent des trajectoires rectilignes et obéissent aux lois du choc des corps élastiques; mais, comme on ne sait rien de leurs vitesses initiales, on ne sait rien de leurs vitesses actuelles. Seul, le calcul des probabilités permet de prévoir les phénomènes moyens qui résulteront de la combinaison de ces vitesses. C'est là le second degré d'ignorance“. (Повторено въ *La science et l'hypothèse*, p. 220—221).

²⁾ Ср. *Cournot*, *Essai sur les fondements*, vol. II, p. 199—200: есть „dans l'évolution des phénomènes une part faite à des lois permanentes et régulières

„Une intelligence qui pour un instant donné connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome: rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé serait présent à ses yeux“ — классическая формула Лапласа ¹⁾, къ которой, не колеблясь, присоединяется всякій естествоиспытатель-математикъ, размышляющій объ общихъ проблемахъ науки ²⁾, вполне точно характеризуетъ тотъ дуализмъ идеала знанія, который отъвѣчаетъ антитезѣ номографіи и идиографіи. Знаніе вѣчныхъ

susceptibles par conséquent de coordination systématique, et une part laissée à l'influence des faits antérieurs, produits du hasard ou des combinaisons accidentelles entre diverses séries des causes indépendantes les unes des autres. „Une intelligence qui remonterait bien plus haut que nous dans la série des phases que le système planétaire a traversées, rencontrerait comme nous des faits primordiaux, arbitraires et contingents (en ce sens que la théorie n'en rend pas raison) et qu'il lui faudrait accepter à titre de données historiques, c'est à dire comme le résultat du concours accidentel de causes qui ont agi dans des temps encore plus reculés“. Cp. *Sigwart*, *Logik*, Bd. I, S. 266; Bd. II, S. 173; *Rümelin*, *Ueber den Zufall*, S. 294; *Simmel*, *Die Probleme der Geschichtsphilosophie*, S. 102—103.

1) *Oeuvres*, t. VII, p. VI—VII: „Разумъ, который для вѣкотораго даннаго мгновенія зналъ бы всѣ дѣйствующія въ природѣ силы и взаимное расположеніе всѣхъ составляющихъ ее тѣлъ, если бы притомъ онъ былъ достаточно мощнымъ, дабы подвергнуть эти данныя вычисленію, охватилъ бы въ одной формулѣ движенія величайшихъ свѣтилъ небесныхъ и движенія мельчайшихъ атомовъ: ничто не было бы для него недостовѣрнымъ; будущее, какъ и прошедшее, были бы открыты его взору“.

2) Напримѣръ, du *Bois-Reymond*, *Ueber die Grenzen des Naturerkennens*: „Das Naturerkennen des Laplace'schen Geistes stellt somit die höchste denkbare Stufe unseres eigenen Naturerkennens vor“ (S. 23); „Ich nenne astronomische Kenntniss eines materiellen Systems solche Kenntniss aller seiner Teile, ihrer gegenseitigen Lage und ihrer Bewegung, dass ihre Lage und Bewegung zu irgend einer vergangenen und zukünftigen Zeit mit derselben Sicherheit berechnet werden kann, wie Lage und Bewegung der Himmelskörper bei vorausgesetzter unbedingter Schärfe der Beobachtungen und Vollendung der Theorie. Dazu gehört, dass man kenne 1) die Gesetze, nach welchen die zwischen den Teilen des Systems wirksamen Kräfte sich mit der Entfernung ändern; 2) die Lage der Teile des Systems in zwei durch ein Zeitdifferential getrennten Augenblicken, oder, was auf dasselbe hinausläuft, die Lage der Teile und ihre

законовъ, съ одной стороны, знаніе состоянія вселенной „въ нѣкоторое данное мгновеніе“, съ другой, позволяютъ намъ дать себѣ отчетъ въ томъ, что происходитъ, происходило и будетъ происходить въ мірѣ. Но безъ знакомства съ состояніемъ вселенной для нѣ котораго мгновенія времени никакія общія формулы не могли бы помочь самому мощному разуму постичь наипростѣйшее явленіе, свершающееся передъ нимъ. „Ist jemand geneigt“, скажемъ вмѣстѣ съ Зиммелемъ¹⁾, „von diesen beiden Elementen des Erkenntnissbildes der Welt nur den erkannten Gesetzen den Titel „Wissenschaft“ zu verleihen, der Tatsachenfeststellung aber, ohne welche jene niemals ein Bild der Wirklichkeit ergeben, ihn vorzuenthalten, so ist dies eine belanglose Eifersucht auf Worte²⁾. Hat man

nach drei Achsen zerlegte Geschwindigkeit zu einer bestimmten Zeit“ (S. 37—38). Ср. также болѣе общую формулировку той же мысли у *Haacke*, Grundriss der Entwicklungsmechanik, S. 189: „Ausser den Naturgesetzen ist uns nämlich auch eine bestimmte Verteilung des Seins und Geschehens im Weltall, ist für die Anhänger der Atomhypothese eine bestimmte Anordnung der Atome im Raume gegeben. Davon, wie diese in einem gegebenen Zeitdifferential ist, muss ausgehen, wer den Weltprocess, den Gang der Weltenuhr, nach vorwärts oder rückwärts verfolgen will. Die gegebene Gesamtkonstellation der Atome in einem bestimmten Zeitdifferential und die Gesetze ihrer Bewegungen bilden den gemeinsamen Grund alles späteren Seins und Geschehens“.

1) *Simmel*, Die Probleme der Geschichtsphilosophie, S. 105: „Если кто-либо предпочитаетъ удоставать названія науки лишь одинъ изъ этихъ двухъ элементовъ міропознанія, раскрытіе законовъ, а дѣятельность, направленную на установленіе фактовъ, не называть научною, хотя безъ нея раскрытые законы никогда не дадутъ полной картины дѣйствительности, то это пустой споръ о словахъ. Важно выяснить грань, за которою прекращается власть законовъ надъ міромъ; тогда становится очевиднымъ, что бытіе ставитъ намъ двѣ разныхъ задачи, и что надо заботиться о томъ, какъ ихъ рѣшать, а не о томъ, какъ ихъ величать“. См. вообще прекрасное изложеніе вопроса въ *Die Probleme der Geschichtsphilosophie*. Вполнѣ отчетливую постановку мы находимъ у *Kries*, Die Principien, S. 85—87, равно какъ у *Naville*, Nouvelle classification des sciences; ср. также *Frischeisen-Köhler*, Ueber die Grenzen, S. 263 ff.

2) Ср. Ed. *Meyer*, Zur Theorie und Meth. der Geschichte, S. 4: „dass die Geschichte keine „Wissenschaft“ ist—das würde dem Historiker als solchem vollkommen gleichgültig sein; ihm genügt es, dass die Geschichte existiert“. А *Курно* даже предостерегаетъ противъ употребленія слова science въ примѣненіи къ идиографическому знанію. „Il arrive souvent aux historiens de nos jours d'usurper pour l'histoire le nom de science ...C'est un des abus du style

sich jene Machtgrenze der Gesetze gegen die Wirklichkeit klar gemacht, so stellt uns das Dasein eben vor zwei gesonderte Arten von Problemen, die es zu lösen, aber nicht zu titulieren gilt“.

VI.

Знанія номографическаго недостаточно; оно требует дополненія. Сверхъ общихъ законовъ природы, сверхъ системы отвлеченныхъ понятій необходимо располагать также знаніемъ „индивидуальнаго“, „конкретнаго“. Въ признаніи этого начинается въ настоящее время сходиться большинство лицъ, интересующихся общими вопросами теоріи науки. Спрашивается, однако: какъ точнѣе опредѣлить логическое содержаніе тѣхъ научныхъ дисциплинъ, которыя должны дополнять систему номографическихъ наукъ? Что, собственно, слѣдуетъ разумѣть подъ „индивидуальнымъ“, какъ объектомъ идиографическаго изслѣдованія?

„Чтобы понять, гдѣ находятся границы естественно-научнаго образованія понятій,—указываетъ Риккертъ путь къ выясненію этого вопроса—„обратимъ вниманіе на то, что неизбежно утрачивается при естественно-научномъ изложеніи“¹⁾. Утрачивается, прежде всего, картинность и наглядность непосредственныхъ воспріятій. Отвлекая то, что есть сходнаго въ различныхъ видѣнныхъ нами собакахъ, въ зоологическое понятіе собаки, мы отмечаемъ все неисчерпаемое богатство индивидуальныхъ свойствъ и чертъ, которыми обладаетъ каждый отдѣльный представитель собачьей породы.

moderne, et l'une des conséquences de l'éclat que les sciences ont jeté et de la popularité qu'elles ont acquise. Le plus grave inconvénient de cette confusion, c'est de suggérer des formules prétendues scientifiques, à l'aide desquelles l'historien fataliste explique à merveille tout le passé, mais auxquelles il n'aurait garde de se fier pour la prédiction de l'avenir; en cela semblable aux auteurs de ces fictions épiques où un personnage divin découvre au héros les destinées de sa race, à condition, bien entendu, que sa clairvoyance cesse précisément vers l'époque où le poète a chanté* (Essai sur les fondements; chapitre XXI, Du contraste de l'histoire et de la science, vol. II, p. 211).

¹⁾ *Rickert*, Ueber die Grenzen, S. 201.

И чѣмъ далѣе мы идемъ въ этомъ процессѣ обобщенія, тѣмъ скуднѣе становится содержаніе образуемыхъ нами понятій, тѣмъ болѣе меркнетъ яркость первоначальныхъ впечатлѣній. Противовѣса этому обезцвѣчиванію непосредственныхъ переживаній въ процессѣ ихъ номографической переработки можно, слѣдовательно, искать въ стремленіи схватить индивидуальное въ его наглядной яркости и картинности, въ его своеобразіи, опредѣляемомъ тѣмъ характернымъ сочетаніемъ признаковъ, которое свойственно только данному индивидууму и никому помимо него.

Съ другой стороны, переработка матерьяла нашихъ непосредственныхъ воспріятій въ номографическую систему общихъ понятій и вѣчныхъ законовъ отрываетъ ихъ отъ опредѣленныхъ рамокъ времени и мѣста. Каждая отдѣльная собака, которую мы видимъ, существуетъ въ извѣстной мѣстности *appo domini* въ такомъ то. Собака, какъ зоологическая категорія, не связана ни съ тою или иною частью свѣта, ни хотя бы съ поверхностью земного шара или съ тою геологической эпохой, къ которой, согласно нашимъ палеонтологическимъ свѣдѣніямъ, приурочивается существованіе собакъ на землѣ. Если бы нашему изученію стала доступна фауна Марса и мы нашли тамъ животныхъ съ комплексомъ признаковъ, отвѣчающимъ зоологическому типу собаки, то, не колеблясь, признали бы ихъ за собакъ и отличили бы отъ кошекъ. Между „собакою“ и „этою собакою“ разница не только въ большемъ или меньшемъ богатствѣ признаковъ, но также и въ томъ, что въ одномъ случаѣ мы витаемъ внѣ времени и пространства ¹⁾, а въ другомъ имѣемъ въ виду

¹⁾ Точнѣе выражаясь: внѣ конкретныхъ рамокъ времени и пространства. Ибо въ абстрактной формѣ время и пространство входятъ и въ номографическія построенія. Не только „эту собаку“, но и „собаку вообще“ мы мыслимъ, какъ тѣло протяженное, но связанная съ понятіемъ „собаки вообще“ пространственныя представленія не приурочиваются ни къ какой опредѣленной точкѣ вселенной. Законъ паденія твердаго тѣла въ пустотѣ говоритъ о скорости, которую тѣло пріобрѣтетъ къ концу первой, второй и т. д. секунды своего движенія, и о разстояніи, которое оно пройдетъ въ теченіе извѣстнаго времени, но и секунды эти и разстоянія не имѣютъ касательства къ опредѣленному мѣсту или моменту. Это различіе между абстрактною и конкретною точкою зрѣнія на время и пространство представляется весьма су-

вполнѣ точныя данныя касательно того мѣста и того момента, о которыхъ идетъ дѣло. Дополненія къ результатамъ номографической работы можно, слѣдовательно, искать въ двухъ направленіяхъ: въ сторонѣ картинной своеобразности индивидуальнаго и въ сторонѣ приуроченности его къ опредѣленнымъ гранямъ времени и пространства. Какая изъ этихъ двухъ „границъ естественно-научнаго образованія понятій“ ¹⁾

щественнымъ для классификаціи наукъ. Невниманіе къ нему лишаетъ отчетливости предлагаемое *Б. Кистяковскимъ* (*Gesellschaft und Einzelwesen*), по замыслу весьма интересное, дѣленіе наукъ на *Gesetzes-* и *Entwicklungswissenschaften*. *Кистяковскій* различаетъ два типа законовъ, между которыми, по его мнѣнію, лежитъ „eine logische Kluft“ (S. 38): законы природы въ собственномъ смыслѣ слова, носящіе „ein gewisses zeitloses Gepräge“ (законы механики, химіи, физики, физиологии) (S. 35) и устанавливающіе „allgemeine und dauernd gültige Sätze“ (S. 38), и законы развитія (*Entwicklungsgesetze*—космологическіе, геологическіе и социологическіе), рассматривающіе все съ точки зрѣнія „des zeitlichen Verlaufes, der Veränderung und Neubildung“ (S. 38) и имѣющіе своимъ главнымъ отличительнымъ признакомъ „das Hintzutreten des zeitlichen Momentes“ (S. 36). Выдвигая это *Hinzutreten des zeitlichen Momentes* на столь видное мѣсто въ классификаціи наукъ, *Кистяковскій* становится на вѣрный путь, но его отклоняетъ въ сторону то обстоятельство, что онъ упускаетъ изъ виду разницу въ логическомъ значеніи указаній на время вообще и указаній на опредѣленное время. Логическая пропасть между механикой и космологіей не въ томъ, будто законы механики умалчиваютъ о времени и не знаютъ эволюціи: категорія времени является логической основой всѣхъ построеній динамики, а второй законъ термодинамики, опредѣляющій направленіе процессовъ въ замкнутой системѣ, говоритъ намъ *expressis verbis* о развитіи. Пропасть вырывается тѣмъ, что время въ динамикѣ это не тотъ или иной часъ, день, годъ или хотя бы тысячелѣтіе, а время вообще, „любое время“, тогда какъ въ космологіи это опредѣленный моментъ. Прекрасную иллюстрацію того, что, съ точки зрѣнія конкретнаго времени, эволюція и законы развитія могутъ мыслиться, какъ носящія „ein gewisses zeitloses Gepräge“, представляетъ біологическій законъ параллелизма онтогенезиса филогенезису. Лишь отчетливое противопоставленіе абстрактнаго и конкретнаго времени даетъ точку опоры для точнаго разграниченія двухъ нюансовъ концепціи эволюціи—идиографическаго и номографическаго.

¹⁾ Въ наличности этихъ двухъ элементовъ въ понятіи индивидуальнаго, какъ объекта идиографическаго изслѣдованія, *Риккертъ* не даетъ себѣ яснаго отчета. „О границахъ естественно-научнаго образованія понятій“ озаглавливаетъ онъ свой трудъ, но самъ все время имѣетъ въ виду только одну изъ этихъ границъ: во всемъ своемъ построеніи группы историческихъ наукъ онъ отправляется отъ представленія объ индивидуальномъ, какъ сложномъ и картинно-наглядномъ. Не раздѣляетъ обоихъ элементовъ и *Виндель-*

является логически основною,—на этой проблемѣ и должна прежде всего остановиться теорія того цикла наукъ, который въ системѣ нашего знанія становится рядомъ съ науками номографическими.

Къ этой цѣли можно итти двоякимъ путемъ. Необходимость искать дополненія къ номографическому знанію въ систематически-научномъ изученіи индивидуальнаго диктуется, между прочимъ, какъ мы убѣдились, соображеніями утилитарными: мы видѣли, что одними знаніями общаго характера мы не можемъ обходиться въ жизни. Что же собственно интересуется практика въ томъ индивидуальномъ, знакомство съ которымъ должно пополнять его запасъ номографическихъ знаній: наглядная всеобразность и большая сложность по сравненію съ общими понятіями или же опредѣленное положеніе во времени и пространствѣ? Сельскій хозяинъ желаетъ знать, гдѣ по бѣлу свѣту разсыяны залежи селитры и кали. Мореплаватель требуетъ, чтобы ему сообщили, гдѣ находятся угольные станціи. Что интересуется ихъ въ томъ углѣ и кали, о которыхъ идетъ рѣчь? Ясно, что не богатство индивидуальныхъ и своеобразныхъ чертъ, выходящее за предѣлы того, что улавливается общими понятіями, а, именно, точное положеніе во времени и въ пространствѣ. Тотъ уголь, который запасенъ на угольной станціи, интересенъ для подплывающаго къ этой станціи парохода тѣмъ, что находится здѣсь, въ этой точкѣ земной поверхности въ данную минуту. Какою-либо высшею сложностью и своеобразиемъ этотъ индивидуальный уголь по сравненію съ углемъ вообще въ глазахъ моряка не обладаетъ: это все тотъ же кардифъ, который находится и на другихъ угольныхъ станціяхъ и съ тѣми же качествами можетъ быть въ изобиліи получаемъ въ Англіи. Но важно, именно, что онъ

бандъ въ своей рѣчи *Geschichte und Naturwissenschaft*; онъ склоненъ, напротивъ, опредѣлять индивидуальное совокупностью обоихъ признаковъ—своеобразности и приуроченности къ опредѣленному мѣсту и времени. Въ своемъ логическомъ развитіи такая конструкция понятія приводитъ къ выводамъ, которые стоятъ въ очевидномъ противорѣчии съ дѣйствительнымъ характеромъ взаимоотношеній между идиографическимъ и номографическимъ направленіями научной работы: ср. мою статью *Statistik als Wissenschaft*, S. 665.

не въ Англии, а здѣсь. Или—чтобы взять другой примѣръ—когда мы въ борьбѣ съ голодомъ желаемъ знать, сколько въ данной мѣстности мужчинъ, женщинъ и дѣтей и какъ велики запасы пищи, которыми населеніе располагаетъ, то и люди, и рожь, и пшеница, о которыхъ ведется рѣчь, возбуждаютъ нашъ интересъ не какою-либо своей картинностью и своеобразностью. Напротивъ, въ содержаніи тѣхъ понятій, которыми мы оперируемъ, нѣтъ ровно ничего лишняго противъ тѣхъ элементовъ, какіе входятъ въ общія понятія „мужчины“, „женщины“, „ребенка“. Интересуетъ насъ лишь количественный учетъ экземпляровъ „мужчинъ“ и т. д. для данныхъ рамокъ времени и мѣста.

Нужно или нѣтъ искать дополненія къ отвлеченнымъ схемамъ номографіи въ наглядной своеобразности индивидуальнаго, приводимыя выше утилитарныя соображенія не говорятъ. Но они властно указываютъ, что индивидуальное представляетъ интересъ своею приуроченностью къ определенному мѣсту и времени, что съ этой точки зрѣнія оно должно быть во всякомъ случаѣ изучаемо.

Къ сходному выводу мы приходимъ другимъ путемъ, отправляясь отъ соображеній отвлеченнаго характера, отъ анализа самаго понятія „индивидуальнаго“.

Индивидуальное неповторяемо. Въ неповторяемости Риккертъ усматриваетъ логически наиболѣе существенное содержаніе понятія. Но спрашивается, что, собственно, неповторяемо? Своеобразие? Та сложная совокупность характерныхъ чертъ, то причудливое сочетаніе признаковъ, которыя сплетаются въ наглядную картину даннаго индивидуума? Очевидно, что нѣтъ¹⁾. Какою бы сложною комбинаціей свойствъ мы ни характеризовали данный объектъ, никогда нельзя поручиться, что тамъ или здѣсь, если не въ настоящее время, то въ отдаленномъ будущемъ или въ глубокомъ прошломъ эта комбинація не воспроизведется. Возьмемъ объектъ максимальной сложности, изобилующій наиболѣе причудливо сплетающимися характерными чертами,—человѣка. Развѣ не встрѣчаются люди, какъ двѣ капли воды, похожіе другъ на

¹⁾ Ср. *Лосскій*, Обоснованіе интуитивизма, стр. 265—267.

друга? За примѣрами нѣтъ надобности отправляться въ исторію литературы, любившей во всѣ времена, отъ классиковъ до Шекспира и до современныхъ уголовныхъ романовъ, играть нагляднымъ тожествомъ разныхъ индивидуумовъ. Каждый въ своемъ собственномъ полѣ наблюденія найдетъ другъ на друга похожихъ знакомыхъ, и въ изобиліи примѣрами такого рода снабжаетъ насъ изъ дѣйствительной жизни судебная хроника. Ясно, что неповторяемость чловѣка имя рекъ связана не съ тѣми или иными его свойствами,—ростомъ, вѣсомъ, цвѣтомъ волосъ и прочими особыми примѣтами во всей ихъ совокупности. Ибо не исключена возможность существованія иного лица, обладающаго всѣми признаками, схваченными нашимъ воспріятіемъ и запечатлѣнными въ нашей характеристикѣ. Но это иное лицо будетъ такое же; однако, не будетъ то же. Несмотря на полное сходство оба субъекта сохраняютъ свою индивидуальность.

Мы убѣждаемся, что своеобразность не только недостаточна для индивидуализированія объекта, для выдѣленія его изъ круга ему подобныхъ, но и не нужна. Пусть передъ нами два предмета, совпадающихъ по всѣмъ уловимымъ для нашего воспріятія признакамъ, на примѣръ, два куриныхъ яйца совершенно одинаковаго размѣра, одной формы, того же цвѣта, вѣса и т. д. Несмотря на полное тожество ихъ нагляднаго образа, мы различаемъ ихъ, какъ два отдѣльныхъ самостоятельныхъ предмета. Если они лежатъ передъ нами на тарелкѣ, мы ихъ опредѣлимъ—одно, какъ то, что лежитъ направо, другое, какъ лежащее налево. Мы въ состояніи слѣдить за ними и въ дальнѣйшей ихъ исторіи, не смѣшивая одно съ другимъ. Допустимъ, что одно изъ яицъ будетъ сварено, а изъ другого выведется цыпленокъ. Не смущаясь неразличимостью ихъ по ихъ внѣшнему виду, мы поставимъ вопросъ: которое изъ двухъ сварено,—то ли, что лежало тогда - то налево, или то, что лежало направо? Пойдемъ теперь далѣе. Представимъ себѣ тѣ лишенныя всякихъ отличительныхъ свойствъ частицы, къ движенію которыхъ механическая теорія вселенной стремится свести все, что происходитъ въ мірѣ. Выдѣлить ихъ изъ массы, отличить одну отъ другой путемъ опредѣленія ихъ характерныхъ свойствъ нѣтъ

возможности, такъ какъ различій между ними нѣтъ. И въ то же время мы ихъ мыслимъ какъ отдѣльные, обладающіе самостоятельной индивидуальностью объекты. Въ кинетической теоріи газовъ мы мысленно слѣдимъ за каждой изъ частицъ, за ходомъ всей ея жизни; представляемъ себѣ, какъ она несется въ пространствѣ, заполняемомъ съ большей или меньшей густотою другими подобными частицами, какъ сталкивается съ ними, мѣняя направленіе и скорость своего движенія, какъ ударяется о стѣнки сосуда и т. п. Ничто въ ея свойствахъ не отличаетъ ея отъ сосѣднихъ частицъ, но для насъ, тѣмъ не менѣе, она, какъ и всѣ ея сосѣди, совершенно опредѣленный, отъ всѣхъ отличный индивидуумъ ¹⁾.

Мы видимъ: при опредѣленіи индивидуума, какъ такового, какъ отличнаго отъ всѣхъ иныхъ индивидуумовъ, не повторяющагося и не могущаго повториться, нельзя опираться на характеристику, бьющую на то, чтобы схватить его своеобразность; такая характеристика недостаточна, съ одной стороны,—излишня, съ другой. Не въ ней логическая основа понятія индивидуальнаго, а въ приуроченности къ опредѣленному времени и пространству ²⁾. Математически

¹⁾ Такое признаніе индивидуальности за атомами ни въ коей мѣрѣ не связано, разумѣется, съ допущеніемъ реальности атомовъ. Оно остается въ силѣ, не только въ томъ случаѣ, если стоять на точкѣ зрѣнія *Зиммеля*, что „das einzig Reale sind die Bewegungen der kleinsten Theile und die Gesetze, welche diese regeln“ (*Die Probleme der Geschichtsphilosophie*, S. 86), но мирится и съ взглядами *Риккерта*, отвергающаго реальность атомовъ. Существуютъ ли атомы въ дѣйствительности или нѣтъ, но мыслимъ мы ихъ во всякомъ случаѣ, какъ „индивидуумовъ“ не только въ смыслѣ „недѣлимыхъ“, и антитеза „атомъ—индивидуумъ“, къ которой приводитъ *Риккерта* допущеніе, что процессъ выдѣленія индивидуума изъ массы ему подобныхъ состоитъ въ привнесеніи въ понятіе возможно большей наглядности, совершенно не отвѣчаетъ тому представленію объ атомѣ, которое лежитъ въ основѣ всякой атомистической теоріи.

²⁾ Ср. *Лосский*, Обоснованіе интуитивизма, стр. 268—269, 273—274. *Xénopoli* (*La théorie de l'histoire*, p. 91) считаетъ основнымъ индивидуализирующимъ моментомъ указаніе на время, не придавая того же значенія указанію на мѣсто: „C'est le temps qui individualise les phénomènes, quelques généraux et même universels qu'ils soient quant à l'espace sur lequel ils se produisent“. Такая конструкція, на мой взглядъ, неприемлема. Явленія, неоднократно повторяющіяся въ пространствѣ, могутъ быть въ достаточной

точнымъ указаніемъ координатъ пространства для даннаго момента времени мы выдѣляемъ, въ силу непроницаемости матеріи, вполне однозначно,—такъ, что немислимо какое смѣшеніе, —любой, абсолютно простой, какъ и крайне сложный, объектъ, не нуждаясь для этой цѣли въ перечисленіи тѣхъ или иныхъ его признаковъ и свойствъ.

Анализъ понятія индивидуальнаго возвращаетъ насъ, такимъ образомъ, въ опредѣленіи круга задачъ идіографіи

мѣръ индивидуализированы указаніемъ на время развѣ лишь въ случаѣ, если они никогда не встрѣчаются въ разныхъ мѣстахъ одновременно. Въ общемъ же случаѣ одного указанія на время недостаточно: оно должно быть дополнено указаніемъ на мѣсто. Съ точки зрѣнія проблемы индивидуализаціи, я вообще не вижу существенной разницы между пространствомъ и временемъ. „Пространство“—указываетъ Кистяковскій въ рецензії на мои „Очерки“ (стр. 11)—„по своему гносеологическому характеру всегда тождественно. Всякій пунктъ земной поверхности всегда остается однимъ и тѣмъ же пунктомъ географической широты и долготы. Всякая точка мірового пространства опять-таки всегда остается одной и той же... Совсѣмъ не то мы должны сказать о конкретномъ времени. Время постоянно измѣняется. Вѣдь всякій слѣдующій моментъ времени уже не тотъ, что предыдущій, и измѣняемость времени мы проицируемъ въ бесконечность“. Точна ли эта антитеза? Развѣ положенію „всякая точка мірового пространства *всегда* остается одной и той же“ не противостоитъ утвержденіе „всякій моментъ времени *вездѣ* одинъ и тотъ же“? А, съ другой стороны, какъ всякій слѣдующій моментъ времени уже не тотъ, что предыдущій, такъ и всякая иная точка пространства уже не та, что смежная съ нею, и „измѣняемость“ пространства мы также „проицируемъ въ бесконечность“. О постоянствѣ и объ измѣяемости мы можемъ говорить съ равнымъ правомъ примѣнительно ко времени и къ пространству. И если „измѣняемость конкретного времени“, служа „гносеологической основой идеи развитія“, создаетъ почву для наукъ историческихъ, то измѣняемость конкретного пространства можетъ быть признана лежащей въ основѣ наукъ географическихъ (Ср., напримѣръ, *Hettner, Das System der Wissenschaften*). Ближе подходит къ характеристикѣ коренного различія между пространствомъ и временемъ слѣдующая формулировка Darbon,—новѣйшаго критика концепціи случайнаго Курно: „Toutes les parties du temps, pourrait on dire, sont liées les unes aux autres; mais les parties de l'espace, si nous le considérons avec Leibnitz comme l'ordre des coexistences, ne le sont point“ (*Darbon, Le concept du hasard, p. 11*). Здѣсь, дѣйствительно, схвачены черты, наиболѣе существенныя съ точки зрѣнія задачи построенія какъ системы наукъ, такъ и теоріи пріемовъ научной работы. Отъ нихъ непосредственно и отправляются тѣ концепціи Курно, къ которымъ примыкаютъ основныя точки зрѣнія настоящей работы.

къ формулѣ Лапласа, вполне точно и полно выражающей идеаль знанія примѣнительно къ механической теоріи вселенной. Въ мірѣ лишенныхъ всякаго нагляднаго своеобразія атомовъ проблема идіографическаго изслѣдованія не могла бы быть снята съ очереди. „Расположеніе атомовъ въ нѣкоторый дифференціалъ времени и законы ихъ движенія опредѣляютъ собою все, что позднѣе существуетъ и свершается въ мірѣ“¹⁾. Какъ то, такъ и другое должно быть извѣстно, если желать „прослѣдить впередъ или назадъ ходъ мірового развитія“.

Если, однако, въ своемъ логически мыслимомъ предѣлѣ идіографическая наука и сводится къ знакомству съ размѣщеніемъ въ пространствѣ въ данное время нехарактеризуемыхъ никакими отличительными свойствами частицъ, то въ своемъ дѣйствительномъ видѣ она держится далеко отъ этого предѣла. Распредѣленіе въ пространствѣ для даннаго момента объектовъ того или иного рода остается въ центрѣ ея вниманія; систематическій обзоръ того, что есть и что происходитъ въ извѣстное время въ извѣстной части вселенной, продолжаетъ быть ея задачей. Но объекты, размѣщеніе которыхъ изучается идіографическою наукою, интересуютъ ее не только занимаемымъ въ пространствѣ мѣстомъ, но и тѣми или иными своими свойствами,—свойствами, общими имъ съ другими сходными объектами, но представляющими для человѣка особый интересъ какъ-разъ въ данное время въ данномъ мѣстѣ. Кардифъ на угольной станціи все тотъ же уголь, что въ Кардифѣ; его свойства, интересующія моряка, не мѣняются при перевозкѣ. Но, тѣмъ не менѣе, интересуется онъ моряка не какъ нѣчто, ни отъ чего иного по своимъ свойствамъ неотличимое, что находится въ такое-то время на такомъ-то островѣ среди океана, а, именно, какъ кардифскій уголь, который въ это время здѣсь хранится и можетъ быть погруженъ на пароходъ, дабы служить топливомъ во время дальнѣйшаго плаванія.

Къ той же необходимости для идіографическихъ наукъ вводитъ въ кругъ своихъ интересовъ, кромѣ координатъ пространства и времени, также нѣкоторыя свойства тѣхъ

¹⁾ См. *Haacke*, Grundriss der Entwicklungsmechanik, S. 189.

предметовъ, размѣщеніе которыхъ изучается, приводятъ насъ соображенія иного порядка. Дѣло въ томъ, что, хотя теоретически для вполне однозначнаго выдѣленія объекта изъ круга всѣхъ иныхъ и достаточно точнаго указанія на его положеніе въ пространствѣ въ извѣстное время, но практически этимъ приѣмомъ нѣтъ возможности обходиться. Если мы не добавляемъ никакихъ отличительныхъ свойствъ характеризуемаго предмета, то указаніе на положеніе должно быть абсолютно точнымъ. Говоря о Вольтерѣ, его порою обозначаютъ: „Фернейскій отшельникъ“. Въ этомъ обозначеніи, если брать его въ буквальномъ смыслѣ, отъ характерныхъ чертъ того образа, который связывается съ именемъ Вольтера, не остается почти и слѣда. Тѣмъ не менѣе недоразумѣній не возникаетъ, ибо другого фернейскаго отшельника исторія не знаетъ. Но представимъ себѣ, что мы идемъ дальше и, продолжая отмечать индивидуальныя черты характеризуемаго лица, опредѣляемъ Вольтера какъ то физическое тѣло, которое въ такомъ-то году, въ такой-то моментъ находилось подъ широтою и долготою, отвѣчающими положенію Ферне на земной поверхности. Для того, чтобы подобное опредѣленіе схватило, именно, Вольтера, а не его кучера, собаку или письменный столъ, мы, если не вводится никакихъ свойственныхъ Вольтеру характерныхъ чертъ, должны были бы дать указанія времени и мѣста съ математической точностью. Ясно, что практически это недостижимо, да, съ точки зрѣнія функцій идиографіи, какъ мы видѣли, и не нужно. Равнымъ образомъ, теоретически мы въ состояніи слѣдить за индивидуумомъ въ теченіе всей его жизни, не теряя его изъ вида, при помощи одного учета его перемѣщеній въ пространствѣ. Но на дѣлѣ и эта задача требуетъ такой точности и непрерывности въ нашихъ данныхъ, которыя выходятъ за предѣлы практически достижимаго. При игрѣ на билліардѣ въ три шара оба партнера отличаютъ свои шары лишь ихъ положеніемъ на доскѣ въ каждый данный моментъ; они, тѣмъ не менѣе, не сбиваются и шаровъ не путаютъ, несмотря на быстрыя и разнообразныя перемѣщенія ихъ по поверхности стола. Но уже въ игрѣ въ крокетъ, при восьми шарахъ, этотъ теорети-

чески вполне правильный методъ для улавливанія индивидуальности начинаетъ предъявлять къ нашему вниманію такія требованія, которымъ мы рѣдко въ состояніи удовлетворить, и дѣлу приходится помочь путемъ помѣтокъ на шарахъ, позволяющихъ различать шары и безъ такого непрерывнаго слѣженія за всѣми ихъ перемѣщеніями.

Для того, чтобы полнѣе выяснить логическія функціи обоихъ разбираемыхъ элементовъ понятія индивидуальнаго, остановимся нѣсколько подробнѣе на проблемѣ установленія тождества даннаго объекта съ инымъ, такъ или иначе намъ извѣстнымъ. Начнемъ съ области, гдѣ эта проблема играетъ чрезвычайно видную роль,—съ области полицейскаго сыска. Совершено убійство. Ищутъ преступника. Подозрѣнія падаютъ на опредѣленное лицо. Какъ установить, что именно оно совершило преступленіе? Полицейская практика знаетъ два способа. Если имѣются свидѣтели, видѣвшіе убійцу въ моментъ преступленія, то заподозрѣнное лицо имъ показывается въ надеждѣ установить его наглядное тождество съ тѣмъ, кого желательно поймать. Если же этотъ путь не приводитъ къ цѣли, то для уличенія преступника пытаются прослѣдить его перемѣщенія по лицу земли около того времени, когда было совершено убійство,—пытаются обнаружить, что въ моментъ убійства онъ находился въ данномъ мѣстѣ. И, равнымъ образомъ, защита ссылается на *alibi*: вычерчивая орбиту перемѣщеній обвиняемаго въ рассматриваемый промежутокъ времени, она стремится обнаружить, что эта линія не проходитъ чрезъ ту точку, гдѣ было совершено убійство. Или возьмемъ другой примѣръ: ловятъ бѣглаго каторжника. Какъ доказать, что онъ то, именно, лицо, за которое его принимаютъ? И здѣсь тѣ же два метода. Съ одной стороны, прослѣживаніе всѣхъ его странствій до момента поимки. Съ другой, установленіе его подобія бѣжавшему путемъ свидѣтельскихъ показаній, путемъ сличенія съ фотографіей, путемъ тѣхъ сложныхъ антропометрическихъ приемовъ отождествленія личности, которыя для этой цѣли созданы Альфонсомъ Бертильономъ ¹⁾.

¹⁾ См. *Alph. Bertillon, Une application de l'anthropométrie; ergo же, Iden-*

Съ тѣми же методами мы встрѣчаемся вездѣ, гдѣ ставится проблема установленія тождества даннаго объекта съ инымъ индивидуумомъ. Астрономъ замѣчаетъ на небосводѣ комету. Какъ рѣшить, новая это комета или она уже была когда-либо наблюдаема? Одними характерными признаками—величиной и формой хвоста, типомъ свѣта и т. п.—при этомъ не обойдешься. Изъ того, что новая комета похожа на ранѣ видѣнную, еще не слѣдуетъ, что это та же самая комета. Тождество признается установленнымъ лишь, если можно обнаружить, что орбита движенія прежней кометы проходитъ чрезъ ту точку, гдѣ усматривается новая, и что скорость перемѣщенія кометы по орбитѣ приводитъ ее въ эту точку какъ-разъ въ тотъ моментъ, когда телескопъ ее тамъ открываетъ. Мы можемъ привести и болѣе обыденные примѣры изъ той же области астрономической практики. Когда астрономъ, наведя подзорную трубу на опредѣленное мѣсто небосвода, признаетъ свѣтило, появляющееся въ полѣ зрѣнія, за Сатурна, за Юпитера или за α Геркулеса, то это отождествленіе можетъ опираться отчасти на сопоставленіе внѣшнихъ признаковъ,—напр., кольцо, число спутниковъ, характеръ свѣта и т. п., но въ основѣ его лежитъ знаніе прямого восхожденія и склоненія каждой планеты и звѣзды для любого момента времени. Аналогичные примѣры могутъ быть приведены изъ области сыска историческаго. Какъ историкъ рѣшаетъ вопросъ о томъ, кто былъ первый самозванецъ? Какъ знатокъ отождествляетъ вновь найденную старую картину съ извѣстнымъ изъ тѣхъ или иныхъ источниковъ произведеніемъ великаго мастера? Въ логической основѣ своей примѣняемые приемы вполнѣ совпадаютъ съ приемами сыска полицейскаго: это все то же констатированіе совпаденія нѣкоторыхъ характерныхъ чертъ, общихъ обоимъ объектамъ, съ одной стороны, и прослѣжи-

tification anthropométrique. Ср. также превосходное изложеніе методологическихъ основъ приѣма въ статьѣ *Lexica Anthropometrie* въ *Handwörterbuch der Staatswissenschaften* (3 Aufl., Bd. I, S. 542—543) и любопытное примѣненіе Бертильоновой идеи къ зоологическимъ проблемамъ у *Heincke*, *Naturgeschichte der Herings*, S. XXXII. Значительный теоретическій интересъ представляетъ статья *Macdonell*'я „On criminal Anthropometry“,

ваніе перекочевокъ въ пространствѣ въ теченіе всего промежутка времени, раздѣляющаго оба наблюденія, съ другой.

Наши пространныя разсужденія о понятіи индивидуальнаго приводятъ къ весьма существеннымъ выводамъ касательно задачъ идіографическаго изслѣдованія. Риккертъ, усматривая логическую основу понятія въ своеобразной сложности индивидуальнаго, склоненъ и функціи идіографической науки видѣть въ удовлетвореніи жажды большей конкретности знанія по сравненію съ безцвѣтными, отвлеченными схемами номографіи. Нашъ анализъ показываетъ, что идіографическое изслѣдованіе возможно и необходимо въ такихъ сферахъ знанія, гдѣ ни о какой картинности нѣтъ и помысла. Въ „индивидуальномъ“, какъ объектъ идіографіи, наглядности можетъ быть не больше, нежели въ „общемъ“ номографіи. Подобно тому, какъ номографическое знаніе въ конечномъ идеалѣ сводитъ все сущее къ законамъ движенія неразличимыхъ по своимъ свойствамъ частицъ, такъ точно знаніе идіографическое въ своемъ логически мыслимомъ предѣлѣ трактуетъ о размѣщеніи все тѣхъ же неразличимыхъ частицъ въ пространствѣ для данныхъ условій времени. Идіографія коренится не столько въ эстетической потребности схватить и запечатлѣть индивидуальное въ его наглядной картинности¹⁾, сколько въ недостаточности—и даже бесплодности—знанія общихъ и вѣчныхъ законовъ, недополняемаго, какъ опорною точкою для ихъ приложенія, картиной состоянія вселенной, въ которой развивается дѣйствіе этихъ законовъ.

Возраженія противъ приуроченія антитезы идіографіи и номографіи къ противопоставленію сложнаго простому могутъ

¹⁾ Вопросъ о томъ, могла ли бы и въ какихъ формахъ быть конституирована группа научныхъ дисциплинъ, опирающихся на эти эстетическіе запросы, я оставляю въ сторонѣ, такъ какъ для теоріи статистики — науки, ради выясненія логическаго характера которой предпринять мною анализъ Риккертской теоріи идіографіи,—онъ не существенъ. „Представители социальныхъ и юридическихъ наукъ, заинтересовавшись какимъ-нибудь индивидуальнымъ явленіемъ“, несомнѣнно, „въ большинствѣ случаевъ не удовлетворяются примитивной стадіей индивидуализаціи, указаніемъ на мѣсто и время, а стремятся познакомиться съ его индивидуальностью во всей пол-

быть подкрѣплены еще однимъ рядомъ доводовъ ¹⁾. По скольку номографическій анализъ, перерабатывающій единичныя впечатлѣнія въ систему общихъ понятій, расчленяетъ сложные комплексы случайно въ нашемъ воспріятіи сшлифованныхъ во едино элементовъ на ихъ составныя части, номографическая работа мысли воплощается, дѣйствительно, въ упрощеніи: громадное значеніе такого перехода отъ сложнаго къ простому для экономіи умственныхъ силъ выдвигаетъ въ теоріи номографической науки эту сторону на столь видное мѣсто, что „обобщеніе“ начинаетъ отождествляться съ „упрощеніемъ“ и степень сложности понятія какъ бы служить показателемъ степени его общности. Этому процессу номографическаго анализа противостоитъ, однако, обратный процессъ синтеза. Изъ тѣхъ простѣйшихъ элементовъ, до которыхъ мы добираемся путемъ послѣдовательныхъ расчлененій, вновь слагаются, уже обдуманно и въ соотвѣтствіи съ опредѣленно намѣченными цѣлями, болѣе или менѣе сложныя системы, и степень логической общности получаемыхъ при этомъ построеній не зависитъ отъ степеней ихъ сложности. Всякая линія, поверхность или тѣло могутъ быть разсматриваемы, какъ нѣкоторая система точекъ. Это не придаетъ, однако, кругу или гиперболоиду болѣе идиографическаго характера по сравненію съ точкою. Кеплеровы законы, формулируемые не въ астрономіи, какъ законы дви-

нотъ* (см. *Кистяковскій*, рецензія на мои „Очерки“, стр. 13); но, укладываясь въ тѣсныя рамки статистическаго учета, индивидуальности неизбѣжно утериваютъ значительную долю своеобразія. Въ переписи населенія 1897 г. Л. Толстой фигурируетъ наряду съ мужикомъ изъ сосѣдней деревни, какъ мужчина такого-то возраста, грамотный и т. д.; но это, разумѣется, не обрекаетъ историка русской культуры на то, чтобъ наравнѣ съ статистикомъ видѣть въ великомъ писателѣ лишь одного изъ грамотныхъ стариковъ Европейской Россіи. Я отнюдь не отрицаю, такимъ образомъ, интереса ко всей „полнотѣ индивидуальности“, создаваемой „богатствомъ признаковъ и своеобразнымъ сочетаніемъ ихъ“ (*Кистяковскій*, тамъ же). Цѣль моя не въ томъ, чтобъ доказать невозможность или ненужность „эстетическо-научной“ идиографіи, а лишь въ томъ, чтобъ обнаружить возможность и необходимость идиографическаго дополненія къ „естественно-научному“ знанію, не носящаго характера такой наглядной картинности,—идиографіи „анэстетической“, если можно такъ выразиться.

1) Ср. S. *Hessen*, Individuelle Kausalität, S. 27—29.

женія планетъ нашей солнечной системы, а въ динамикѣ, какъ законы движенія любыхъ взаимно притягивающихся тѣлъ при извѣстномъ соотношеніи между начальными скоростями и силами притяженія, имѣютъ столь же номографическое содержаніе, какъ и Ньютоновъ законъ взаимнаго притяженія, изъ котораго они выводятся. Три тѣла, изъ которыхъ одно имѣетъ массу нашего солнца, другое—массу земли, а третье—массу луны, будучи размѣщены относительно другъ друга такъ, какъ это наблюдается въ дѣйствительности для солнца, земли и луны, и получивъ опредѣленные начальныя скорости, будутъ подѣ дѣйствіемъ закона тяготѣнія описывать орбиты того именно вида, какъ солнце, земля и луна, и двигаться по нимъ съ тѣми же скоростями; они будутъ приходить въ извѣстные моменты времени въ такое взаимное расположеніе, что на „землѣ“ будутъ наблюдаться въ тѣхъ или иныхъ ея частяхъ затменія „лунныя“ и „солнечныя“ и т. д. Мы можемъ вносить въ эту картину какія угодно детали, доводить ее до любой степени сложности, и, тѣмъ не менѣе, не выйдемъ за предѣлы теоретической механики и не переступимъ грани, отдѣляющей номографію отъ идиографіи, если не внесемъ указаній на то, что рѣчь идетъ не о любыхъ трехъ тѣлахъ, а о нашихъ солнцѣ, землѣ и лунѣ. Космогоническая гипотеза Канта-Лапласа, изображающая законмѣрную эволюцію мірозданія, носить, несмотря на всю ея сложность, не болѣе идиографическій характеръ, нежели тѣ вѣчные законы механики, логическое развитіе которыхъ она изъ себя представляетъ, и остается упражненіемъ въ номографическомъ синтезѣ, если не добавляется, что процессъ, о которомъ идетъ рѣчь, есть процессъ развитія той, именно, міровой системы, въ нѣкоторой точкѣ которой мы нынѣ проживаемъ на своей землѣ. Безъ этого она нисколько не отличается отъ того построенія, которое лежитъ въ основѣ извѣстнаго опыта Плато и воспроизводитъ въ миниатюрѣ одну изъ фазъ этой эволюціи по желанію экспериментатора въ любыхъ условіяхъ времени и мѣста.

Если, такимъ образомъ, наши понятія могутъ достигать любой степени сложности, не выходя изъ рамокъ номогра-

фи, а, съ другой стороны, могутъ стоять на предѣлѣ упрощенности, не лишая изслѣдованіе идиографическаго характера, то ясно, что не въ степени сложности, наглядности и картинности понятій, которыми они оперируютъ, слѣдуетъ искать различія между двумя направленіями научной мысли. Самый сложный продуктъ синтетическаго творчества пріобрѣтаетъ идиографическій характеръ лишь въ тотъ моментъ, когда къ числу прочихъ опредѣленій добавляется указаніе на мѣсто и время ¹⁾. Дотолѣ же онъ остается въ сферѣ номографіи, наряду съ простѣйшими законами природы.

¹⁾ Это, разумѣется, не предполагаетъ полного тождества логической структуры тѣхъ понятій, которыми оперируетъ идиографія, съ тѣми, что вырабатываются науками номографическими, во всѣхъ иныхъ отношеніяхъ, кромѣ пріуроченности къ опредѣленнымъ рамкамъ времени и мѣста. Напротивъ, хотя идиографія и пользуется постоянно тѣми понятіями, которыя добываются номографическимъ изслѣдованіемъ,—обстоятельство, настойчиво отгнѣняемое *Frischeisen-Köhler*'омъ въ его критикѣ Риккерта (*Ueber die Grenzen*, S. 260—261, 263, 1 ff; *Einige Bemerkungen*, S. 317—318; ср. *Rickert*, *Kulturwissenschaft und Naturwissenschaft*, S. 66; *Hessen*, *Individuelle Kausalität*, S. 28, 37) — но спеціальныя цѣли идиографической работы предъявляютъ къ нимъ свои требованія. Критеріи цѣлесообразности въ конструкціи понятій, примѣняемые номографіей и идиографіей, во многомъ различны. Въ противность стремленію номографіи отметить въ вырабатываемыхъ понятіяхъ то, что между собою не связано, и переводить *Dingbegriff* въ *Relationsbegriff*, идиографическая работа требуетъ, на примѣръ, нерѣдко сплетенія въ одно понятіе какъ-разъ признаковъ, другъ друга не обусловливающихъ. Наиболѣе яркимъ примѣромъ служитъ Бертильонова антропометрическая система отождествленія преступниковъ. Въ ней для характеристики лица тщательно выбираются признаки, не стояшіе между собою, по свидѣтельству опыта, въ ясно выраженной связи. Но эти своеобразныя требованія, предъявляемыя идиографіей къ конструкціи употребляемыхъ ею понятій, не имѣютъ ничего общаго съ степенью ихъ сложности.

Болѣе существеннымъ возраженіемъ противъ взгляда, что переходъ отъ номографіи къ идиографіи не связанъ съ усложненіемъ понятія, представляется то обстоятельство, что процессъ номографическаго синтеза руководится, по преимуществу, запросами идиографическаго изслѣдованія. Номографія довлѣетъ себѣ, пока идетъ путемъ анализа отъ сложнаго къ простому. Но когда научная мысль вступаетъ на обратный путь планомѣрнаго построения болѣе сложныхъ понятій и законовъ изъ тѣхъ простѣйшихъ элементовъ, до которыхъ ей удалось добраться, то она, какъ общее правило, ищетъ руководства со стороны идиографіи. Такимъ образомъ, синтетическое усложненіе какъ бы утрачиваетъ „номографическій“ характеръ и выступаетъ какъ стадія идиографическаго изслѣдованія. Однако, это возраженіе отпадаетъ, если при-

VII.

Номографическая наука находитъ выходъ изъ конфликта между необъятностью вселенной и ограниченностью силъ человѣческаго разума въ отказѣ отъ помысловъ о томъ, чтобъ изобразить конкретныя явленія окружающей насъ дѣйствительности во всемъ ихъ нескончаемомъ разнообразіи не интересуясь тѣмъ, что происходитъ въ данный моментъ въ данномъ мѣстѣ, она стремится схватить лишь такія соотношенія между явленіями, которыя остаются въ силѣ вездѣ и всегда. Для науки идиографической, преслѣдующей цѣль систематическаго изображенія индивидуальных явленій въ ихъ обстановкѣ времени и мѣста, такого исхода не существуетъ. Какъ же, въ такомъ случаѣ, преодолѣть безпредѣльную сложность вселенной, какъ объекта познанія? Не возвращаемся ли мы назадъ къ тому исходному тупику, изъ котораго насъ вывелъ отказъ отъ стремленія познать

нать во вниманіе, что служебный характеръ синтетическаго процесса не мѣняетъ логической природы его результата. Получено ли сложное сочетаніе элементовъ, какъ въ геометріи, путемъ свободной игры ума теоретика, не помышляющаго ни о какихъ приложеніяхъ, или при построеніи его имѣлась въ виду опредѣленная идиографическая цѣль, — на логической квалификаціи продукта мысли такія психологическо-генетическія обстоятельства не могутъ отражаться. Не всякій продуктъ синтетическаго творчества, не примѣняющагося непосредственно къ задачамъ идиографіи, окажется возможнымъ использовать въ идиографической работѣ; многія построенія придется откинуть, какъ не отвѣчающія требованіямъ идиографіи. Но тѣ построенія, которыя выдержать искусъ, будутъ претворены въ идиографическія путемъ указанія на время и мѣсто, независимо отъ того, какъ они были сложены. До этого же, хотя бы и складывались они специально ради цѣлей идиографическаго изслѣдованія, идиографическаго содержанія въ нихъ нѣтъ. Когда мы говоримъ, что, по переписи скота 1897 года, въ Баваріи имѣлось 376757 лошадей, 905916 овецъ и 1412579 свиней, то въ понятія лошади, овцы и свиньи не вносится ни на іоту больше конкретности, сложности и наглядности нежели съ ними связано, какъ съ зоологическими категоріями, а, съ другой стороны, мы нисколько не печалуемся о томъ, построены ли эти понятія специально для цѣли статистическаго учета скота или же выработаны научной или житейской мыслью въ иныхъ видахъ. То, что придаетъ утвержденію идиографической характеръ, лежитъ не въ особенностяхъ понятій, въ него входящихъ, а въ указаніи на Баварію и на 1897 годъ.

дѣйствительность, какъ она есть, за безнадежной неразрѣшимостью задачи? Не оказывается ли, такимъ образомъ, все построение номографической науки логически-бесодержательной игрой? Не трудно убѣдиться, что это не такъ. Предположеніе, что мы располагаемъ исчерпывающимъ знаніемъ номографическихъ соотношеній между явленіями, мѣняетъ въ корнѣ постановку проблемы идиографическаго изученія вселенной. Если извѣстны тѣ вѣчные законы, по которымъ происходитъ переходъ одной идиографической констелляціи въ другую, то функція идиографіи можетъ быть въ конечномъ счетѣ сведена къ изображенію состоянія вселенной въ одинъ какой-либо моментъ времени. Состояніе же любого угла вселенной въ любой иной моментъ можетъ быть постигнуто путемъ умозрительнымъ при помощи сопоставленія номографическихъ и идиографическихъ данныхъ: зная законы движенія небесныхъ тѣлъ, астрономъ по даннымъ касательно ихъ взаимнаго расположенія въ одинъ какой-либо моментъ вычисляетъ, какъ они расположатся въ будущемъ или располагались въ прошедшемъ. Это, съ одной стороны, упрощаетъ задачу идиографіи: устраняются тѣ элементы необозримости объекта идиографическаго изученія, которые вносятся безграничностью процесса мірового развитія во времени. Съ другой стороны, это открываетъ возможность планомѣрнаго сочетанія труда и постепеннаго движенія впередъ на пути идиографическаго познанія вселенной. Поскольку то, что имѣетъ мѣсто въ одинъ какой-либо моментъ, не связывается для насъ номографически съ тѣмъ, что будетъ имѣть мѣсто позднѣе или имѣло мѣсто ранѣе, идиографическая работа мысли бесплоднѣе работы Данаидъ; то, что ей удастся зарисовать изъ картины мірозданія для каждаго даннаго мгновенія, воспроизводитъ лишь ничтожно малую долю того, что въ этотъ моментъ свершается въ мірѣ; для ряда послѣдовательныхъ мгновеній эти обрывки знанія, не связывающіеся между собою, а лишь механически наслояющіеся другъ на друга, даютъ, вмѣсто движенія впередъ, неуклонно растущій дефицитъ. Прогрессъ идиографическаго знанія представляется въ такихъ условіяхъ невозможнымъ; разумъ обреченъ отставать въ объемѣ того, что имѣ

улавливается, отъ непрерывно умножающагося запаса того, что имъ должно было бы быть схвачено.

Напротивъ, въ предположеніи исчерпывающаго знанія номографическихъ соотношеній, каждый единичный актъ идиографической работы мысли приближаетъ насъ къ цѣли. Въ этихъ условіяхъ наблюденія, производимыя въ разное время, суммируются въ одну картину: привлекая на помощь „вѣчные законы“, мы ихъ приурочиваемъ къ одному и тому же времени, и для этого момента имъ можетъ быть подведенъ общій итогъ. Астрономъ не имѣетъ способовъ обозрѣть сразу картину расположенія всѣхъ свѣтилъ нашей солнечной системы; но, опираясь на знаніе законовъ, по которымъ дѣйствуютъ силы, приводящія свѣтила въ движеніе, онъ суммируетъ наблюденія, раздѣленные годами, десятилѣтіями и даже вѣками, и строитъ свои планетаріи такъ же увѣренно, какъ если бы онъ могъ окинуть взоромъ для любого момента времени размѣщеніе въ пространствѣ интересующихъ его тѣлъ.

Принципально проблема идиографическаго изученія вселенной на почвѣ исчерпывающаго знанія номографическихъ соотношеній представляется, такимъ образомъ, не болѣе безнадежною, нежели проблема построенія номографической науки. Въ примѣненіи къ идеалу номографическаго знанія, облакаемому, хотя бы, въ форму механической теоріи, мы можемъ построить соотвѣтствующій идеаль знаній идиографическихъ ¹⁾, и заполненіе рамокъ этой схемы конкретнымъ содержаніемъ не въ большей мѣрѣ превышаетъ силы человѣка нежели осуществленіе идеала номографическаго. Въ то же время, возможность приближенія къ идеалу идиографіи путемъ планомерно координированной работы научныхъ дѣятелей представляется не менѣе обезпеченною, нежели возможность движенія къ идеалу номографическому. Практически же оба идеала остаются лежать въ равно недосягаемой дали, и приходится, какъ тамъ, такъ и здѣсь, довольствоваться одною возможностью итти впередъ безъ надежды добраться когда-либо до конечной цѣли.

¹⁾ См. мою статью *Statistik als Wissenschaft*, S. 677—679.

Идиографическій идеаль состоялъ бы въ томъ, чтобы въ точности знать для каждаго момента времени все, что происходитъ въ любой точкѣ вселенной. Недостижимость его въ полномъ объемѣ побуждаетъ искать практичныхъ способовъ его частичнаго осуществленія: если мы лишены возможности слѣдить за всѣмъ, что происходитъ на свѣтѣ, то нельзя ли, хотя бы, съ достаточнымъ для нашихъ цѣлей приближеніемъ знать то изъ совершающагося, что представляетъ для насъ наибольшій интересъ ¹⁾? Такая подмѣна „всего“ въ опредѣленіи задачъ идиографіи тѣмъ, „что для человѣка наиболѣе интересно“, вносить въ построение науки субъективный моментъ отбора объектовъ изученія по ихъ важности ²⁾. Вмѣстѣ съ тѣмъ въ теорію науки проникаетъ внутренне ей чуждый критерій экономическаго расчета: взвѣшивание сравнительной цѣнности научнаго результата и размѣра потребныхъ для его достиженія затратъ умственной энергіи ³⁾.

¹⁾ Ср. *Sigwart*, *Logik*, Bd. II, S. 398: „Der Zweck der extensiven Vollständigkeit der Wahrnehmung in Raum und Zeit würde verwirklicht durch eine alles einzelne Wahrnehmbare nach seiner räumlichen und zeitlichen Ordnung umfassende Weltbeschreibung, welche sich als Katalog aller einzelnen Objecte und ihrer Veränderungen darstellte. Soweit diese erschöpfende Vollständigkeit der Beschreibung nicht möglich ist, tritt unter Voraussetzung einer vorhandenen Classification der Objecte als Ersatz die statistische Zählung gleichartiger Dinge und Vorgänge ein“.

²⁾ Къ этому сводится для меня Риккертское *Werthbeziehung*, какъ логическая основа идиографіи. Подробное изложеніе мотивовъ, по которымъ я признаю излишнею въ теоріи идиографіи категорію *allgemeingültige Kulturwerte*, лежащую въ основѣ Риккертскаго построения идиографіи,—см. мою статью *Statistik als Wissenschaft*, S. 681—687. Ср. также *Xénopol*, *La théorie de l'histoire*, p. 103—107; *Frischeisen-Köhler*, *Ueber die Grenzen*, S. 474—476, 480—481; *Einige Bemerkungen*, S. 318—319.

³⁾ Риккертъ вводитъ субъективный моментъ лишь въ теорію идиографическихъ наукъ. Между тѣмъ, по тѣмъ же самымъ основаніямъ и почти въ той же мѣрѣ, онъ опредѣляетъ собою фактически и построение наукъ номографическихъ (ср. *Frischeisen-Köhler*, *Ueber die Grenzen*, S. 480; *Хвостовъ*, Къ вопросу о задачахъ исторіи, стр. 811—814). Здѣсь этотъ моментъ лишь не такъ бросается въ глаза, благодаря сравнительной оторванности номографическихъ наукъ отъ запросовъ практической жизни. Развиваясь не подъ столь непосредственнымъ давленіемъ утилитарныхъ соображеній, номографическія дисциплины вырабатываютъ критеріи важности и интересности,

Первый изъ этихъ двухъ элементовъ экономическаго расчета выдвигаетъ задачу выясненія реальныхъ основъ того интереса, который человѣчество питаетъ къ идиографическому знанію. Вернемся, въ этихъ видахъ, къ примѣру мореплавателя, приближающагося къ угольной станціи, на которой должны быть пополнены запасы топлива. Что, собственно, интересуетъ его въ углѣ, хранящемся на станціи? Съ одной стороны, извѣстная совокупность физическихъ и химическихъ свойствъ угля, дѣлающая его подходящимъ для парохода топливомъ; съ другой стороны, то обстоятельство, что тѣло, обладающее этими свойствами, находится въ данное время какъ разъ въ данномъ мѣстѣ. Иныя свойства угля интереса не представляютъ: красота формъ отдѣльныхъ кусковъ, какъ уголь сложенъ, какъ и кѣмъ доставленъ, кѣмъ и когда извлеченъ изъ нѣдръ земныхъ,— все это моряку безразлично, поскольку не отражается на качествѣ угля, какъ топлива. Съ такого рода интересомъ къ углю сопоставимъ психологію любителя драгоценныхъ камней, созерцающаго знаменитый на весь свѣтъ брилліантъ,— съ химической точки зрѣнія, такой же кусокъ угля, какъ любой обломокъ кардифа. Все въ этомъ брилліантѣ для цѣнителя интересно; и детали формы, и окраска, и характеръ шлифовки, и вся исторія камня—кѣмъ онъ былъ найденъ, чью корону украшалъ вѣка тому назадъ, какъ мѣнялъ своихъ владѣльцевъ, какъ попалъ въ руки теперешняго обладателя. „Цвѣтокъ засохшій, безуханной, забытый въ книгѣ, вижу я; и вотъ уже мечтою странной душа наполнилась моя: гдѣ цвѣлъ? когда? какой весною? и долго-ль цвѣлъ? и сорванъ кѣмъ? чужой, знакомой ли рукою? и положенъ сюда зачѣмъ?... И живъ ли тотъ, и та жива ли? И нынче гдѣ ихъ уголокъ? Или уже они увяли, какъ сей невѣдомый цвѣтокъ?“ Характеръ интереса къ индивидуальному, выливающейся въ такія „мечты“, рѣзко отличенъ отъ

отвѣчающіе психологіи сравнительно тѣснаго кружка специалистовъ-ученыхъ и своею независимостью отъ оцѣнокъ „толпы“ симулирующіе высшую научную объективность; по существу своему эти критеріи базированы, однако, психологически, а не логически, какъ и тотъ расчетъ, который побуждаетъ насъ производить перепись лошадей и коровъ и не считать воробьевъ.

того отношенія къ дѣлу, съ какимъ мы встрѣчаемся у нашего моряка.

Сопоставимъ далѣе тотъ интересъ, который астрономъ питаетъ къ расположенію свѣтилъ на небѣ, съ тѣмъ, что побуждаетъ производить подсчетъ скота въ мѣстности, пораженной недородомъ кормовъ, или перепись вѣдковъ въ осажденномъ городѣ. Астрономъ стремится установитъ самымъ точнымъ образомъ положеніе cadaго свѣтила для любого момента времени; онъ не удовлетворится указаніемъ на то, что невооруженнымъ глазомъ въ нашихъ широтахъ можно видѣть на небѣ столько-то звѣздъ, что кругомъ солнца обращается восемь большихъ планетъ, что у земли одинъ спутникъ, а у Юпитера ихъ нынѣ насчитываютъ восемь и т. п. Онъ требуетъ, чтобъ были съ точностью даны координаты каждой звѣзды и каждой планеты для любого момента времени. Напротивъ, при переписи скота насъ несколько не интересуесть знать, гдѣ, именно, находится каждая корова и каждый жеребенокъ. Данныя приурочиваются къ сравнительно широкимъ территоріальнымъ границамъ. Сколько коровъ въ уѣздѣ, въ волости или селеніи—вотъ что спрашивается; вопроса же о геодезическомъ опредѣленіи тѣхъ точекъ земной поверхности, гдѣ помѣщаются эти коровы, или о вычисленіи уравненій движенія ихъ по выгонамъ и улицамъ села не ставится: эти элементы идиографической картины представляются несущественными съ точки зрѣнія тѣхъ интересовъ, во имя которыхъ производится изслѣдованіе въ данномъ случаѣ.

Обобщая приведенные примѣры, мы можемъ свести къ тремъ основнымъ типамъ различныя формы интереса къ идиографіи. Интересъ можетъ сосредоточиваться на конкретномъ образѣ изучаемаго объекта во всемъ неисчерпаемомъ богатствѣ его характерныхъ чертъ и его „личной исторіи“. Но своеобразіе объекта можетъ и не стоять въ центрѣ вниманія: интересъ можетъ фиксироваться лишь на нѣкоторыхъ свойствахъ объекта, общихъ ему со многими иными, и приурочиваться къ положенію объекта во времени и пространствѣ. Интересъ къ положенію можетъ, въ свою очередь, носить характеръ „географическаго“—или

общѣе, топографическаго—и цѣнить возможно точное указаніе координатъ пространства и времени каждаго изъ разсматриваемыхъ объектовъ изученія, но можетъ также пренебрегать, помимо своеобразія объектовъ, и точностью данныхъ касательно ихъ мѣстонахожденія, принципиально довольствуясь указаніемъ на сравнительно широкія рамки времени и пространства ¹⁾),—интересъ „статистическій“. Интересъ историка къ личности и дѣятельности Бисмарка и интересъ статистика къ числу жителей Пруссіи въ 1871 году; интересъ географа къ границѣ лѣса въ Альпахъ или къ положенію на картѣ Германіи важнѣйшихъ центровъ германской текстильной промышленности и интересъ статистика къ количеству десятинъ подъ лѣсомъ и подъ лугами въ кантонѣ Граубюнденъ или къ числу веретенъ, занятыхъ въ нѣмецкой прядильной индустріи,—число иллюстрацій могло бы быть умножено, но врядъ ли въ этомъ есть надобность: различіе выдѣленныхъ нами трехъ типовъ ²⁾ интереса къ идиографическому знанію достаточно ярко бросается въ глаза.

VIII.

„Статистическій“ интересъ къ идиографическому знанію предопредѣляетъ своими особенностями логическое строеніе тѣхъ идиографическихъ дисциплинъ, которыя ставятъ зада-

¹⁾ Ср. *Sigwart, Logik, Bd. II, S. 400—401.*

²⁾ Анализъ психологіи интереса къ индивидуальному могъ бы, разумѣется, не останавливаться на различеніи этихъ трехъ типовъ. Но для цѣлей настоящаго изслѣдованія нѣтъ нужды углубляться далѣе въ этомъ направленіи: достаточно отгнѣнить наличность, наряду съ интересомъ къ своеобразію индивидуальнаго, тѣхъ двухъ формъ интереса, которыя выше обозначены, какъ интересъ географическій и интересъ статистическій. Важность выдѣленія этихъ двухъ типовъ для теоріи идиографической науки обусловливается тѣмъ, что, отбрасывая принципиально помышленія объ изображеніи индивидуальнаго во всей его необъятной сложности и картинности, они даютъ готовые логическіе шаблоны для схематизированія дѣйствительности, для идиографической „стилизации“ ея.

чею дать ему удовлетвореніе ¹⁾. Опуская въ объектахъ, на которыхъ онъ сосредоточивается, всѣ присущія имъ своеобразныя черты, кромѣ немногихъ, и не гонясь за точными данными о положеніи каждаго изъ нихъ въ отдѣльности, статистическій интересъ выдвигаетъ впередъ не единичный объектъ, а „совокупность“ ²⁾. Отдѣльная лошадь статисти-

¹⁾ На вопросъ о возможности положить въ основу самостоятельной группы идиографическихъ дисциплинъ первый изъ выдѣленныхъ выше трехъ типовъ интереса, равно какъ на проблемахъ, которыя вырастаютъ для дисциплинъ „географическихъ“ изъ характера выпадающей на ихъ долю задачи (см. любопытную статью *Готтля*, *Umriss einer Theorie des Individuellen*), я не буду останавливаться. Для цѣлей настоящаго изслѣдованія представляется существеннымъ лишь выдѣленіе того цикла идиографическихъ проблемъ, который входитъ въ кругъ задачъ статистики.

Во избѣжаніе недоразумѣній не лишнее, быть можетъ, оговориться, что раздѣленію идиографическихъ проблемъ на статистическія и географическія ни въ коей мѣрѣ не отвѣчаетъ дѣленіе объектовъ идиографическаго интереса: это классификація не предметовъ, а точекъ зрѣнія. Городъ Москва, какъ поселеніе, лежащее на рѣкѣ Москвѣ подъ 55° 45' сѣв. широты и 55° 14' вост. долготы, входитъ въ „географію“. Та же Москва, какъ одинъ изъ большихъ городовъ Европы, отойдетъ къ „статистикѣ“.

Классификаціи логическихъ точекъ зрѣнія не воспроизводитъ, разумѣется, во всей строгости и фактическое строеніе отдѣльныхъ научныхъ дисциплинъ: при изложеніи разныя точки зрѣнія постоянно сплетаются. Въ учебникѣ описательной астрономіи глава о планетахъ будетъ, напримѣръ, вести изложеніе приблизительно такъ: планетами называютъ въ системѣ небесныхъ тѣлъ, имѣющей одно центральное солнце, тѣ свѣтила, которыя обращаются непосредственно кругомъ солнца; въ нашей солнечной системѣ насчитываютъ восемь большихъ планетъ и болѣе двухъ сотъ малыхъ; большія планеты это Юпитеръ, Уранъ, Нептунъ и т. д. Первое изъ этихъ утвержденій не носитъ идиографическаго характера; второе имѣетъ статистическое содержаніе; третье подготавливаетъ переходъ къ „географическому“ описанію нашей солнечной системы. Соображенія практическаго удобства, обуславливающія распредѣленіе матерьяла по разнымъ „наукамъ“, не многимъ болѣе считаются съ логическими точками зрѣнія нежели распредѣленіе наукъ по „кафедрамъ“ или кафедръ по „факультетамъ“. Логическія дѣленія не утрачиваютъ, однако, отъ этого своего значенія, какъ не мѣняется содержанія политическая экономія въ зависимости отъ того, приурочивается ли она къ философскому факультету, какъ въ большинствѣ нѣмецкихъ университетовъ, или къ юридическому, какъ у насъ и кое-гдѣ въ Германіи.

²⁾ Въ нѣмецкомъ языкѣ для обозначенія этого понятія утвердился терминъ *Gesamtheit*, изобрѣтенный Кнаппомъ, — см. *Кнапп*, *Ermittelung der Sterblichkeit*, S. 6: „Der Ausdruck „Gesamtheit“ ist neu, aber gewiss ver-

ка не интересуется,—будь то хоть многотысячный жеребецъ, видъ котораго приводитъ въ трепеть и умиленіе завсегда-тая скачекъ: его интересуютъ лишь „лошади“ такого-то уѣзда, губерніи, государства. Корабль Dreadnought къ статистикѣ не имѣетъ касательства: предметомъ изученія статистики является лишь совокупность кораблей, „флотъ“. Сколько объектовъ даннаго рода насчитывается въ рамкахъ, болѣе или менѣе широко намѣченныхъ, времени и пространства,—вотъ форма, въ которую выливается въ статистикѣ постановка вопросовъ. „Категорическое исчисленіе“, по извѣстному выраженію Журавскаго,—вотъ форма, которую принимаютъ ея отвѣты.

Объединяя отдѣльные объекты для изученія въ группы и сосредоточивая вниманіе исключительно на получающихся „совокупностяхъ“, статистическая точка зрѣнія создаетъ своеобразныя логическія формы знанія. Роль организующихъ знаніе кадровъ, которую въ традиціонной логикѣ играютъ родовыя понятія, выпадаетъ здѣсь на долю понятій групповыхъ. Въ различіи этихъ двухъ категорій логика долгое время по возникновеніи статистическихъ дисциплинъ не могла разобраться. Статистическія изслѣдованія, замѣчаетъ Ренишъ, оцѣнившій однимъ изъ первыхъ всю оригинальность статистическихъ категорій, „внесли въ науку нѣчто такое, что было дотолѣ совершенно terra incognita, что не только не подвергалось ранѣе научному изслѣдованію, но о самомъ существованіи чего совсѣмъ не подозрѣвали: свойства совокупностей“¹⁾. „И по сейчасъ еще даже отдаленно не даютъ себѣ отчета, до какой степени ново то, что въ изслѣдованіяхъ смертности предстало передъ человѣческой наукой. Вѣдь ново было въ нихъ не только то, что съ самаго начала почитали за новое: ихъ конкретное содержаніе. Знаніе, которое давалось этими изслѣдованіями, было ново и своеобразно также по своему общему формальному характеру;

ständig und, wie wir sehen werden, von grossem Nutzen“. Русскій языкъ общепринятымъ терминомъ не располагаетъ, но слово „совокупность“, предложенное для передачи Кнаппова термина *Андреевымъ* (О таблицахъ смертности, стр. 25, 27), имѣетъ, повидному, шансы войти въ употребленіе.

¹⁾ *Rehnsch*, E. Halley, S. 1385.

оно было иное нежели то, на какомъ выработались традиціонныя логическія воззрѣнія и общепринятая ученія о формальномъ характерѣ и общемъ строѣ того, что мы имеемъ нашимъ „знаніемъ“ ¹⁾).

Встрѣтившись съ этими новыми формами знанія, представители логики, естественно, склонны были первое время къ тому, чтобы попытаться втиснуть ихъ въ привычныя рамки ученія объ образованіи общихъ понятій. Въ связи съ невниманіемъ къ различію между номографическимъ и идіографическимъ направленіями научной работы, это вело къ крайне запутаннымъ, а частью и къ запутывающимъ построеніямъ. Разницы въ характерѣ утвержденій, что чловѣкъ смертенъ, съ одной стороны, и что средняя продолжительность жизни современнаго англичанина равняется 43 съ половиною годамъ, съ другой, нельзя было не видѣть. Но въ чемъ собственно состоитъ эта разница, схватить не удавалось. Проблема отчетливой формулировки ея осложнялась, въ особенности, тѣмъ, что между свойствомъ каждаго англичанина въ отдѣльности быть смертнымъ и свойствомъ англичанъ, какъ совокупности, обладать нѣкоторою среднею продолжительностью жизни есть несомнѣнная внутренняя связь: если бы люди не были всѣ смертны, то и о средней продолжительности жизни людскихъ поколѣній или иныхъ совокупностей людей не могло бы быть рѣчи. „Всякая совокупность (напримѣръ: народъ, населеніе)“—указываетъ Ренишъ ²⁾—„слагается изъ множества индивидуумовъ (напримѣръ: людей). И нерѣдко дѣло обстоитъ такъ, что совокупность (населеніе) не обладала бы нѣкоторымъ свойствомъ А, если бы индивидуумы (люди), которые въ томъ или иномъ числѣ образуютъ совокупность, не обладали, въ свою очередь, опредѣленнымъ свойствомъ *m*“. Такого рода соотношенія между понятіями были дотолѣ логикѣ чужды. „Традиціи было извѣстно знаніе, пріурочивающееся къ любому представителю рода въ той же мѣрѣ, какъ ко всякому иному;

1) *Rehnsch*, E. Halley, S. 1539. Ср. *Кустяковскій*. Категорія возможности, стр. 382.

2) *Rehnsch*, E. Halley, S 1384.

но знаніе, которое приурочивалось бы къ совокупности, не являясь одновременно знаніемъ касательно индивидуумовъ, ей не было вѣдомо“¹⁾. „О томъ, что вообще можно располагать знаніемъ о совокупности людей, не являющимся въ то же время знаніемъ объ отдѣльныхъ людяхъ, не было еще никакого представленія; и въ голову не приходило, что, если въ составъ совокупности P входятъ представители рода H , то есть еще глубокая разница между родовымъ понятіемъ H и этимъ P (и даже не только этимъ P , но и P вообще)“²⁾. Въ результатъ, между свойствомъ индивидуума и опирающимся на него свойствомъ совокупности индивидуумовъ различія не дѣлалось, а порою такъ даже оба покрывались однимъ именемъ: „смертность“ англичанъ разсматривалась какъ явленіе того же порядка, что и свойство единичнаго англичанина быть смертнымъ. Между тѣмъ „они далеки другъ отъ друга, какъ небо отъ земли“³⁾. „Не о человѣкѣ—ни о конкретномъ, ни объ отвлеченномъ, ни о типическомъ—умножается или исправляется наше знаніе, когда, какъ то дѣлаетъ статистика, средняя продолжительность жизни опредѣляется въ тридцать съ лишнимъ лѣтъ; объектомъ, о которомъ мы получаемъ свѣдѣнія, какими раньше не располагали, являются при этомъ того рода совокупности, что мы называемъ поколѣніями,—обширныя толпы ровесниковъ, разсматриваемыя какъ одно цѣлое“⁴⁾.

Просматривая принципиальное различіе между отношеніемъ групповаго понятія къ охватываемымъ „совокупностью“ индивидуумамъ и отношеніемъ понятія родового къ входящимъ въ его объемъ единичнымъ представителямъ рода⁵⁾,

1) *Rehnsch*, E. Halley, S. 1407—1408.

2) *Rehnsch*, E. Halley, S. 1408.

3) *Rehnsch*, E. Halley, S. 1385.

4) *Rehnsch*, E. Halley, S. 1381.

5) Въ томъ отношеніи, въ какомъ къ родовому понятію коровы стоятъ отдѣльные экземпляры коровъ, стоятъ къ групповому понятію стада отдѣльныя стада; отношеніе же отдѣльныхъ коровъ стада къ групповому понятію „стадо“ не имѣетъ себѣ аналогіи въ сферѣ понятій родовыхъ. Это обстоятельство упускаетъ изъ вида *Орженцкій*, когда, упрекая меня въ „навязываніи совокупностямъ, въ качествѣ основного критерія, признака времени и мѣста“, вовсе несоотвѣтствующаго „ихъ природѣ“, указываетъ, что „сово-

теорія статистической науки оказывалась не въ состояніи уловить дѣйствительный характеръ разницы между знаніемъ

купности могутъ имѣть не больше ідиографическаго значенія, чѣмъ родовыя группы“ и совѣтуетъ „претворить совокупность въ единое абстрактное понятіе, параллельное родовому“ (см. рецензію на мои Очерки, стр. 31—32). Самъ Орженцкій слѣдующимъ образомъ изображаетъ этотъ параллелизмъ въ своей работѣ о „сводныхъ признакахъ“: при образованіи общихъ понятій мы объединяемъ нѣсколько или много объектовъ въ одну группу по сходству въ одномъ или нѣсколькихъ отношеніяхъ (стр. 3); если при этомъ выдѣляемые въ общее понятіе сходные признаки, общіе всѣмъ взятымъ объектамъ, достаточны для познанія группы, то они называются типическими, образуемое изъ нихъ понятіе — типомъ, а группа объединенныхъ этимъ понятіемъ объектовъ—типической группой (стр. 4); если же отвлекаемые признаки, „не исчерпываютъ собою всѣхъ признаковъ, которые представляются намъ важными для познанія соответствующихъ объектов“, то, „такого рода общіе отвлекаемые отъ отдѣльныхъ объектовъ признаки, но недостаточно ихъ характеризующіе, мы называемъ нетипическими, а образуемую ими группу объектовъ—собирающей группой“ (стр. 5).

При такомъ изображеніи, дѣйствительно, обнаруживается полный параллелизмъ. Но соответствуетъ ли оно тому, какъ складывается процессъ образованія родовыхъ и групповыхъ понятій на дѣлѣ, и даетъ ли сколько-нибудь удовлетворительное представленіе о роли групповыхъ понятій въ системѣ нашихъ знаній? Развѣ на пути образованія родового понятія объединеніе „нѣсколькихъ или многихъ“ конкретныхъ объектовъ въ одну группу составляетъ необходимый логическій этапъ? И развѣ же — поскольку сопоставленіе конкретныхъ объектовъ играетъ психологически нѣкоторую роль въ процессѣ отвлеченія—объемъ родового понятія стоитъ въ какомъ-нибудь отношеніи къ такой случайной группѣ его представителей? Или Орженцкій не раздѣляетъ традиціоннаго ученія, что объемъ родовыхъ понятій неопредѣленно широкъ? Развѣ, съ другой стороны, для образованія групповаго понятія лѣса или стада мы отвлекаемъ черты, общія всѣмъ входящимъ въ „лѣсъ“ деревьямъ или всѣмъ составляющимъ „стадо“ животнымъ, приравнивая ихъ суммѣ содержаніе понятія?

Посмотримъ теперь, въ какой мѣрѣ конструкція Орженцкаго содѣйствуетъ выясненію логическихъ функций групповаго понятія. Если „выдѣленный признакъ (или признаки) даетъ достаточное или почти достаточное для извѣстныхъ цѣлей познаніе группы объектовъ, объединенныхъ даннымъ признакомъ или признаками“, то передъ нами „типъ или родовое понятіе“ и родовая группа; если же „отвлеченіе одного или нѣсколькихъ признаковъ, хотя и характеризуетъ образуемую этимъ отвлеченіемъ группу объектовъ, но въ степени менѣе или совсѣмъ недостаточной для цѣлей познанія“, то передъ нами собирающая группа (стр. 4—5);—таковы опредѣленія Орженцкаго. Отмѣтимъ, прежде всего, что тѣ „извѣстныя цѣли“, съ точки зрѣнія которыхъ рѣшается, имѣемъ ли мы дѣло съ родовымъ понятіемъ или съ со-

статистическимъ и знаніемъ нестатистическимъ. Между тѣмъ, не считается съ наличностью разницы она не могла. Въ результатѣ, вмѣсто того, чтобы признать статистическое знаніе за знаніе иного рода, его признавали за знаніе того же ха-

бирательнымъ, остаются извѣстными лишь автору: читатель не узнаетъ о нихъ ничего. Вмѣстѣ съ тѣмъ остается неуловимою для читателя грань между „достаточнымъ или почти достаточнымъ“ познаніемъ и познаніемъ, „менѣе или совсѣмъ недостаточнымъ“, и въ опредѣленіяхъ Орженцкаго онъ не находитъ критерія для распознаванія въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ, родовое или групповое понятіе передъ нимъ. Совокупность признаковъ, отвѣчающихъ понятію золота, достаточна для цѣлей познанія, по мнѣнію Орженцкаго (стр. 4). А если мы выдѣлимъ лишь часть этихъ признаковъ, напримѣръ, желтый цвѣтъ, то будетъ ли взятый признакъ достаточенъ или нѣтъ и будетъ ли понятіе „желтое тѣло“ родовымъ или групповымъ? Это смотря по обстоятельствамъ,—склоненъ былъ бы, повидимому, отвѣтить на такой вопросъ Орженцкій. Если въ желтыхъ тѣлахъ насъ интересуется только цвѣтъ, то взятый нами признакъ достаточенъ и группа типична; если же мы обратимъ вниманіе „на индивидуальныя признаки входящихъ въ группу предметовъ, рассматривая типичныя признаки лишь какъ моментъ, объединяющій отдѣльныя объекты въ общую собирательную группу“ (стр. 6—7), то для познанія того, чѣмъ желтыя тѣла отличаются другъ отъ друга, одного общаго имъ всѣмъ признака цвѣта будетъ недостаточно, и группа окажется собирательною. Такой отвѣтъ содержащимся въ немъ отказомъ отъ объективации антитезы типичнаго и нетипичнаго ставитъ Орженцкаго на правильный путь. Къ сожалѣнію, Орженцкій не дѣлаетъ дальнѣйшихъ шаговъ по этому пути: на—нѣсколько неожиданномъ въ его системѣ—признаніи, что „типичныя группы становятся собирательными, если мы обращаемъ вниманіе на индивидуальныя признаки входящихъ въ группу предметовъ“, анализъ обрывается, и Орженцкій не останавливается даже на такихъ, казалось бы, неизбежно возникающихъ вопросахъ, какъ слѣдующіе: да что же, собственно, побуждаетъ насъ выдѣлять данныя признаки въ общее понятіе, если ихъ не достаточно для цѣлей познанія? почему мы либо не выдѣлимъ большаго, „достаточнаго“ числа ихъ, либо — въ случаѣ, если объединяемые въ одну группу объекты большимъ числомъ общихъ признаковъ не обладаютъ,—не откажемся вовсе отъ объединенія столь несъютныхъ единицъ въ одну совокупность? Если бы Орженцкій поставилъ эти вопросы и далъ себѣ на нихъ ясный отвѣтъ, то онъ и убѣдился бы, что проводимая имъ параллель между групповыми и родовыми понятіями не столько выясняетъ, сколько затемняетъ дѣйствительное логическое содержаніе тѣхъ и другихъ и что безъ привнесения „признака времени и мѣста“, (безъ котораго, къ слову сказать, не обходится, въ концѣ концовъ, и Орженцкій—см. „Сводныя признаки“, стр. 9—11), невозможенъ переходъ отъ неопредѣленно широкаго объема родовой „группы“ къ неизбежно—можно сказать: конститутивно—опредѣленному составу „совокупности“.

рактера, но второго сорта, менѣ доброкачественное, не достовѣрное, а лишь вѣроятное¹⁾. Не въ томъ, казалось, дѣло, что средняя продолжительность жизни, не говоря непосредственно о свойствахъ каждаго отдѣльнаго англичанина, характеризуетъ лишь націю, какъ одно цѣлое. Выводя эту среднюю,—полагали,—мы такъ же идемъ къ опредѣленію содержанія общаго понятія „англичанинъ“, какъ въ томъ случаѣ, когда, сопоставляя между собою отдѣльныхъ представителей собачьей породы, выдѣляемъ то общее, что даетъ понятіе собаки. Если бы всѣ англичане были одинаковы, если бъ они были вполнѣ тождественно построены физиологически и проживали въ совершенно сходныхъ условіяхъ, то продолжительность жизни одного изъ нихъ съ полной точностью равнялась бы продолжительности жизни остальныхъ, и мы обычнымъ путемъ могли бы внести этотъ штрихъ въ образъ англичанина, не нуждаясь ни въ статистическомъ учетѣ, ни въ выводѣ среднихъ. Но люди не одинаковы; одинъ живетъ долго, другой умираетъ въ утробѣ матери. Не имѣя возможности разбить всю ихъ пеструю массу на вполнѣ однородныя группы, для которыхъ продолжительность жизни была бы столь же опредѣленною величиною, какъ число позвонковъ или зубовъ, мы вынуждены прибѣгать къ менѣ опредѣленной характеристикѣ интересующаго насъ свойства, — къ средней. Низшее научное достоинство такой средней характеристики заключается въ томъ, что она не можетъ быть съ полною увѣренностью распространяема на единичныхъ представителей понятія. Зная, что у взрослога человѣка тридцать два зуба, мы увѣренно рассчитываемъ найти у каждаго представителя рода человѣческаго, именно, столько зубовъ а не тридцать три или тридцать. Зная же, что средній ростъ англичанина равняется X сантиметрамъ, мы будемъ лишь съ извѣстною вѣроятностью ожидать, что

¹⁾ Ср. *Rehnsch*, E. Halley, S. 1390—1391: просматривая, что „was wirklich an Wissen hier vorliegt, nicht ist ein Wissen von demjenigen Object, auf welches sich sonst, insbesondere auch im gewöhnlichen Leben, unsere Gedanken über Leben und Sterben beziehen“, теоретикъ приходитъ къ выводу, „als habe man es über Leben und Sterben hier mit einem Wissen nicht von einem anderen Object, sondern von anderer Qualität, von minderer Güte zu thun“.

измѣреніе роста случайно встрѣченнаго англичанина дастъ ровно X сантиметровъ, и не удивимся, если вмѣсто точнаго значенія средней получится при этомъ величина, лишь болѣе или менѣе къ ней приближающаяся. Въ такомъ приближенномъ, вѣроятномъ характерѣ знанія, получаемаго путемъ статистическаго учета, и заключается его особенность.

Въ подобной формулировкѣ традиціонное ученіе объ особенностяхъ „статистическаго образованія понятій“ является мало плодотворнымъ, такъ какъ не даетъ удобной почвы для методологическихъ построеній, но не представляется само по себѣ зловреднымъ. Оно чревато, однако, для статистической теоріи весьма печальными послѣдствіями. Въ своемъ развитіи оно приводитъ къ тому, что разница въ характерѣ знанія, имѣющаго дѣло съ групповыми понятіями, и знанія, выливающагося въ формы понятій родовыхъ, ставится въ связь не съ точкою зрѣнія на явленія, а съ различіями въ самихъ явленіяхъ. Въ природѣ типиченъ единичный случай. Изучаемыя явленія здѣсь сравнительно просты, и для построенія родовыхъ понятій довлѣетъ обычный порядокъ обобщенія. „Физикъ, который наблюдаетъ, какъ капля ртути замерзаетъ при температурѣ—40 градусовъ Цельсія, не можетъ сомнѣваться въ томъ, что всякая другая капля того же металла всегда и вездѣ замерзнетъ при той же температурѣ“ ¹⁾. „Когда зоологъ на основаніи одного ряда наблюденій изображаетъ, какъ славка строитъ гнѣзда, какъ высиживаетъ яйца, какъ кормитъ птенцовъ, то онъ увѣренъ, что дастъ намъ изображеніе типичнаго явленія“ ²⁾. Напротивъ, тамъ, гдѣ мы имѣемъ дѣло съ человѣкомъ, единичныя явленія настолько сложны и пестры, что, сколько ни сопоставляй ихъ, общаго понятія не отвлечешь, и въ изученіи челоуѣческаго общежитія приходится, скрѣпя сердце, становиться на менѣе надежный путь статистическаго учета.

Такое приуроченіе характерныхъ отличій статистическихъ способовъ научной работы къ особенностямъ челоуѣческаго общежитія, какъ объекта познанія, имѣло своимъ послѣд-

¹⁾ *Gabaglio*, Teoria generale della Statistica, vol. II, p. 54.

²⁾ *Rümelin*, Zur Theorie der Statistik, S. 213.

ствіемъ, съ одной стороны, пренебрежительное отношеніе логиковъ къ проблемамъ статистической методологіи: ихъ своеобразіе, представлялось, имѣть не общее, а техническое значеніе; оно диктуется характеромъ матерьяла и столь же мало заслуживаетъ мѣста въ общей теоріи науки, какъ, напримѣръ, теорія микроскопической техники. Съ другой стороны, это отрывало статистику отъ естествознанія и препятствовало проникновенію приѣмовъ, выработанныхъ на матерьялѣ обществовѣдѣнія, въ область изученія аналогичныхъ проблемъ природовѣдѣнія. Въ результатѣ страдала и логика и общая теорія статистики, и страдали отдѣльныя дисциплины, имѣющія дѣло съ статистическими методами работы.

Въ настоящее время ученіе о типичности явленій природы и нетипичности явленій человѣческаго общежитія можетъ быть признано окончательно отжившимъ ¹⁾. Естественныя науки цорвали съ вѣрою въ возможность строить при всякихъ условіяхъ общій выводъ на единичномъ наблюденіи, какъ на типичномъ. Физикъ, который вздумалъ бы слѣдовать совѣту статистиковъ и, подмѣтивъ, что вода закипѣла одинъ разъ при 100 градусахъ Цельсія, сталъ бы утверждать,

¹⁾ Ср. *Борткевичъ*, Задачи и концепціи, стр. 348: Явное несочувствіе Чупрова къ этой конструкціи* (именно, къ конструкціи Рюмелина и другихъ нѣмецкихъ теоретиковъ, исходящихъ при опредѣленіи задачъ статистики изъ противопоставленія типичнаго нетипичному или индивидуальному) „основательно . . . , поскольку ее связывали съ представленіемъ, будто явленія природы по существу типичны, а явленія человѣческаго общежитія по существу нетипичны“. Для меня непонятно, какъ Борткевичъ, несмотря на такое признаніе, находитъ возможнымъ примыкать къ этой конструкціи въ опредѣленіи идиографическихъ задачъ статистики (см. Задачи и концепціи, стр. 348). Если разорвать связь съ антитезой „природа—человѣческое общежитіе“, то что же остается въ антитезѣ „типичное — нетипичное“ имѣющаго хоть тѣнь касательства къ опредѣленію задачъ статистическаго описанія? Развѣ же статистическому счету подвергаются исключительно—или хотя бы преимущественно—объекты нетипическіе? Статистика подсчитываетъ интересующіе насъ объекты, ни мало не заботясь о томъ, сходны эти объекты въ остальныхъ отношеніяхъ, кромѣ тѣхъ, что служатъ основаніемъ для отнесенія ихъ къ одной „категоріи“, или нѣтъ, — типичны они или индивидуальны. Будь всѣ новорожденные младенцы одного пола схожи другъ съ другомъ, какъ двѣ капли воды, это ни на юту не убавляло бы интереса къ знанію ихъ числа и не избавляло бы отъ необходимости ихъ учета.

что всегда и вездѣ вода будетъ кипѣть при этой температурѣ, заслужилъ бы не меньшія насмѣшки, нежели статистикъ, который обнаружилъ бы склонность полагать, что каждый англичанинъ обреченъ умереть въ возрастѣ 43 съ половиною лѣтъ. „Несостоятельность старыхъ методовъ зоологической систематики, твердо вѣровавшей въ то, будто можно путемъ наблюденія одного или немногихъ, такъ называемыхъ типическихъ или нормальныхъ, представителей вида или расы установить характерные признаки этого вида или этой расы, можетъ быть признана окончательно доказанной“¹⁾—пишетъ, на примѣръ, Гейнке въ своемъ замѣчательномъ введеніи къ „Естественной исторіи сельдя“. Современная зоологія „въ корень порвала съ шаблонной догмой, учившей, будто характеръ группы можетъ быть познанъ путемъ изслѣдованія отдѣльныхъ типическихъ представителей. На мѣсто ея сталъ единственно вѣрный руководящій принципъ, гласящій: изученію должны быть неизмѣнно подвергаемы въ большомъ числѣ представители изслѣдуемаго вида“. И примѣненіе этихъ новыхъ точекъ зрѣнія приводитъ того же Гейнке къ открытію среди сельдей расъ долихоцефалическихъ и брахицефалическихъ, столь же рѣзко различныхъ между собою, какъ расы людскія²⁾. Кому неизвѣстно знаменитое изреченіе Кювье, что хорошій знатокъ законовъ строенія животныхъ организмовъ по одной кости можетъ возстановить весь скелетъ? Мысль эта—указываетъ Пирсонъ³⁾—„was idle in 1812 and is only a very partial truth to day“⁴⁾.

1) *Heincke*, *Naturgeschichte des Herings*, Teil I, S. XIII.

2) *Heincke*, *Naturgesch. des Herings*, Teil I, S. XXVII; ср. *Кауфманъ*, *Теорія статистики*, стр. 40.

3) *Pearson*, *The Grammar of science*, p. 401.

4) Въ какой мѣрѣ традиціонное противопоставленіе типичныхъ явленій природы нетипичнымъ явленіямъ жизни человѣческой затрудняетъ отчетливую постановку логическихъ и, въ частности, методологическихъ проблемъ, яркимъ тому свидѣтельствомъ можетъ служить слѣдующее разсужденіе *Б. Кустяковскаго*, одного изъ крайне немногихъ теоретиковъ, выдвигающихъ на должное мѣсто групповое понятіе, какъ самостоятельное орудіе познанія истины. „Gewöhnlich meint man, dass in den Naturwissenschaften unter Umständen auch ein einzelner Fall genügt, um einen Schluss zu ziehen, wel-

Первыми эманципировались отъ предрасудка, будто внѣ области человѣческихъ отношеній каждый единичный случай типиченъ, антропология и метеорология. Трудами, преимущественно, Больцмана „статистическая“ точка зрѣнія, внесенная въ нѣкоторые отдѣлы физики Максвелломъ, завоевала себѣ видное мѣсто въ теоретической физикѣ. Постепенно статистическіе методы проникли въ область экспериментальной

cher denselben Werth hat, wie eine durch Induktion gewonnene Erkenntniss. Das trifft aber psychologisch nicht, zu, wenn die Frage den Menschen näher berührt. Als der Neanderthalschädel gefunden wurde, wollte die deutsche anthropologische Schule und an ihrer Spitze Virchow eine so niedrige Menschenrasse nicht anerkennen und erklärte das betreffende Individuum für einen pathologischen Fall. Sie wurde in ihren Ansichten nicht erschüttert, als man in England die drei Speaschädel, welche zu demselben Typus gehören, entdeckt hatte. Ein ähnlicher wissenschaftlicher Streit wiederholte sich vor kurzem nach der Entdeckung des Pythecanthropusschädels... Man kann sagen, dass auch in den naturwissenschaftlichen Ueberlegungen, wenn sie den Menschen betreffen, der Rechtssatz gilt, welcher in dem Sprichwort „einmal ist keinmal“ ausgedrückt wird, während sonst z. B. in der Paleontologie für die Tiere ein einziger Knochen genügt um die ganze untergegangene Species zu rekonstruieren“ (Gesellschaft und Einzelwesen, S. 137, Anmerkung 3). Начиная, какъ должно, съ указанія на психологическій интересъ для человѣка, какъ основу нетипичности и въ объектахъ естествознанія (ср. *Кауфманъ*, Теорія статистики, стр. 40), Кистяковскій, подъ влияніемъ привычныхъ ассоціаций, подставляетъ затѣмъ человѣка уже не какъ субъекта, а какъ объектъ познанія,—антитеза типичнаго въ звѣрѣ и нетипичнаго въ человѣкѣ.

Для оцѣнки той путаницы понятій, которая обычно связывается съ антитезою типичнаго и нетипичнаго, существенно отмѣтить, что въ приводимыхъ примѣрахъ постоянно смѣшиваются три разныхъ проблемы, въ которыхъ эта антитеза играетъ далеко не одинаковую роль: 1) идиографическая проблема реконструкціи цѣльнаго образа конкретнаго индивидуума по отрывочнымъ о немъ даннымъ (скелета даннаго животнаго по одной кости, несохранившейся вазы по найденному черепку, разбитой статуи по уцѣлѣвшему обломку и т. д.); 2) идиографическая же проблема сужденія о всей совокупности по единичному или немногимъ ея представителямъ (по одному черепу о всѣхъ черепахъ данной человѣческой расы, по немногимъ выхваченнымъ на удачу селеніямъ о движеніи количества скота во всей странѣ) и, наконецъ, 3) номографическая проблема права на заключеніе по одному эксперименту, что *A* причина *a*. Лишь въ примѣненіи ко второй изъ указанныхъ проблемъ обычная концепція типичнаго имѣетъ нѣкоторыя основанія; по отношенію же къ двумъ другимъ, постоянно въ изложеніи къ ней примѣшивающимся, понятіе типическаго должно быть въ корнѣ перестроено, дабы служить пособіемъ, а не помѣхою въ работѣ.

психологіи и, наконецъ, въ теченіе послѣдняго десятилѣтія передъ ними открылось новое широкое поле приложенія въ наукахъ біологическихъ. Держаться въ настоящее время взгляда, будто характеръ статистическаго метода связанъ въ какой-либо мѣрѣ съ особенностями человѣка и человѣческаго общежитія, какъ предметовъ изученія, можетъ лишь статистикъ, который не слѣдитъ за движеніемъ научной мысли внѣ области своей спеціальности ¹⁾. Объединеніе отдѣльныхъ явленій въ совокупности диктуется не особенностями матерьяла, а цѣлями изученія,—тѣми точками зрѣнія, съ которыми статистикъ подступаетъ къ изслѣдуемымъ объектамъ. Являясь, какъ мы видѣли, однимъ изъ приемовъ идиографической работы, гдѣ они отвѣчаютъ „статистическому“ интересу къ познанію индивидуальнаго, групповыя понятія несутъ въ то же время важныя номографическія функціи. Образование совокупностей и выводъ среднихъ представляютъ этапъ, чрезъ который проходитъ и номографическое изслѣдованіе на пути къ установленію вѣчныхъ законовъ. Выясненіе идиографическихъ и номографическихъ функцій групповыхъ понятій ²⁾ и опи-

1) Чрезвычайно назидательны въ этомъ отношеніи новыя теоріи въ наукѣ лѣсоводства, разсматривающія лѣсъ, какъ сообщество, исходящія изъ признанія древесныхъ растений за растенія общественныя, учитывающія вліяніе „борьбы за существованіе и другихъ соціальныхъ моментовъ“ на жизнь лѣса и видящія одну изъ своихъ основныхъ задачъ въ изученіи „коллективной или общественной жизни древесныхъ растений“ и въ уразумѣніи той „закономѣрности, которой подчинены не только біологія индивидуумовъ, но и біологическія явленія совмѣстной жизни этихъ индивидуумовъ“ (см. *Морозовъ*, Ученіе о типахъ насажденій, стр. 33 — 34). Сходство въ основныхъ точкахъ зрѣнія между этой наукой о лѣсѣ и наукой о человѣческомъ обществѣ настолько глубоко, и въ то же время методологическія проблемы получаютъ здѣсь настолько болѣе простую и ясную постановку, что социологи, интересующіеся теоріей своей науки, найдутъ въ современной наукѣ о лѣсѣ, поистинѣ, незамѣнимый матеріалъ для размышленій и сопоставленій.

2) Не лишено поучительности, что и въ логикѣ математическихъ наукъ начинается пробуждаться интересъ къ „совокупностямъ“, какъ самостоятельной логической категоріи, при чемъ вниманіе, разбуженное новыми математическими построеніями, открываетъ сходныя проблемы и въ областяхъ, давно знакомыхъ: „Il importe de remarquer“—пишетъ, напримѣръ, *Couturat* (*Revue de métaphysique*, t. XII, p. 213 со ссылкой на *Peano*, *Revue de Mathématiques*, T. VI, p. 97)—„que le nombre cardinal est la propriété d'une classe con-

рающееся на него построение наиболее целесообразных приемов образования и использования „совокупностей“ и составляют основную задачу логической теории статистики, для которой настоящие „Очерки“ пытаются расчистить почву путем анализа ряда вопросов, своею невыясненностью затрудняющих ныне систематическое построение статистической теории.

IX.

Въ основѣ идиографической науки лежитъ, какъ мы видѣли, знаніе номографическихъ соотношеній: связывая то, что есть, съ тѣмъ, что было, и съ тѣмъ, что будетъ, номографическое знаніе открываетъ возможность научной систематизации обрывковъ идиографической картины вселенной, улавливаемыхъ непосредственнымъ воспріятіемъ. На процессѣ номографической интерпретаціи перехода послѣдовательныхъ идиографическихъ констелляцій одной въ другую, дающемъ основу для идиографической науки, необходимо остановиться съ нѣкоторою подробностью, такъ какъ ни самый характеръ его, ни логическія особенности тѣхъ его разновидностей, которыя играютъ преимущественную роль въ построении статистической теории, не представляются въ достаточной мѣрѣ выясненными.

Когда въ теории науки поднимается вопросъ объ установлении причинной зависимости между явлениями, вниманіе сосредоточивается обычно на номографической сторонѣ задачи. Рѣчь ведется о томъ, какъ добираться до вѣчныхъ законовъ причинной связи. Проблема имѣетъ, однако, и свою идиографическую сторону. Въ Парижѣ въ тифозную эпидемію 1894 года не весь городъ въ равной мѣрѣ былъ пораженъ эпидеміей. Разница была обусловлена тѣмъ, что нѣкоторыя части города получали изъ водопровода воду преимущественно изъ одного, зараженнаго, ис-

siderée comme un tout, comme un objet, et non pas des objets individuels qui la composent. Quand on dit des apôtres qu'ils sont douze, on ne peut pas en conclure que chacun des apôtres pris individuellement est douze“.

точника ¹⁾. Доказать, что дѣло, именно, въ этомъ,—задача, несомнѣнно, на установленіе причинно-зависимости, но эта проблема существенно отличается отъ задачи доказать, что распространеніе тифа стоитъ вообще въ связи съ качествами питьевой воды. Въ городѣ Берлинѣ число самоубійць, лишившихъ себя жизни путемъ вдыханія удушливыхъ газовъ, равнялось въ 1877—80 гг. въ среднемъ за годъ 20; въ 1881—85 гг. число это стояло на уровнѣ трехъ случаевъ въ годъ. Приводя паденіе числа въ связь съ изданнымъ въ 1880 году полицейскимъ распоряженіемъ касательно устройства печныхъ заслонокъ ²⁾, мы устанавливаемъ причинную зависимость между явленіями, но, очевидно, что это логическая проблема иного рода, нежели изслѣдованіе общихъ законовъ, которымъ подчиняется сравнительная частота самоубійствъ при помощи тѣхъ или иныхъ способовъ лишенія себя жизни. Общая теорія приливовъ и отливовъ и объясненіе высоты и времени прилива въ такой-то день такого-то года въ данномъ мѣстѣ равно имѣютъ дѣло съ установленіемъ причинно-зависимостей, но разница между двумя задачами бросается въ глаза.

Не приводя дальнѣйшихъ примѣровъ, дадимъ общую формулировку различія двухъ проблемъ. Въ одномъ случаѣ дѣло идетъ о томъ, чтобы раскрыть неизвѣстные дотолѣ общіе и вѣчные законы причинной зависимости между явленіями. Въ другомъ случаѣ задача сводится къ тому, чтобъ, опираясь на уже открытые общіе законы, „объяснить“ единичное событіе, — показать, что дѣйствіе вѣчныхъ законовъ обуславливаетъ необходимость перехода идиографической констелляціи предшествующаго момента, предполагаемой, въ свою очередь, извѣстною, въ ту картину, какую являетъ

¹⁾ Ср. *Westergaard*, Die Lehre von der Mortalität, S. 464: въ частяхъ города, получающихъ воду источника Vapne, смертность отъ тифа равнялась 2,54 на 10000 населенія; въ частяхъ города, получающихъ воду изъ источниковъ Dhuys и Vapne, смертность равнялась 1,71; въ частяхъ города съ водою изъ источниковъ Avre и Vapne смертность равнялась 0,99; въ частяхъ съ водою источника Dhuys смертность была 0,89; въ частяхъ съ водою Avre смертность была 0,84.

²⁾ Ср. *Krose*, Die Ursachen der Selbstmordhäufigkeit, S. 67.

подлежащее объясненію событіе. Мы „объясняем“ наступленіе солнечнаго затменія въ опредѣленный день и часть, указывая на то, что законы движенія небесныхъ свѣтилъ изъ тѣхъ, намъ извѣстныхъ, положеній, которыя земля, солнце и луна занимаютъ въ нѣкоторый моментъ времени, приводятъ ихъ ко времени затменія въ такія мѣста орбитъ, гдѣ луна заслоняетъ для земли солнце. Видя на небѣ радугу, мы объясняемъ ее ссылкой на физическіе законы распространенія свѣта и психо-физиологическіе законы функционированія глаза, съ одной стороны, и на фактическое расположеніе солнца и глаза, равно какъ на присутствіе въ воздухѣ капельно-жидкихъ частицъ воды, съ другой. Въ одномъ случаѣ передъ нами номографическая проблема раскрытія неизвѣстныхъ общихъ законовъ; въ другомъ — идиографическая задача прагматическаго (употребляя слово въ его старомъ смыслѣ, знакомомъ статистикамъ изъ исторіи науки) ¹⁾ изображенія единичнаго событія.

¹⁾ См. опредѣленіе *Фаллати* (Einleitung, S. 59—60), блестяще заключающее собою вѣковой споръ о томъ, должна ли статистика ограничиваться однимъ констатированіемъ фактовъ или обязана, сверхъ того, входить и въ разсмотрѣніе причинно-зависимостей: „Daher ist es das Causalitätsverhältniss der einzelnen Zustände, welches nach dieser Seite hin den Gegenstand der Statistik ausmacht... Hierdurch wird die Statistik... zur pragmatischen Statistik“; въ такомъ изображеніи причинной обусловленности единичныхъ явленій, а отнюдь не въ томъ, чтобы „in das innere Wesen der Erscheinungen einzudringen“ и „die ewigen Gesetze des Wechsels der Erscheinungen zu erforschen“, и состоитъ задача статистики. Характерное различіе отношенія номографіи и идиографіи къ проблемѣ уловленія причинныхъ связей схвачено въ этихъ словахъ съ полною точностью.

Изъ числа предшественниковъ по опредѣленію понятія прагматической статистики, поминяемыхъ Фаллати на стр. 61, заслуживаетъ быть отмѣченнымъ *Gatterer*, который, дѣйствительно, въ своемъ *Ideal einer allgemeinen Weltstatistik* даетъ на стр. 15 вполне точное опредѣленіе: задача прагматической статистики „den gegenwärtigen Zustand eines Staates aus dem vergangenen Zustand begreiflich zu machen“. Напротивъ, разсужденія *Schlözer'a* о прагматической статистикѣ (*Theorie der Statistik*, S. 85—86) поражаютъ своей наивностью. Не удачна и формулировка въ статьѣ *Мальхуса*, на которую Фаллати также ссылается.

На дальнѣйшее развитіе статистики Фаллати вліянія не имѣлъ. Характерно, что даже Кнись, несмотря на обычную ясность мысли, не въ состояніи схватить различія двухъ проблемъ каузальнаго анализа и цитату изъ Фаллати сопровождаетъ рѣзкимъ выпадамъ противъ прагматизма, логическое со-

Основная форма прагматическаго изложенія сводится къ тому, что указывается съ возможною точностью положеніе и состояніе единичныхъ объектовъ въ начальный моментъ времени и затѣмъ обнаруживается, какія перемѣны дѣйствіе извѣстныхъ намъ „законовъ“ должно внести въ нихъ въ дальнѣйшемъ. Точное знаніе положенія и скоростей всѣхъ свѣтилъ въ нѣкоторый моментъ времени позволяетъ астроному прагматически слѣдить за ихъ движеніемъ, поскольку ему извѣстны законы дѣйствія тѣхъ силъ, которыми свѣтила приводятся въ движеніе. Зная форму, массу, положеніе и скорость падающаго тяжелаго тѣла въ нѣкоторый моментъ времени и зная сверхъ того свойства среды, въ которой оно движется, мы можемъ прагматически рассказать весь процессъ его паденія и дать полный отчетъ въ томъ, почему оно придетъ въ соприкосновеніе съ повѣрхностью земли въ опредѣленный моментъ времени и ударится объ нее съ опредѣленною силою. Предположимъ, что это тяжелое тѣло—зерно града въ проходящей надъ полемъ тучѣ: нашъ прагматическій рассказъ объяснить въ такомъ случаѣ дѣйствіе, которое производитъ, падая на поле, эта, именно, конкретная градинка. Давая аналогичнымъ образомъ отчетъ въ движеніи каждой иной крупинки града и суммируя затѣмъ ихъ дѣйствіе, мы объяснимъ во всѣхъ деталяхъ и ту картину опустошенія, которую являетъ поле послѣ того, какъ надъ нимъ прошла градовая туча.

Эта форма прагматическаго изложенія является логически основною, и принципиально ею можно было бы довольствоваться, такъ какъ она отвѣчаетъ всѣмъ запросамъ, могущимъ быть предъявленными къ прагматическому объясненію явле-

держаніе котораго отъ Книса ускользаетъ. (Ср. *Knies*, Die Statistikalselbstständige Wissenschaft, S. 64—65). У позднѣйшихъ же представителей науки, въ гипнозѣ естественно-научныхъ методовъ работы, совершенно затушевывается то ясное представленіе о прагматизмѣ, какъ своеобразномъ логическомъ типѣ разсмотрѣнія происходящихъ въ мірѣ явленій, съ которымъ мы встрѣчаемся у Фаллати.

Своеобразіе идиографической постановки проблемы установленія причинно-зависимостей отчетливо охарактеризовано у *Xénopol*, La théorie de l'histoire, p. 132—133; ср. *Хвостовъ*, Къ вопросу о задачахъ исторіи, стр. 815.

ній. Но она ставитъ къ способностямъ человѣческаго разума требованія, рѣдко выполнимыя, и, въ то же время, нерѣдко безъ нужды высокія. Индивидуальное дѣйствіе каждой отдѣльной крупинки града насъ, собственно, вѣдь не интересуетъ: мы желаемъ дать себѣ отчетъ лишь въ итогѣ суммарнаго дѣйствія ихъ всѣхъ, взятыхъ какъ одно цѣлое. Къ этому мы клонимъ разсужденіе и тогда, когда разсматриваемъ каждую градинку въ отдѣльности. Естественно, возникаетъ вопросъ: нельзя ли къ той же цѣли итти иными путями? Разъ насъ интересуетъ результатъ лишь суммарный, а не интересуютъ детали, то нельзя ли ограничиться и въ качествѣ исходной точки разсужденій суммарными же данными? Нѣсколько несложныхъ примѣровъ покажутъ намъ, что такое упрощенное объясненіе, дѣйствительно, часто заступаетъ мѣсто полнаго.

Мы высыпаемъ въ рѣшето изъ мѣшка горохъ и начинаемъ встряхивать рѣшето. За всѣми скачками отдѣльныхъ горошинъ мы слѣдить не въ состояніи. Тѣмъ не менѣе, окончательный результатъ предпринятаго нами просѣванія не возбуждаетъ сомнѣній: по истеченіи нѣкотораго времени въ рѣшетѣ останется только крупный горохъ, мелкія же горошины, за немногими, быть можетъ, исключеніями, просѣются, и нужный намъ отборъ будетъ выполненъ съ достаточною степенью точности. Золотопромышленникъ пускаетъ на кучу золотоноснаго песка сильную струю воды. Опять таки, мы не слѣдимъ за тѣми перемѣщеніями, которыя толчками этой струи сообщаются отдѣльнымъ песчинкамъ и отдѣльнымъ зернамъ золота, но не сомнѣваемся въ томъ, что въ окончательномъ результатѣ золото будетъ отдѣлено отъ песка и осядетъ въ приспособленномъ для того помѣщеніи. Съ другой стороны, сыпая вмѣстѣ для приготовленія полосканья соль съ содою, мы смѣшиваемъ ихъ путемъ перетряхиванія, и результатъ намъ ясенъ, хотя мы и не даемъ себѣ отчета въ движеніяхъ единичныхъ кристалловъ. И не только въ логикѣ обыденной жизни мы встрѣчаемся съ примѣрами подобнаго суммарнаго объясненія, не считающагося съ тѣми единичными процессами, которые въ своей совокупности даютъ интересующій насъ результатъ.

Въ наиболѣе разработанныхъ областяхъ теоретической физики мы имѣемъ дѣло съ тѣмъ же способомъ разсужденія, и въ настоящее время наблюдается сильное теченіе въ сторону обоснованія всей физической теоріи на такой основѣ: кинетическая теорія газовъ даетъ, на примѣръ, полное объясненіе закона Бойля-Мариотта, какъ результата безконечно сложныхъ перемѣщеній безконечно многочисленныхъ частицъ газа, несмотря на то, что не представляется возможнымъ прослѣдить конкретныя перемѣщенія отдѣльныхъ частицъ въ предѣлахъ содержащаго ихъ сосуда. И даже въ тѣхъ случаяхъ, когда можно было бы дать себѣ отчетъ въ единичныхъ слагаемыхъ интересующаго насъ итога, мы можемъ предпочесть сберечь ненужную затрату силъ на эту сложную работу, если есть возможность сокращеннымъ путемъ притти прямо къ суммарному выводу. Предположимъ, что насъ интересуеетъ знать, какъ часто встрѣчаются нули въ десятомъ знакѣ логарифмовъ. Ничто не мѣшаетъ намъ рѣшать эту задачу путемъ вычисленія каждаго логарифма въ отдѣльности для произвольно длиннаго ряда послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ. Но допустимъ, что логарифмы намъ ни для какихъ иныхъ цѣлей не надобны. Ясно, что въ такихъ условіяхъ мы предпочтемъ не выполнять этихъ выкладокъ, если можно безъ нихъ получить сразу интересующій насъ выводъ, что нуль встрѣчается приблизительно въ одной десятой числа случаевъ. Разумѣется, мы можемъ пойти на сокращенное доказательство лишь при условіи, что существуютъ достаточно обоснованные приемы такихъ упрощенныхъ рѣшеній. Но что подобныя приемы должны быть,—въ томъ порукою широкое распространеніе въ практической жизни опирающихся на нихъ способовъ расчета ¹⁾).

Тѣсная внутренняя связь этой формы прагматическаго изложенія съ статистическою постановкою идиографическаго изслѣдованія, ограничивающейся, какъ мы видѣли, такою же суммарною картиною явленій, выдвигаетъ проблему логическаго обоснованія приемовъ установленія причинныхъ соот-

1) Ср. *H. Bruns*, *W—rechnung und K—lehre*, S. 8.

ношеній не между единичными явленіями, а непосредственно между ихъ совокупностями на видное мѣсто въ теоріи статистики ¹⁾).

Х.

Точка зрѣнія экономического расчета выгодъ и пожертвованій, проникая въ идиографическую науку, захватываетъ ее своими обѣими сторонами: необходимость взвѣшивать сравнительную цѣнность получаемыхъ результатовъ побуждаетъ не стремиться къ исчерпывающей полнотѣ знанія, а, напротивъ, отказываясь отъ менѣ важнаго, довольствоваться тѣми упрощенными картинами дѣйствительности, которыя отвѣчаютъ географическому и статистическому „стилю“ въ изображеніи ея; въ то же время необходимость считаться съ размѣрами пожертвованій, потребныхъ для достиженія результата, вноситъ въ идиографическую науку чуждый номографіи критерій длительности улавливаемыхъ научнымъ изслѣдованіемъ соотношеній. Наука номографическая стремится познать вѣчное; длительное для нея не существуетъ. Принципіально и наука идиографическая могла бы не считаться съ „длительностью“. Останется ли та констелляція, которая уловлена для нѣкоторого момента времени, безъ перемѣнъ въ теченіе вѣковъ или, напротивъ, измѣнится черезъ мгновеніе, это, съ точки зрѣнія интереса къ явленію, несущественно: перепись населенія въ быстро растущемъ и мѣняющемъ свою демографическую физіономію городѣ представляетъ статистическій интересъ не меньшій, нежели перепись въ оторванномъ отъ міра уголкѣ съ стаціонарнымъ населеніемъ. Притомъ, схватываемая идиографическимъ изслѣдованіемъ картина того, что есть, представляетъ значе-

¹⁾ Ср. *John*, Statistik und Probabilität, S. 29: „Sind derartige abstracte Kollektiva oder Massenerscheinungen als Gedankendinge überhaupt qualifiziert, eine Kausalität aufzuweisen ähnlich jener ihrer konkreten Elemente? Das ist die Kardinalfrage nicht nur der Statistik als Wissenschaft, sondern der Sozialwissenschaft überhaupt. ...Die Frage nach dem Verhältnis der Statistik zur Probabilität hängt hiemit auf's engste zusammen“.

ніе не только сама по себѣ; она важна также, какъ опорная точка для познанія того, что будетъ и что было. Она открываетъ возможность слѣдить за дальнѣйшимъ развитіемъ явленій, опираясь на номографическія данныя. Земля и луна ни на мгновеніе не сохраняютъ своего мѣста въ пространствѣ; однако, это не препятствуетъ астроному слѣдить за ихъ путями и съ полною точностью знать въ каждый моментъ, гдѣ, именно, онѣ находятся. Не все ли равно, остается ли зарисованная идиографическимъ изслѣдованіемъ картина безъ перемѣнъ или, закономѣрно развиваясь, принимаетъ съ теченіемъ времени иныя очертанія, разъ намъ извѣстны законы этихъ перемѣнъ и мы можемъ безпрепятственно слѣдить за ихъ ходомъ?

Если не считается съ ограниченностью человѣческихъ силъ и съ необходимостью расчетливо ихъ использовать, приведенныя соображенія неоспоримы. Дѣйствительной структурѣ наукъ, созидаемыхъ упорнымъ трудомъ человѣка, они, однако, не соотвѣтствуютъ. Мы, прежде всего, не располагаемъ исчерпывающимъ номографическимъ знаніемъ, и прагматическое прослѣживаніе процесса развитія идиографическихъ отношеній представляется, въ силу этого, далеко не всегда выполнимымъ. Но даже тамъ, гдѣ мы могли бы дать прагматическій отчетъ въ переходѣ одной идиографической констелляціи въ другую, мы нерѣдко останавливаемся передъ затратою энергіи, если задача слишкомъ сложна. Астрономъ слѣдить за движеніями планетъ, кометъ и прочихъ небесныхъ тѣлъ. Но какой колоссальной счетной работы это требуетъ и на сколько было бы дѣло проще, если бы всѣ свѣтила были прикрѣплены къ своимъ мѣстамъ на небосводѣ! Въ томъ случаѣ, когда въ идиографической картинѣ въ теченіе нѣкотораго промежутка времени не происходитъ перемѣнъ, мы цѣною затраты труда на ея фиксированіе приобретаемъ знаніе, которое безъ добавочныхъ хлопотъ говоритъ намъ и о томъ, что будетъ въ дальнѣйшемъ, и о томъ, что было ранѣе. Для явленій же измѣнчивыхъ мы тотъ же результатъ покупаемъ лишь цѣною дополнительнаго расхода умственной энергіи. Между описаніемъ поверхности бушующаго моря и описаніемъ рельефа горной цѣпи для идиогра-

фической науки нѣтъ разницы. Но въ первомъ случаѣ научный результатъ, отвѣчая картинѣ моря въ данное мгновеніе, уже не соотвѣтствуетъ дѣйствительности въ слѣдующій мигъ, и требовалась бы непомѣрная затрата труда, — даже въ предположеніи, что законы колебаній морской поверхности намъ въ точности извѣстны, — чтобы учитывать ежесекундныя перемѣны въ рельефѣ водной поверхности. Напротивъ, давъ подробное описаніе горной цѣпи, мы можемъ успокоиться на долгое время въ увѣренности, что вершина Монблана, какъ нынѣ есть, такъ и останется на многіе годы наивысшею точкою Европы, а долина Рейна не измѣнитъ существенно своихъ контуровъ. Предположимъ, что знакомство съ рельефомъ Чернаго моря и знакомство съ рельефомъ прилегающихъ къ нему степей представляютъ для насъ, сами по себѣ, одинаковую важность и что трудности фиксированья рельефа въ обоихъ случаяхъ равны. Ясно, что въ такихъ условіяхъ, если надо выбирать, то самый элементарный расчетъ заставитъ воздержаться отъ затраты труда на полученіе эфемерной картины морской поверхности.

Моментъ длительности, выдвигающійся на видное мѣсто въ общей теоріи идіографической науки, получаетъ особое значеніе въ примѣненіи къ той вѣтви идіографіи, которая носитъ имя статистики. Онъ лежитъ въ основѣ логической классификаціи тѣхъ групповыхъ понятій, въ которыя статистика выливаетъ результаты своихъ изслѣдованій.

Между единичными явленіями, объединяемыми въ статистическую совокупность, можетъ не быть фактическаго взаимодѣйствія: они объединяются нами по произвольнымъ критеріямъ ради цѣлей изслѣдованія и не стоятъ другъ съ другомъ въ реальной связи. Когда всеобщая перепись населенія 27 января 1897 года сообщаетъ намъ, что въ Европейской Россіи насчитывается 168682 мальчика въ возрастѣ отъ 2 до 3 мѣсяцевъ, то въ одну группу объединяются грудные младенцы, въ дѣйствительной жизни ничѣмъ другъ съ другомъ не связанные. Въ основу образованія групповаго понятія полагается при этомъ не наличность какихъ бы то ни было реальныхъ отношеній между объединяемыми единицами, а обладаніе извѣстнымъ признакомъ, подобно тому какъ обра-

зование общаго понятія „собаки“ не опирается на предположеніе, будто между отдѣльными представителями собачьей породы существуютъ реальныя отношенія болѣе близкія, нежели между собаками и не-собаками.

Такимъ искусственнымъ совокупностямъ могутъ быть противопоставлены совокупности реальныя ¹⁾, создаваемая самою жизнью ²⁾. Между грудными младенцами Европейской Россіи нѣтъ иной связи, кромѣ той, что порождается нашими статистическими таблицами; деревья въ лѣсу стоятъ въ прочныхъ взаимоотношеніяхъ другъ къ другу и образуютъ нѣчто единое, независимо отъ того, подвергаются они объединенію въ групповое понятіе или нѣтъ.

Разница между этими двумя типами совокупностей бросается въ глаза. Но дать точную формулировку логическаго содержанія понятія реальной совокупности представляется задачею не легкою. Кистяковскій усматриваетъ его въ наличности взаимодѣйствія (*Wechselwirkung*) между входящими въ совокупность единицами. Солнечная система или лѣсъ представляютъ изъ себя *Kollektivwesen* ³⁾. Напротивъ, „einen Holzstoss, eine Pyramide von Kugeln oder einen Sandhaufen kann man nicht als Kollektivwesen betrachten, trotzdem sie reale Einheiten im Raume bilden, und wir sie unserer räumlichen Wahrnehmung nach als Einzeldinge auffassen können. Zwischen ihren Bestandtheilen finden keine realen Beziehungen statt, ihre Einheiten bestehen in blosser Addition, und deshalb müssen

1) Для обозначенія этихъ двухъ видовъ совокупностей *Кистяковскій*, много потрудившійся надъ выясненіемъ ихъ разницы, употребляетъ въ своей нѣмецкой работѣ термины *Kollektivbegriff* и *Kollektivding* (или *Kollektivwesen*). Термины эти представляются вполне удачными каждый въ отдѣльности, но, вмѣстѣ взятые, они неудобны для характеристики той антитезы, о которой идетъ рѣчь, такъ какъ противопоставленіе „вещи“ „понятію“ въ своей обычной постановкѣ съ нею не покрывается. Притомъ эти термины даже въ нѣмецкомъ языкѣ не обладаютъ устойчивостью: Рюмелинъ, напримеръ, приурочиваетъ терминъ *Kollektivbegriff* къ обозначенію совокупностей того вида, который у *Кистяковского* обозначается какъ *Kollektivwesen*. Въ русскомъ же языкѣ сколько-нибудь общепринятаго термина, соответствующаго *Kollektivding*, не имѣется.

2) Ср. *Rümelin*, Zur Theorie der Statistik, S. 271—272.

3) *Kistiakowski*, Gesellschaft und Einzelwesen, S. 131.

wir sie als einfache Summen betrachten“¹⁾). Однако, на приводимыхъ самимъ Кистяковскимъ примѣрахъ не трудно убѣдиться, что признака Wechselwirkung еще недостаточно для отличенія реальныхъ совокупностей отъ совокупностей иного порядка. Солнечная система представляетъ, по мнѣнiю Кистяковскаго, реальную совокупность, а куча песку нѣтъ. Но развѣ между отдѣльными песчинками не дѣйствуютъ тѣ же самыя силы взаимнаго притяженія, что связываютъ въ реальную совокупность и тѣла нашей солнечной системы?

Въ чемъ, съ интересующей насъ точки зрѣнiя, лежитъ разница между солнечной системой и кучею песка, показываетъ съ ясностью слѣдующiй примѣръ. Въ солнечную систему, какъ реальную совокупность, мы вводимъ центральное солнце, обращающiяся кругомъ солнца планеты и спутниковъ этихъ планетъ, но мы не включаемъ въ нее кометъ, проносящихся чрезъ ту часть мiрового пространства, гдѣ расположены тѣла нашей солнечной системы. Между тѣмъ, въ то время, когда комета находится въ ея предѣлахъ, между нею и остальными элементами системы устанавливается такое же взаимодѣйствiе, какъ между землею, солнцемъ, юпитеромъ и т. д. Разница лишь въ томъ, что силы взаимодѣйствiя, связывающiя землю съ солнцемъ, привязываютъ землю къ солнцу прочно, тогда какъ комета пересѣчетъ этотъ уголъ мiрозданiя и, выйдя изъ сферы солнечнаго притяженiя, унесется вдаль съ тѣмъ, чтобы, быть можетъ, никогда уже къ солнцу не вернуться. По той же причинѣ и кучу песка мы не признаемъ совокупностью реальной: взаимодѣйствiе между отдѣльными частицами ея есть, но оно не носитъ такого характера, чтобъ обезпечивать длительно принадлежность частицъ къ одной совокупности; дуновенiя

¹⁾ *Kistiakowski*, Gesellschaft und Einzelwesen, S. 133: „полѣяицу дровъ, пирамиду изъ шаровъ или кучу песка нельзя разсматривать какъ коллективное существо, хотя они и обладаютъ въ пространствѣ реальнымъ единствомъ и наши пространственныя воспрiятiя позволяютъ намъ представлять ихъ какъ единыя вещи. Между ихъ составными частями нѣтъ реальныхъ взаимоотношенiй, онѣ объединяются простымъ сложенiемъ, и, въ силу этого, мы вынуждены видѣть здѣсь только суммы“.

вѣтра достаточно, чтобъ нарушить связь и разсѣять песчинки по лицу земли. По тѣмъ же основаніямъ мы въ атомистической теоріи строенія матеріи, сводящей всѣ реальныя тѣла къ „совокупностямъ“ частицъ, рассматриваемъ какъ „коллективныя вещи“ твердыя тѣла, сила сцѣпленія между частицами которыхъ значительна, такъ что длительность совмѣстнаго существованія частицъ представляется обезпеченною, и не рассматриваемъ какъ „вещи“ тѣлъ жидкихъ и газообразныхъ.

Не включая въ понятіе реальной совокупности болѣе точныхъ указаній на характеръ взаимодѣйствія между единицами, Кистяковскій чрезмѣрно расширяетъ объемъ понятія. Съ другой стороны, онъ безъ нужды сужаетъ его содержаніе, внося требованіе, чтобы входящія въ совокупность единицы были однородныя или сходныя, — analoge (S. 131), gleichartige (S. 128). Мотивировать это требованіе Кистяковскій не считаетъ необходимымъ; онъ вводитъ его мимоходомъ, какъ самоочевидное. Онъ говоритъ, на примѣръ, о томъ, что „къ обществу, какъ къ таковому, могутъ быть причислены лишь люди подобно тому, какъ въ лѣсѣ входятъ лишь деревья“ ¹⁾. Между тѣмъ, это требованіе далеко не представляется безспорнымъ. Оставляя въ сторонѣ запутанныя категоріи обществовѣдѣнія, посмотримся внимательнѣе, какъ къ болѣе простому примѣру, къ приводимому Кистяковскимъ въ качествѣ рѣшающаго аргумента понятію „лѣса“. Точно ли въ лѣсѣ входятъ только деревья? Развѣ не входятъ въ него—и не только въ данный конкретный лѣсъ, но и въ понятіе лѣса, какъ реальной совокупности—кусты, трава и т. п. вплоть до фауны лѣса. Когда мы говоримъ о краснолѣсѣ и о чернолѣсѣ, развѣ мы мыслимъ лишь деревья? Вносимое Кистяковскимъ ограниченіе противорѣчитъ обычному словоупотребленію и не имѣетъ подъ собою теоретической почвы. Взаимодѣйствіе между деревомъ и деревомъ не болѣе, а, пожалуй, даже менѣе тѣсное нежели

¹⁾ *Kistiakowski, Gesellschaft und Einzelwesen, S. 128: „Zur Gesellschaft als solcher können nur die Individuen oder das Menschenmaterial überhaupt gerechnet werden, ebenso wie den Wald nur Bäume ausmachen“.*

между деревомъ и примыкающимъ къ нему кустомъ или растительнымъ покровомъ почвы у его подножья. Съ другой стороны: что въ этомъ требованіи однородности единицъ, входящихъ въ совокупность, слѣдуетъ, собственно, понимать подъ однородностью? Почему два дерева представляются однородными единицами, а дерево и кустъ или дерево и трава нѣтъ? Сходства между березою и елью не болѣе нежели между березою и кустомъ орѣшника или между елью и можжевельникомъ.

Отбрасывая ¹⁾, такимъ образомъ, какъ лишенное почвы и въ то же время слишкомъ расплывчатое, требованіе однородности единицъ, входящихъ въ совокупность, я за основу опредѣленія понятія реальной совокупности принимаю наличность между отдѣльными единицами, въ нее входящими, такого рода взаимодѣйствія, которое способно обезпечить длительное существованіе совокупности ²⁾.

Логическое своеобразіе реальной совокупности, какъ

¹⁾ Я не могу также присоединиться къ мнѣнію *Кистяковскаго*, будто единичный объектъ, входя въ реальную совокупность, совершенно перерождается. „Es kann keinem Zweifel unterliegen, dass die Einzelnen in einem kollektiven Ganzen ihr Wesen vollständig verändern; sie sind anders geworden als sie vorher waren und können nicht mehr getrennt existieren“ (S. 133). Не представляется ли это преувеличеніемъ? Разумѣется, взаимодѣйствіе, которое устанавливается между отдѣльными единицами реальной совокупности, вносить въ нихъ нѣкоторыя перемѣны. Земля, если бы не находилась подъ дѣйствіемъ солнечнаго притяженія, двигалась бы по иному; если бы оторвалась отъ земли луна, это отразилось бы на приливахъ и отливахъ и т. д. Но земля осталась бы землею и не перестала бы существовать и въ томъ случаѣ, если бы болѣе мощный сосѣдъ, нежели солнце, увлекъ ее въ свою орбиту или отбилъ у нея луну. Робинзонъ, выброшенный со всѣми своими свойствами, полученными имъ, безспорно, въ взаимодѣйствіи съ обществомъ, на необитаемый островъ, живетъ тамъ, конечно, по иному, нежели въ Англіи, но жить-то продолжаетъ.

Оговорюсь, что мои возраженія не затрагиваютъ социологическихъ выводовъ *Кистяковскаго*. Мое опредѣленіе понятія *Kollektivwesen* заставляетъ лишь отвергнуть тотъ способъ аргументаціи, которымъ получены нѣкоторыя изъ нихъ.

²⁾ Ср. *Sigwart, Logik, Bd. II, S. 256 ff.* Не лишено интереса отмѣтить, что длительность составляетъ не только логическую, но и психологическую основу понятія „вещи“, и при томъ не только „коллективной вещи“, но и вещи вообще.

объекта научнаго изслѣдованія, выдвигаетъ на очередь цѣлый рядъ идиографическихъ и номографическихъ проблемъ. Важнѣйшею изъ ихъ числа представляется теоретическое освѣщеніе основного свойства реальной совокупности, — ея устойчивости, способности сохранять въ теченіе болѣе или менѣе продолжительнаго времени свой составъ и свои характерныя черты. Какого рода комбинація обстоятельствъ—идиографическихъ и номографическихъ—потребна для того, чтобы соотношенія между входящими въ совокупность единицами не мѣнялись существенно съ теченіемъ времени? Лишь отчетливый отвѣтъ на этотъ вопросъ можетъ дать ключъ къ логическимъ и, въ частности, методологическимъ задачамъ, связаннымъ съ изученіемъ реальныхъ совокупностей.

Сходный вопросъ возникаетъ и по отношенію къ совокупностямъ, не имѣющимъ характера реальныхъ. Длительность нѣкоторыхъ соотношеній между входящими въ составъ совокупности единицами наблюдается и въ примѣненіи къ нимъ. Между младенцами, умирающими въ теченіе календарнаго года на первомъ году жизни, нѣтъ реальной связи; однако, совокупность ихъ обладаетъ тѣмъ немѣняющимся отъ года къ году свойствомъ, что около двухъ третей младенцевъ принадлежитъ къ числу родившихся въ томъ же календарномъ году, а одна треть приходится на поколѣніе предшествовавшаго года. Совокупность младенцевъ, появляющихся на свѣтъ въ теченіе года, не носитъ характера реальной; между тѣмъ, отношеніе числа мальчиковъ среди новорожденныхъ къ числу дѣвочекъ остается приблизительно на одной высотѣ въ теченіе длиннаго ряда лѣтъ.

Въ нѣкоторыхъ случаяхъ не представляетъ трудности разобраться въ обстоятельствахъ, порождающихъ длительность. Тѣла солнечной системы остаются, напримѣръ, несмотря на непрерывныя перемѣщенія, неизмѣнно одни и тѣ же, въ силу извѣстныхъ намъ законовъ ихъ движеній, дающихъ для ихъ орбитъ замкнутыя (эллиптическія) формы: понятно, что при этомъ число планетъ или спутниковъ остается безъ перемѣнъ. На поѣздѣ желѣзной дороги, связывающей рабочій пригородъ съ мѣстомъ приложенія труда рабочихъ,

мы въ ранніе утренніе часы неизмѣнно встрѣчаемъ по буднимъ днямъ въ почти не измѣняющемся числѣ лицъ разнаго пола и возраста. Трудно объяснимаго и въ этомъ ничего нѣтъ, такъ какъ все это одни и тѣ же лица, путешествующія по легко уловимымъ мотивамъ ото дня ко дню какъ разъ съ этимъ поѣздомъ въ городъ. Равнымъ образомъ легко объясняется постоянство относительнаго числа лицъ разнаго возраста въ арміи, разъ извѣстно, что по предписанію закона на военную службу поступаютъ на 21 году жизни и остаются на ней опредѣленное число лѣтъ. Но какъ объяснить устойчивость пропорціи разныхъ возрастовъ и половъ среди умирающихъ ежегодно лицъ? на чемъ покоится постоянство въ относительномъ числѣ мужчинъ и женщинъ среди самоубійць? Въдь это, что ни годъ, то иныя лица, и никакія предписанія не фиксируютъ ихъ числа.

Въ такого рода случаяхъ устойчивость далеко не представляется понятною сама по себѣ безъ всякихъ поясненій. Между тѣмъ, къ этой, именно, категоріи устойчивыхъ отношеній принадлежатъ въ большинствѣ своемъ тѣ, съ которыми имѣетъ дѣло статистика. Если мы не даемъ себѣ отчета въ происхожденіи устойчивости въ подобныхъ условіяхъ, то остается невыясненнымъ важнѣйшее свойство совокупностей какъ реальныхъ, такъ и искусственныхъ, и тѣмъ закрывается путь къ сознательному построенію приѣмовъ ихъ изученія.

Устойчивость регистрируемыхъ статистикою совокупностей является, такимъ образомъ, въ теоріи статистики центральной проблемой, внѣ опредѣленнаго рѣшенія которой немислимо подведеніе раціональныхъ основъ и подъ отдѣльные приѣмы статистической работы,—въ области какъ идиографическихъ, такъ и номографическихъ изысканій. Попытку детальнымъ анализомъ ея подготовить почву для дальнѣйшихъ методологическихъ построеній представляютъ очерки третій и четвертый настоящаго изслѣдованія.

XI.

Наука номографическая стремится схватить то, что есть въ явленіяхъ вѣчнаго. Наука идіографическая улавливаетъ то, что есть въ нихъ преходящаго,—ихъ конкретный обликъ въ условіяхъ обстановки ихъ времени и мѣста. Гранью личности или отсутствія указаній на время и мѣсто обѣ области научной работы раздѣляются съ полною отчетливостью. Между ними остается, однако, лежать обширная промежуточная полоса. Одною изъ крупныхъ заслугъ Риккерта передъ теоріею науки является выясненіе мѣста, занимаемаго „относительно-историческими“ элементами знанія, какъ гласитъ его терминъ для обозначенія этой промежуточной зоны, въ построеніи наукъ того и другого типа. Но Риккертовская концепція „относительно-историческаго“ тѣсно связана съ его опредѣленіемъ понятія „индивидуальнаго“ и не вполне отвѣчаетъ тѣмъ представленіямъ о задачахъ идіографіи, къ которымъ пришли мы, возвращаясь отъ Риккерта къ Лапласу и сроднымъ Лапласу по духу математикамъ-естествоиспытателямъ. Представляется, въ силу этого, необходимымъ пересмотрѣть построенія Риккерта съ тѣмъ, чтобы привести ихъ въ соотвѣтствіе съ проводимою выше точкою зрѣнія на характеръ идіографическихъ наукъ.

Для большей отчетливости въ постановкѣ проблемы важно рѣзко отграничить кругъ отношеній, подлежащихъ нашему анализу, отъ смежныхъ областей номографіи и идіографіи.

Начнемъ съ размежеванія съ номографіею. Номографія говоритъ о томъ, что имѣетъ мѣсто всегда и вездѣ. Но ея „всегда и вездѣ“, хоть и остаются нарѣчіями времени и мѣста, стоятъ къ времени и къ пространству въ своеобразномъ отношеніи: „всегда“ не значитъ—въ каждой точкѣ вселенной, „вездѣ“ не значитъ—въ каждый мигъ. Всегда и вездѣ за причиною A слѣдуетъ дѣйствіе a ; это положеніе утверждаетъ лишь, что за A неизмѣнно, не только въ данномъ мѣстѣ и въ данное время, но гдѣ бы и когда A ни случилось, слѣдуетъ a ; но оно не говоритъ о томъ, гдѣ и когда осуществляется A . Его „вѣчный“ характеръ съ частостью осуществленія его въ конкретныхъ случаяхъ не имѣетъ ничего

общаго. Повторяется ли въ дѣйствительности то стеченіе обстоятельствъ, которое мы означаемъ черезъ A , часто или рѣдко, на связи между A и a это не отражается. Пусть A въ теченіе тысячелѣтій встрѣтится лишь одинъ разъ; пусть даже оно не встрѣтится ни разу; связь его съ a , какъ была, такъ и останется „вѣчной“ ¹⁾. „Было, можетъ быть, время, когда не существовало на свѣтѣ воды; навѣрное было время, когда не существовало многихъ изъ тѣхъ веществъ, что нынѣ продаются въ аптекахъ. Возможно, что опять настанетъ время, когда не будетъ существовать ни воды, ни антипирина“ ²⁾. Но отъ этого логическій характеръ законовъ химическихъ соединеній не мѣняется; „вѣчныя“ свойства H_2O не страдаютъ отъ того, что самое соединеніе H_2O не вѣчно и не вездѣсуще.

Такимъ образомъ не въ проходящемъ характерѣ тѣхъ „если“, о послѣдствіяхъ которыхъ говорятъ намъ положенія номографіи, слѣдуетъ искать перехода отъ знанія чисто номографическаго къ промежуточнымъ формамъ знанія „относительно историческаго“ ³⁾.

Не менѣе существеннымъ представляется провести съ ббльшею отчетливостью, нежели дѣлаетъ Риккертъ, ту грань,

¹⁾ Ср. *Naville*, La notion de loi historique, p. 681--682: „Qu'il n'y eût pas en réalité, que même il n'y eût jamais eu de corps circulant autour d'un autre selon une orbite elliptique, cela n'infirmerait en aucune façon la vérité du théorème qui énonce que dans telles conditions données cette circulation elliptique se produirait“; ср. *Urban*, Application, p. 144.

²⁾ *Naville*, Nouvelle classification, p. 79.

³⁾ Ср. *Naville*, Nouvelle classification, p. 80: „L'hylologie (общая теорія химическихъ соединеній, ихъ свойствъ, взаимоотношеній и законовъ) traitera de tous les composés possibles sans s'occuper ni de leurs réalité ni des époques et des lieux où on les trouve, c'est-à-dire qu'elle sera tout autre chose que la classification historique des substances réelles laquelle appartient à l'histoire naturelle“. Менѣе отчетливо продумана мысль *Haacke* (*Grundriss der Entwicklungsmechanik*, S. 34), который, приводя исторію возникновенія химическихъ соединеній въ аналогію съ исторіей земли въ геологіи и съ исторіей созвѣздій въ астрономіи, не ясно различаетъ номографическую и идиографическую концепцію генетической точки зрѣнія на явленія: „Ja selbst die Chemie ist in gewisser Beziehung eine genetische Wissenschaft. Denn, wie ein Molekül, das aus vielen Hunderten von Atomen besteht, zustande kommt, können wir nur verstehen, wenn wir die Reihe der chemischen Prozesse verfolgen, die zur schliesslichen Bildung dieses Moleküls führen“.

которая отдѣляетъ „относительно-историческое“ отъ чисто идиографическаго знанія.

Въ Риккертовской схемѣ, сводящей задачи идиографіи къ изображенію индивидуальныхъ явленій въ ихъ картинной сложности, чисто идиографическимъ содержаніемъ обладаютъ лишь утвержденія, относящіяся къ единичнымъ явленіямъ; положенія, суммирующія содержаніе нѣсколькихъ такихъ утверждений, приобрѣтаютъ въ ней уже номографическую окраску. Для насъ такого рода положенія сохраняютъ чисто идиографическій характеръ. Земля вращается около оси съ запада на востокъ; Юпитеръ вращается около оси съ запада на востокъ; Сатурнъ вращается около оси съ запада на востокъ; всѣ планеты нашей солнечной системы вращаются около оси съ запада на востокъ;—между этими сужденіями, съ точки зрѣнія антитезы номографіи и идиографіи, разницы для насъ нѣтъ. Одно изъ нихъ суммируетъ другія, но и оно такъ же, какъ его отдѣльныя слагаемыя, говоритъ о единичныхъ фактахъ,—лишь о многихъ сразу ¹⁾. Въ утвержденіи, что въ Баваріи въ 1897 г. было головъ рогатаго скота 3419421, номографическаго содержанія не больше чѣмъ въ рассказѣ о томъ, какъ такого-то числа и года на горномъ пастбищѣ такой-то баварской деревушки мирно паслась пестрая корова съ длинными рогами и т. п. Средній ростъ второй роты преобразенскаго полка—величина того же идиографическаго порядка, какъ ростъ каждаго гвардейца въ отдѣльности. Не переходъ отъ единичнаго случая ко многимъ даетъ скачокъ въ сферу номографіи, а переходъ къ неопредѣленно многимъ случаямъ. Всѣ планеты вращаются около оси съ запада на востокъ; всѣ планеты вращаются кругомъ солнца съ запада на востокъ; всѣ планеты вращаются кругомъ солнца и кругомъ своей оси съ запада на востокъ;—все это чисто идиографическія положенія, замѣняющія краткою формулою подробное перечисленіе единичныхъ планетъ. Но допустимъ, что механика доказывала бы наличность связи между вра-

¹⁾ Ср. *Sigwart, Logik, Bd. I, S. 491—492; Xénopol, La théorie de l'histoire, p. 40—41.*

щеніемъ съ запада на востокъ кругомъ солнца и вращеніемъ съ запада на востокъ около оси. Тогда номографическое положеніе „всѣ планеты, вращающіяся кругомъ солнца съ запада на востокъ, вращаются и около оси съ запада на востокъ“ говорило бы намъ уже не объ опредѣленномъ числѣ намъ доподлинно извѣстныхъ случаевъ, а о всѣхъ тѣлахъ, подходящихъ подъ понятіе планеты, вѣдомыхъ намъ и невѣдомыхъ, вращающихся кругомъ солнца не только въ нашей солнечной системѣ, но и въ другихъ ей подобныхъ системахъ небесныхъ тѣлъ, вращающихся нынѣ, вращавшихся миллионы лѣтъ тому назадъ и имѣющихъ вращаться въ отдаленномъ будущемъ.

Анализъ путей перехода отъ идиографическихкихъ данныхъ касательно единичныхъ явленій къ такого рода общимъ положеніямъ съ объемомъ неопредѣленно широкимъ, охватывающимъ неопредѣленно большее число единичныхъ случаевъ, составляетъ содержаніе номографической методологіи. Напротивъ, систематическое изученіе тѣхъ приемовъ, при помощи которыхъ идиографическія данныя касательно единичныхъ явленій могутъ быть наиболѣе цѣлесообразнымъ образомъ сжимаемы въ краткія формулы, говорящія лишь о тѣхъ же случаяхъ, что ихъ отдѣльныя слагаемыя въ своей совокупности, входятъ въ кругъ задачъ методологіи идиографическихкихъ наукъ. Сжиманіе единичныхъ явленій въ совокупности—характерная черта логическаго „стиля“ статистики. Съ сжиманіемъ свѣдѣній объ этихъ совокупностяхъ въ удобообозримыя формы (построеніе таблицъ, выводъ среднихъ и т. п.) имѣютъ дѣло такъ называемыя сводка и счетная обработка статистическихкихъ наблюденій ¹⁾. Ставить про-

¹⁾ Cp. *Bruns*, *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmasslehre*, S. 241—244: „Das zu erstrebende Ziel ist in der Kollektivmasslehre wie in anderen messenden und zählenden Wissenschaften die Verdichtung jeder Beobachtungsreihe in eine Formel, die alles das ausspricht, was die Beobachtung an erkennbarer Gesetzmässigkeit in sich schliesst; man erreicht dadurch, dass die Beobachtung von der Formel vertreten werden kann“ (S. 243). Cp. также *Benini*, *I diagrammi a scala logaritmica*, p. 222: „Prima ancora di affrontare il problema delle cause dei fatti in esame lo statistico deve proporsi di ridurre un maximum di materiale numerico ad un minimum di elementi caratteristici, su cui fissare l'attenzione“.

цессъ такого резюмированія идіографическихъ данныхъ на одну доску съ номографическимъ обобщеніемъ это—закрывать глаза на своеобразіе методологическихъ проблемъ идіографіи вообще и статистики, въ особенности ¹⁾).

Выдѣляя изъ сферы „относительно-историческаго“ смежныя съ нею области идіографіи и номографіи, мы значительно сужаемъ ея границы, но далеко не сводимъ ея на нѣтъ. Номографическое построеніе любой степени сложности пріобрѣтаетъ, какъ мы видѣли, идіографическій характеръ чрезъ внесеніе указаній на время и мѣсто. Тѣло, имѣющее извѣстную начальную скорость, описываетъ въ средѣ, оказывающей ему опредѣленное сопротивленіе, подъ дѣйствіемъ притяженія сосѣднихъ тѣлъ при данномъ соотношеніи массъ траекторію извѣстнаго вида и доходитъ до нѣкоторой точки этой траекторіи съ данною скоростью,—это построеніе механики пріобрѣтаетъ идіографическій характеръ въ устахъ техника, разсматривающаго результаты испытаній металлическихъ пластинъ, предназначенныхъ для покрытія броненосца, въ силу того, что, пріурочивая его къ опредѣленному пушечному выстрѣлу, техникъ точно указываетъ моментъ и мѣсто, къ которому оно относится. Моментъ и мѣсто! Естественно возникаетъ вопросъ, какой характеръ получить номографическое построеніе въ томъ случаѣ, если привзойдетъ указаніе не на оба признака, придающіе знанію идіографическую окраску, а лишь на одинъ изъ нихъ: на время *или* на мѣсто.

Падающее тѣло уклоняется на землѣ къ востоку отъ вер-

¹⁾ Ср. *Naville*, Nouvelle Classification, p. 124: „Les affirmations conditionnelles des théorèmes sont universelles, les affirmations catégoriques de l'histoire sont pour la plupart seulement générales. La logique n'insiste pas assez sur cette différence. Une affirmation générale est une affirmation particulière relative à plusieurs êtres ou plusieurs événements, mais non à tous les êtres ou tous les événements d'une certaine classe“. См. также разсужденія Навилля о констатации des ressemblances (p. 118—120) и établissement des moyennes (p. 120—121, 123—124), какъ пріемахъ идіографическаго изслѣдованія. Ср. *Sigwart*, Logik, Bd. II, § 96; *Xénopol*, La théorie de l'histoire, p. 11—15; *Cournot*, Traité de l'enchaînement, p. 341: „Il faut distinguer entre les lois proprement dites et les faits, même très généraux, dont la raison ne peut être qu'historique, nullement théorique“.

тикали. Какова логическая фізіономія этого утверждєнія? Оно касается не одного какого-нибудь индивидуальнаго случая падєнія. Оно носитъ, напротивъ, весьма общій характеръ и за идіографическое, очевидно, не можетъ итти. Но, съ другой стороны, нельзя его признать и чисто номографическимъ, такъ какъ не имѣя границъ во времени, оно ограничено извѣстною частью пространства. Въ условіяхъ вращєнія нашей земли около ея оси падающее тѣло отклоняется къ востоку. Но на свѣтилахъ, вращающихся около оси въ противоположную сторону, падающее тѣло отклоняется къ западу. А тѣло, падающее на невращающуюся около своей оси землю, не будетъ отклоняться отъ вертикали ни къ востоку ни къ западу. Мы можемъ, не внося перемѣнъ въ степень сложности построєнія, придать его содержанію чисто номографическую формулировку, указавъ, безъ ссылки на землю или иное свѣтило, тѣ условія, при которыхъ всегда и вездѣ наблюдается отклонєніе въ ту или иную сторону. Мы можемъ также придать ему чисто идіографическую форму, отнеся его къ опредѣленному случаю падєнія,—напримѣръ, къ тому, когда Галилей, бросая камень съ кривой пизанской башни, впервые установилъ фактъ отклонєнія. Но въ той формѣ, въ какой оно выражено выше,—примѣнительно къ землѣ во всѣ времена ея существованія,—„законъ“ отклонєнія падающаго тѣла къ востоку носитъ промежуточный, гибридный характеръ. Онъ вѣченъ, какъ законы природы, но не вездѣ справедливъ, какъ они.

Возьмемъ другой примѣръ: теорію радуги. Когда солнце стоитъ надъ горизонтомъ на извѣстной высотѣ, если при этомъ въ воздухѣ имѣется вода въ капельно-жидкомъ состояніи, съ поверхности земли видна радуга. Чисто идіографическимъ признать содержаніе этого „закона“ нельзя, такъ какъ рѣчь идетъ не объ одной опредѣленной радугѣ и даже не о нѣсколькихъ радугахъ, видѣнныхъ тогда-то и тамъ-то, а о всѣхъ радугахъ, видимыхъ на землѣ. Чисто номографическимъ оно также не является, такъ какъ говоритъ лишь о нашей землѣ, не претендуя на вполнѣ общее значєніе. Въ чемъ корень такого его характера? Ясно, что не въ сложности, такъ какъ мы можемъ облечь его въ та-

кую форму, которая, не упрощая его ни въ чемъ, сообщить ему чисто номографическую окраску: для этого достаточно „солнце“ замѣнить „источникомъ бѣлаго свѣта“; „горизонтъ“ и „высоту въ столько-то градусовъ надъ горизонтомъ“ замѣнить геометрическими терминами, описывающими относительное расположеніе въ пространствѣ источника свѣта и точки, въ которой наблюдается оптическій феноменъ радуги; „воду“ и „воздухъ“ замѣнить указаніями на ихъ показатели преломленія. Въ такой формѣ законъ будетъ имѣть силу вѣчно и вездѣ, не только на землѣ, но и за предѣлами солнечной системы. Но этотъ вѣчный законъ не будетъ уже та теорія радуги, которая интересуется насъ,—земныхъ жителей. Для выясненія его отличія отъ метеорологической теоріи радуги можно еще обострить антитезу: теорія радуги можетъ быть дана не для земной поверхности вообще, а для опредѣленнаго мѣста на землѣ. Радуга видима въ Москвѣ въ опредѣленные часы. Каковъ логическій характеръ этого „закона“? Этотъ законъ говоритъ намъ не объ единичномъ случаѣ, и не объ опредѣленномъ числѣ единичныхъ случаевъ. Но онъ годится только для Москвы (и точекъ земной поверхности, лежащихъ на той же широтѣ); въ Одессѣ или въ Петербургѣ видимость радуги подчинена своимъ „законамъ“. Въ чемъ же здѣсь дѣло? Опять-таки не въ сложности, такъ какъ и этотъ законъ, сохраняя всю степень его сложности, мы можемъ транспонировать въ номографическій тонъ, а въ томъ, что, указывая вполнѣ точно на мѣсто, мы не вводимъ указаній на время. Это и ставитъ наше построеніе на почву, промежуточную между номографіей и идиографіей.

Съ другой стороны, мы можемъ ввести указаніе времени, не вводя точнаго указанія мѣста. Возьмемъ, какъ гипотетическій примѣръ, не разбираясь въ ея научной доказательности, теорію маларіи Грасси. Маларія передается отъ человѣка къ человѣку анофелесомъ—опредѣленнымъ видомъ комара. Гдѣ нѣтъ анофелеса, нѣтъ маларіи. Допустимъ, что основныя положенія этой комариной теоріи маларіи установлены непреложно: возбудитель болѣзни встрѣчаетъ подходящія условія для своего развитія, лишь попадая изъ крови больного человѣка въ организмъ анофелеса; переходя за-

тѣмъ, по достиженіи извѣстной стадіи своего существованія, съ укусомъ комара въ кровь здороваго человѣка, онъ вызываетъ у послѣдняго маларію. Эта теорія можетъ быть вполнѣ справедлива для нашего времени, и, тѣмъ не менѣе, быть невѣрною для другихъ эпохъ. Нѣсколько вѣковъ тому назадъ могли существовать иные переносители маларіи, кромѣ анофелеса; къ XIX столѣтію они вывелись, какъ вымерли мамонты и вымирають зубры. Быть можетъ, съ теченіемъ времени, когда будутъ истреблены анофелесы, возбудитель болѣзни приспособится къ тому, чтобъ развиваться въ организмъ иныхъ комаровъ. Подобныя гипотезы, вполнѣ допустимыя, показываютъ, что теорія Грасси, даже въ предположеніи, что она безукоризненно строго обоснована и имѣетъ вполнѣ общее значеніе въ данное время, можетъ для другого времени не отвѣчать дѣйствительности. Чисто идиографическаго характера теорія черезъ это не пріобрѣтаетъ, такъ какъ продолжаетъ говорить не объ единичномъ случаѣ маларіи, не объ анофелесѣ, укусившемъ пастуха такого-то года и числа въ такомъ-то мѣстѣ римской кампаньи, и даже не объ опредѣленномъ рядѣ подобныхъ случаевъ, а о всѣхъ анофелесахъ, которые кусаютъ, кусали и будутъ кусать людей, возбуждая въ нихъ маларію, въ теченіе долгаго промежутка времени. Но и чисто номографическою ее нельзя признать, такъ какъ этотъ промежутокъ времени, хотя и долгій, имѣетъ свои границы.

Между полюсами знанія идиографическаго—того, что есть въ данное время въ данномъ мѣстѣ,—и номографическаго—того, что имѣетъ силу вѣчно и вездѣ,—вдвигаются, такимъ образомъ, двѣ промежуточныхъ комбинаціи: знаніе, пріуроченное къ опредѣленному мѣсту, но не ограниченное предѣлами времени, и знаніе, пріуроченное къ опредѣленному времени, но не ограниченное пространственно. Внимательный анализъ антитезы номографіи и идиографіи открываетъ возможность добавить къ этимъ двумъ еще третье промежуточное звено. „Вѣчно и вездѣ“, съ одной стороны; „въ данное, точно опредѣленное время и въ данномъ, точно опредѣленномъ мѣстѣ“, съ другой,—между этими двумя крайностями мыслима переходная форма, говорящая о данномъ,

но не точно опредѣленномъ времени и данныхъ, но сравнительно широкихъ рамкахъ пространства. Комариная теорія мала­рии можетъ быть вѣрна для Италіи XIX и XX вѣковъ и не быть справедливою для Италіи другихъ временъ и для другихъ мѣстъ вселенной того же времени: возможно, что въ Италіи мала­рия переносится въ наше время, дѣйстви­тельно, только анофелесомъ, а въ Индіи передается отъ че­ловѣка къ чело­вѣку и иными путями. Типа идиографическихъ обобщеній (см. выше стр. 119—121) теорія Грасси чрезъ это еще не приметъ, такъ какъ и послѣ такого ограниченія бу­детъ говорить о всѣхъ наблюдавшихся и не наблюдав­шихся случаяхъ передачи мала­рии въ Итальянскомъ коро­левствѣ. Но ея отличіе отъ чисто номографическихъ по­строений выступаетъ еще рѣзче чѣмъ ранѣе. Фактически этотъ третій типъ промежуточныхъ между идиографіей и номографіей формъ знанія имѣетъ наибольшее значеніе. Къ нему, въ сущности, принадлежатъ всѣ разсмотрѣнные выше примѣры. Падающія на землю тѣла отклоняются отъ верти­кали къ востоку,—на первый взглядъ, здѣсь внесено лишь пространственное ограниченіе, но не трудно вскрыть и огра­нченія во времени, которымъ это утвержденіе подвержено: тѣла, падающія на землѣ, отклоняются къ востоку лишь до тѣхъ поръ, пока земля вращается около своей оси съ запада на востокъ; если бы какой-нибудь космологической катаклизмъ измѣнилъ направленіе ея вращенія, то тѣла стали бы откло­няться къ западу; если бы вращеніе около оси пріостано­вилось, тѣла перестали бы отклоняться, а начали бы падать по вертикали ¹⁾.

Эти промежуточные формы знанія, лежащія на границѣ между идиографіей и номографіей, занимаютъ въ системѣ

¹⁾ Ср. *Cournot*, *Traité de l'enchaînement*, p. 282—283: „Une pierre abandonnée à elle-même tombe actuellement à la surface de la terre: le principe que les lois de la Nature sont constantes suffit-il pour nous autoriser à conclure que cette pierre tomberait de même et avec la même vitesse, si l'on récidivait l'expérience dans le même lieu au bout d'un temps quelconque? Point du tout: car, si la vitesse de la rotation de la terre allait en croissant avec le temps, il pourrait arriver une époque où l'intensité de la force centrifuge balancerait celle de la gravité, puis la surpasserait“.

нашихъ наукъ чрезвычайно видное мѣсто. Онѣ представляютъ неизбѣжный этапъ на пути номографической переработки идиографическаго матеріала нашихъ случайныхъ единичныхъ воспріятій. Естествоиспытатель ставитъ экспериментъ: нагрѣваетъ воду до ста градусовъ Цельсія. Вода начинаетъ кипѣть. Чѣмъ обусловленъ этотъ результатъ? Дѣйствіемъ общихъ и вѣчныхъ законовъ природы, съ одной стороны, и состояніемъ того угла вселенной, гдѣ производится опытъ, съ другой. Выводъ, что вода кипитъ при ста градусахъ, не носитъ вполне общаго характера, не говоритъ „всегда и вездѣ, если воду нагрѣть до ста градусовъ, то вода закипитъ“, а неизмѣнно подразумѣваютъ оговорку: „если нагрѣть при той идиографической констелляціи, какая имѣла мѣсто въ моментъ наблюденія“. Если бы давленіе воздуха было въ эту минуту не 760 миллиметровъ, то вода закипѣла бы при иной температурѣ, и всегда и вездѣ, гдѣ давленіе будетъ не 760 милл., вода будетъ закипать не при ста градусахъ. Если мы, зная или подозрѣвая о существованіи связи между температурою кипѣнья и давленіемъ атмосферы, включимъ показанія барометра въ формулировку вывода, то выводъ получить чрезъ это болѣе общее значеніе нежели ранѣе, но характера своего не измѣнить. Въ правѣ ли экспериментаторъ на основаніи своихъ измѣреній выставить, какъ общій законъ: „всегда и вездѣ при давленіи въ 760 милл. вода закипаетъ при ста градусахъ“? Развѣ онъ можетъ ручаться, что въ идиографическихъ особенностяхъ момента наблюденія нѣтъ, помимо давленія, ничего такого, что могло бы оказывать вліяніе на температуру кипѣнія? Допустимъ, для примѣра, что на температурѣ кипѣнія отражается состояніе магнитнаго поля. Въ такомъ случаѣ, не отмѣчая и не вводя въ формулировку вывода магнитныхъ показаній, изслѣдователь получитъ выводъ, который справедливъ не всегда и вездѣ, а только тамъ, гдѣ условія обстановки совпадаютъ въ этомъ отношеніи съ условіями мѣста и времени опыта.

Предположимъ, что опытъ съ нагрѣваніемъ воды повторяется разными наблюдателями въ разное время и въ разныхъ мѣстахъ земной поверхности и что вода при давленіи

въ 760 милл. неизмѣнно закипаетъ при температурѣ въ сто градусовъ. Подобное согласіе экспериментовъ раздвигаетъ рамки времени и пространства, для которыхъ имѣетъ силу подмѣченная связь между давленіемъ и температурою кипѣнія. Но даетъ ли оно право на вполнѣ общее утвержденіе чисто номографическаго характера? Положеніе „на землѣ въ наше время вода повсюду закипаетъ при давленіи въ 760 милл. при температурѣ въ сто градусовъ“ имѣетъ, безспорно, болѣе общій характеръ нежели утвержденіе, что вода закипѣла при ста градусахъ въ Москвѣ въ столько-то часовъ, минутъ и секундъ такого-то дня и года. Но чѣмъ гарантировать дальнѣйшій переходъ къ утвержденію, что это имѣетъ мѣсто не только на землѣ въ наше время, но всегда и вездѣ? Увѣренности въ томъ, что открытое соотношеніе представляетъ вѣчный законъ природы, а не случайную игру обстоятельствъ, — не результирующую той идиографической обстановки, которая свойственна сферѣ нашего земного опыта въ ту эпоху жизни земли, когда появившійся на ея поверхности человѣкъ оказался въ силахъ вести систематическую научную работу,—одно подобное согласіе результатовъ нашихъ измѣреній, произведенныхъ въ разныхъ точкахъ земной поверхности, дать не можетъ.

Мы видимъ: дѣйствительный характеръ того знанія, съ которымъ имѣетъ дѣло номографическая наука, такъ же далеко отъ идеала номографіи, какъ то „категорическое исчисленіе“ статистиковъ, съ которымъ мы оказались вынужденными примириться за непосильностью задачи исчерпывающаго идиографическаго описанія всѣхъ единичныхъ явленій, далеко отъ конечнаго идеала идиографіи. Чтобы претворить наши номографическія обобщенія въ „вѣчные законы“, ихъ надо очистить отъ скверны ихъ земного происхожденія. Въ процессѣ номографической работы необходимо постоянно считаться съ тѣмъ обстоятельствомъ, что въ схватываемыхъ нами связяхъ между явленіями элементы вѣчныхъ причинныхъ соотношеній между A и a , между B и b сплетаются съ идиографическими случайностями, обуславливающими собою встрѣчу въ пространствѣ и во времени этихъ A и B . Но какъ учестъ это обстоятельство на практикѣ научнаго

изслѣдованія? Какъ должны быть, въ виду него, построены приемы работы? Анализъ этихъ вопросовъ приводитъ къ необходимости объединять при номографическомъ изслѣдованіи единичныя явленія въ массы. Групповое понятіе и категорическое исчисленіе, которыя ранѣе обрисовывались лишь какъ способы идиографическаго изслѣдованія, принимаютъ на себя номографическія функціи: статистическіе приемы массоваго учета явленій начинаютъ служить цѣлямъ раскрытія причиннозависимостей.

ОЧЕРКЪ ВТОРОЙ.

Номографическія

функціи

„категорическаго

исчисленія“.

(Методы индукціи и статистическій методъ).

„Die statistische Methode tritt nun für die empirischen Wissenschaften eben da ein, wo die Induction, der Schluss von dem typischen Einzelfall auf andere Fälle die Dienste versagt“.

Rümelin, Zur Theorie der Statistik, S. 267.

... „dass die Massenbeobachtung sich nicht als blosses Hilfsmittel der Induction bezeichnen lässt, sondern ihr als etwas Koordiniertes gegenüber zu stellen wäre“.

Rümelin, Statistik, S. 208.

I.

Между совершающимися въ мірѣ явленіями, предполагать номографическая наука, существуютъ такого рода связи, что, если A причина A' , то всегда и вездѣ, гдѣ имѣетъ мѣсто A , за нимъ неизмѣнно слѣдуетъ A' , и всегда и вездѣ, гдѣ наблюдается A' , ему неизмѣнно предшествуетъ A . Раскрыть съ возможною полнотою и точностью соотношенія между разными A и A' , подставивъ въ общую формулу конкретизированныя понятія на мѣсто неопредѣленныхъ символовъ, и является основною цѣлью номографическаго изученія вселенной. вмѣстѣ съ тѣмъ, на долю методологіи номографическихъ наукъ выпадаетъ задача намѣтить пути, ведущіе къ этой цѣли. Должны быть конструированы приемы переработки сырого матеріала непосредственныхъ воспріятій въ тѣ „законы природы“, которые рисуются намъ въ идеалѣ номографическаго знанія (см. выше, Очеркъ I, стр. 51).

Присматриваясь къ рѣшеніямъ этой задачи, предлагаемымъ логикою, мы убѣждаемся, что конструируемые ею приемы уловленія причинныхъ связей опираются на цѣлый рядъ предпосылокъ теоретико-познавательнаго и онтологическаго, — въ метафизическомъ смыслѣ слова, — содержанія. Общее представленіе о причинной связи не даетъ, само по себѣ, достаточно надежной почвы для построенія методовъ раскрытія причиннозависимостей между конкретными явленіями. Оно должно быть дополнено болѣе детальною картиною хода мірозданія въ его причинной обусловленности.

Если A причина A' , то всегда и вездѣ, гдѣ имѣеть мѣсто A , за нимъ слѣдуетъ A' , и, равнымъ образомъ, всегда и вездѣ, гдѣ имѣеть мѣсто A' , ему предшествуетъ A . Для того, чтобы фактъ существованія подобной связи между явлениями былъ уловимъ для насъ, съ одной стороны, и сколько-нибудь интересенъ, съ другой, вселенная должна повторяться ¹⁾. Предположимъ, что вселенная безпредѣльно разнообразна, и разъ случившееся явленіе A , хотя и обуславливаетъ собою наступленіе A' , но никогда и нигдѣ не повторяется. Законъ причинности оставался бы, при этомъ, въ полной силѣ ²⁾. Но ни одного конкретнаго закона связи между A и A' , между B и B' мы не могли бы установить путемъ научнаго анализа. Да если бы, путемъ откровенія, намъ и стало извѣстно, что A причина A' , то, за полною практическою бесполезностью знанія связи между A и A' въ подобныхъ условіяхъ, такого рода свѣдѣніе не представило бы для насъ интереса.

Къ постулату повторяемости вселенной тѣсно примыкають два другихъ, полнѣе раскрывающіе его содержаніе.

Если A причина A' , а B причина B' , то A и B , случаясь одновременно, имѣють своимъ слѣдствіемъ $A'+B'$. Этотъ принципъ „механическаго сложения причинъ“, по обозначенію Милля, позволяетъ ввести требованіе повторяемости вселенной въ болѣе тѣсныя рамки. Если $A+B$ имѣють слѣдствіемъ всегда и вездѣ $A'+B'$, то для успѣшности индуктивной работы не требуется, чтобы повторялись любыя комбинаціи элементарныхъ причинъ и слѣдствій; достаточно, чтобы элементарныя причины и слѣдствія, хотя бы въ невоспроизводящихся болѣе одного раза сочетаніяхъ, встрѣчались неоднократно. Вселенная въ своемъ цѣломъ можетъ быть неповторяема и состояніе мірозданія въ данный мигъ отличаться отъ всѣхъ, чрезъ которыя оно прошло и чрезъ

1) Ср. *Venn*, *Empirical Logic*, p. 97 — 99; *Poincaré*, *Sur la valeur objective de la science*, p. 287.

2) Ср. противопоставленіе *Kausalität* и *Gesetzmässigkeit* въ системѣ *Риккерта*, равно какъ его взглядъ на роль „законовъ“ въ историческомъ изслѣдованіи (Cf. *S. Hessen*, *Individuelle Kausalität*, въ особенности стр. 9—11, 35, 38—41). Ср. *Boutroux*, *Ueber den Begriff des Naturgesetzes*, S. 118.

которыя ему предстоитъ пройти. Достаточно, чтобы эти неповторяемыя комбинаціи слагались изъ повторяющихся элементовъ, подобно тому, какъ шахматныя партіи, при всемъ ихъ неисчерпаемомъ разнообразіи, слагаются изъ передвиженій по 64 клѣткамъ доски 32 фигуръ не болѣе какъ 14 разныхъ типовъ. При этомъ нѣтъ нужды даже постулировать, чтобы всякія A, B, C, D и т. д., встрѣчаясь, имѣли слѣдствіемъ сумму тѣхъ явленій, которыя связаны съ каждымъ изъ нихъ въ отдѣльности; достаточно, чтобы такое сложеніе дѣйствій было господствующимъ случаемъ,—правиломъ, изъ котораго могутъ встрѣчаться и исключенія. Если A съ B, C, \dots , порознь или вмѣстѣ взятыми, имѣеть слѣдствіемъ $A'+B', A'+C', \dots$, а сталкиваясь съ X , имѣеть слѣдствіемъ не $A'+X'$ но Y' , то это усложняетъ задачу раскрытія связи между A и A', X и X' , но не дѣлаетъ задачи номографическаго изученія вселенной безнадежною, какъ сдѣлало бы ее полное отсутствіе или большая рѣдкость механическаго сложенія дѣйствій.

Съ допущеніемъ сложенія дѣйствій тѣсно связано представленіе о наличности въ мірозданіи параллельно развивающихся и независимыхъ другъ отъ друга рядовъ причинно обусловленныхъ явленій,—представленіе, полагаемое Курно въ основу теоріи науки. *Tout se lie, tout s'enchaîne dans ce monde* — допущеніе подобной всеобщей взаимной обусловленности явленій, если не сводить его безсознательно на нѣтъ, дѣлаетъ номографическую работу невозможною ¹⁾. Если каждое единичное явленіе представляется слѣдствіемъ всего состоянія мірозданія въ предшествующій моментъ времени, то никакой анализъ, никакіе индуктивные или иные методы не въ состояніи подвинуть насъ ни на шагъ на пути номографическаго изученія вселенной. Но такое допущеніе противорѣчитъ „здравому смыслу“. „Personne ne pensera sérieusement qu'en frappant la terre du pied il dérange le navigateur qui voyage aux antipodes, ou qu'il ébranle le système des satellites de Jupiter; en tout cas le dérangement serait d'un tel ordre de petitesse, qu'il ne

¹⁾ Ср. *Maldidier*, *Le hasard*, p. 591; *Hessen*, *Individuelle Kausalität*, S. 85.

pourrait se manifester par aucun effet sensible pour nous, et que nous sommes parfaitement autorisés à n'en point tenir compte. Il n'est pas impossible qu'un événement arrivé à la Chine ou au Japon ait une certaine influence sur des faits qui doivent se passer à Paris ou à Londres; en général il est bien certain que la manière dont un bourgeois de Paris arrange sa journée n'est nullement influencée par ce qui se passe actuellement dans telle ville de Chine où jamais des Européens n'ont pénétré. Il y a là comme deux petits mondes, dans chacun desquels on peut observer un enchaînement de causes et d'effets qui se développent simultanément, sans avoir entre eux de connexion et sans exercer les unes sur les autres d'influence appréciable⁴⁾.

Съ другой стороны, не мирится съ допущеніемъ подобной всеобщей взаимной обусловленности явленій и обычное представленіе о причинной связи: если A' —слѣдствіе A , то оно уже не зависитъ ни отъ B , ни отъ C , ни отъ чего иного въ мірѣ, такъ какъ неизмѣнно слѣдуетъ за A всегда и вездѣ,—и тамъ, гдѣ A сопровождается B , и тамъ, гдѣ A осуществляется одно, безъ B . Влагать же при этомъ въ утвержденіе „ A причина A' “ то содержаніе, что подъ A разумѣется состояніе всей вселенной въ нѣкоторый моментъ времени, значило бы вести безцѣльную игру словами. Выдѣленіе, какъ слѣдствія, какого-либо A' изъ необъятнаго комплекса явленій, происходящихъ во вселенной въ слѣдую-

⁴⁾ *Cournot*, Essai sur les fondemens, vol. I, p. 51—52, (cf. Exposition de la théorie des chances, p. 73): „Никто не будетъ въ серъезъ принимать, что, топая ногою, можетъ повліять на движеніе корабля, плывущаго по водамъ противоположнаго полушарія, или сотрясти систему спутниковъ Юпитера; вліяніе, во всякомъ случаѣ, было бы столь ничтожно, что не обнаружилось бы ни въ какомъ уловимомъ для насъ дѣйствиі, и мы совершенно вправѣ съ нимъ не считаться. Не представляется невозможнымъ, чтобы событіе, происходящее въ Китаѣ или Японіи, отразилось на томъ, что имѣеть произойти въ Парижѣ или въ Лондонѣ; но, вообще, несомнѣнно, способъ, какимъ располагаетъ свой день парижскій обыватель, ни въ коей мѣрѣ не зависитъ отъ того, что происходитъ въ какомъ-нибудь китайскомъ городѣ, куда европейцы никогда ни проникали. Это какъ бы два небольшихъ міра, въ каждомъ изъ которыхъ наблюдается своя цѣпь причинъ и ихъ дѣйствиі, и цѣпи эти развиваются одновременно, не переплетаясь и не оказывая другъ на друга сколько-нибудь замѣтнаго вліянія“.

щій моментъ, утрачивало бы при подобномъ толкованіи значенія A какъ методологическую цѣнность, такъ и всякій смыслъ. Если въ каузальной интерпретаціи хода мірозданія мы стремимся пойти дальше признанія, что состояніе вселенной въ извѣстный мигъ опредѣляется ея состояніемъ въ прошедшемъ и опредѣляетъ собою ея состояніе въ будущемъ; если мы ищемъ перехода отъ такого безсодержательнаго детерминизма къ конкретизированнымъ законамъ причинной связи между опредѣленными явленіями, составляющимъ главное содержаніе нашей номографической науки, то концепція всеобщей причинной связанности явленій, совершающихся въ мірѣ, должна быть отвергнута. Мы вынуждены мыслить всякое явленіе, сколь сложнымъ оно ни представлялось бы намъ, не какъ результирующую всего, что только есть на свѣтѣ, а какъ опредѣленную совокупность болѣе простыхъ явленій, стоящихъ каждое подъ дѣйствіемъ своей причины и обусловливаемыхъ въ своей суммѣ одновременнымъ осуществленіемъ всѣхъ этихъ, быть можетъ, крайне многочисленныхъ причинъ, но только ихъ однѣхъ и ничего иного, помимо нихъ. Мы можемъ не знать, стоитъ ли явленіе $A'+B'$ въ связи съ причинами A и B или также съ C и D . Но, не зная, съ чѣмъ, именно, $A'+B'$ связано причинною связью, мы, тѣмъ не менѣе, признаемъ, что оно связано узами неразрывной связи съ чѣмъ-то вполне опредѣленнымъ, и это неизвѣстное, но опредѣленное „что-то“ и является искомымъ въ номографической работѣ.

Отрицаніе всеобщей взаимной обусловленности явленій не предполагаетъ опредѣленнаго рѣшенія вопроса о томъ, какъ складываются во-едино слѣдствія одновременно дѣйствующихъ причинъ: даютъ ли A и B , вмѣстѣ взятыя, какъ слѣдствіе $A'+B'$ или X' , мы, безразлично, въ первомъ случаѣ— $A'+B'$, а во второмъ— X' разсматриваемъ, какъ слѣдствіе $A+B$, а не какъ слѣдствіе помимо A и B еще C или D . Но лишь въ связи съ принципомъ механическаго сложенія дѣйствій отрицаніе всеобщей взаимной обусловленности явленій приводитъ къ концепціи независимо одинъ отъ другого развивающихся рядовъ причинъ и слѣдствій и слѣдствій ихъ слѣдствій. Причина A имѣетъ слѣдствіемъ A' , при-

чина A' имѣеть слѣдствіемъ A'' ; слѣдовательно, за A всегда и вездѣ по нѣкоторомъ времени слѣдуетъ A'' : такое представленіе предполагаетъ, что, какъ общее правило, причина A имѣеть своимъ слѣдствіемъ A' и въ томъ случаѣ, если одновременно съ нею дѣйствуютъ причины C , D и т. д. Если въ сложномъ явленіи различимо слѣдствіе каждой изъ числа вліяющихъ на него причинъ, если A вмѣстѣ съ B имѣеть слѣдствіемъ $A'+B'$, а A вмѣстѣ съ C имѣеть слѣдствіемъ $A'+C'$, и т. д., то мы, дѣйствительно, получаемъ право говорить о рядѣ причинъ и слѣдствій: $A-A'-A''$, развивающемся независимо отъ случайно пересѣкающихся съ нимъ въ пространствѣ и во времени иныхъ рядовъ. Напротивъ, если бы A вмѣстѣ съ B имѣло слѣдствіемъ не $A'+B'$, а X' , а A вмѣстѣ съ C имѣло слѣдствіемъ Y' и т. д., то ни о какомъ рядѣ слѣдствій A и слѣдствій этихъ слѣдствій не могло бы быть рѣчи, такъ какъ слѣдствіе A зависѣло бы отъ того, что совпадетъ съ нимъ въ пространствѣ и времени,— B или C . Такимъ образомъ, представленіе о независимо развивающихся параллельныхъ рядахъ причинъ и слѣдствій, на которыя расщепляется процессъ мірового развитія, имѣеть подъ собою почву лишь постольку, поскольку находитъ опору въ принципѣ механическаго сложения причинъ. Каузальный атомизмъ, лежащій въ основѣ нашихъ методовъ научной работы, связанъ съ этимъ принципомъ неразрывно ¹⁾.

¹⁾ Представленіе о причинной связи, какъ однозначной, такъ тѣсно сплетается съ обычной концепціей причинности, вытекающей изъ общепринятаго опредѣленія, что въ немъ можно бы и не усматривать независимой предпосылки: если A причина A' , то ни A не можетъ имѣть иного слѣдствія, кромѣ A' , ни A' иной причины, кромѣ A —это логическій выводъ изъ неразрывности связи A и A' . Однако, остроумное построеніе Зиммеля (*Die Probleme der Geschichtsphilosophie*, 3 Aufl., S. 78 — 83; Anmerkung über die individuelle Kausalität), показывая логическую мыслимость многозначной причинной связи, хотя и отклоняетъ, въ концѣ концовъ, это представленіе по теоретико-познавательнымъ соображеніямъ за полную неуловимость подобной связи для познающаго ума, но обнаруживаетъ, что въ ходячемъ опредѣленіи, въ сущности, при болѣе внимательномъ анализѣ могутъ быть выдѣлены, какъ логически самостоятельные элементы, опредѣленность связи, съ одной стороны, и ея однозначность, съ другой. Ср. построенія *Renouvier*, допускающаго

Резюмируя, мы можемъ свести указанные онтологическія предпосылки номографической работы къ такому представленію о мірозданіи: „Nous remontons d'un effet à sa cause immédiate; cette cause, à son tour, est conçue comme effet, et ainsi de suite, sans que l'esprit conçoive dans l'ordre des événements, et sans que l'observation puisse atteindre aucune limite à cette progression ascendante. L'effet actuel devient ou peut devenir à son tour cause d'un effet subséquent, et ainsi à l'infini. Cette chaîne indéfinie de causes et d'effets qui se succèdent, chaîne dont l'événement actuel forme un anneau, constitue essentiellement une série linéaire. Une infinité de séries pareilles peuvent coexister dans le temps: elles peuvent se croiser, de manière qu'un même événement, à la production duquel plusieurs événements ont concouru, tienne en qualité d'effet à plusieurs séries distinctes de causes génératrices, ou engendre à son tour plusieurs séries d'effets qui resteront distinctes et parfaitement séparées à partir du terme initial qui leur est commun. On se fait une idée juste de ce croisement et de cet isolement des chaînons par la comparaison avec les générations humaines. Un homme tient, par ses père et mère, à deux séries d'ascendants; et dans l'ordre ascendant les lignes paternelle et maternelle se bifurquent à chaque génération. Il peut devenir à son tour la souche ou l'auteur commun de plusieurs lignes descendantes qui, une fois issues de la souche commune, ne se croiseront plus ou ne se croiseront qu'accidentellement par des alliances de famille. Dans le laps du temps, chaque famille ou chaque faisceau généalogique contracte des alliances avec une multitude d'autres; mais d'autres faisceaux, en bien plus grand nombre, se propagent collatéralement en restant parfaitement distincts et isolés les uns des autres aussi loin que nous pouvons les suivre..... Chaque génération humaine ne donne lieu qu'à une division bifide dans l'ordre ascendant, mais l'on conçoit sans peine la possibilité d'une complication plus grande lorsqu'il s'agit de causes et d'effets quelconques, et rien n'empêche qu'un événe-

„l'existence d'un certain champ de l'expérience humaine, dans lequel le lien de la cause avec l'effet est ambigu, une cause pouvant se déterminer différemment avec des antécédents identiques“—Traité de psychologie, vol. II, p. 116.

ment ne se rattache à une multitude ou même à une infinité de causes diverses. Alors les faisceaux de lignes concurrentes par lesquels l'imagination se représente les liens qui enchaînent les événements selon l'ordre de la causalité, deviendraient plutôt comparables à des faisceaux de rayons lumineux, qui se pénètrent, s'épanouissent et se concentrent, sans offrir nulle part d'interstices ou de solution de continuité dans leur tissu" ¹⁾.

¹⁾ *Cournot*, *Essai sur les fondements*, vol. I, p. 49—51; (cf. *Exposition de la théorie des chances*, p. 71—72): „Отъ слѣдствія мы восходимъ къ его непосредственной причинѣ; эта причина, въ свою очередь, представляется слѣдствіемъ, и такъ далѣе, и для такого восхожденія отъ слѣдствій къ ихъ причинамъ разумъ не можетъ себѣ представить, а наблюденіе не можетъ найти предѣла. То, что въ настоящее время представляется дѣйствіемъ, въ свою очередь, становится или можетъ стать причиной новаго дѣйствія и такъ далѣе до безконечности. Эта неопредѣленно длинная цѣпь причинъ и дѣйствій, слѣдующихъ другъ за другомъ,—цѣпь, въ которой наблюдаемое нынѣ явленіе образуетъ лишь одно звено,—представляетъ по существу своему линейный рядъ. Безконечно большое число подобныхъ рядовъ можетъ существовать одновременно: эти ряды могутъ скрещиваться, такъ что одно и то же явленіе, если въ возникновеніи его участвовало нѣсколько различныхъ явленій, входитъ слѣдствіемъ въ нѣсколько разныхъ рядовъ причинъ или порождаетъ, въ свою очередь, нѣсколько рядовъ слѣдствій, которые, начиная съ этого исходнаго момента, имъ всѣмъ общаго, будутъ въ дальнѣйшемъ оставаться различными и совершенно другъ отъ друга оторванными. Можно составить себѣ вѣрное представленіе о такомъ скрещиваніи и расхожденіи частей цѣпи путемъ сравненія съ человѣческими поколѣніями. Каждый человѣкъ принадлежитъ, по отцу и по матери, къ двумъ рядамъ восходящихъ, и линіи отцовская и материнская раздвоятся въ восходящемъ порядкѣ въ каждомъ поколѣніи. Въ свою очередь, онъ можетъ положить начало нѣсколькимъ нисходящимъ линіямъ, которыя, разъ отойдя отъ общаго ствола, уже не будутъ болѣе скрещиваться или же будутъ скрещиваться лишь случайно путемъ брачныхъ союзовъ. Съ теченіемъ времени каждая семья или каждый генеалогическій пучокъ вступаетъ въ связи со множествомъ иныхъ; но другіе пучки, и притомъ въ гораздо большемъ числѣ, развиваются параллельно, оставаясь все время отличными и независимыми отъ первыхъ, на сколько мы ихъ можемъ прослѣдить... Человѣческія поколѣнія въ восходящемъ порядкѣ лишь раздвоятся, но въ примѣненіи къ любимъ причинамъ и слѣдствіямъ мы безъ труда представляемъ себѣ возможность большей сложности; ничто не мѣшаетъ явленіямъ сплетаться со множествомъ и даже съ безконечнымъ множествомъ различныхъ причинъ. Въ виду этого, пучки перекрещивающихся линій, въ формѣ которыхъ воображеніе рисуетъ себѣ узы, скрывающія явленія причинною связью, приходится скорѣе уподобить пучкамъ свѣтовыхъ лучей, которые скрещиваются, расходятся и сходятся безъ всякихъ перерывовъ въ ихъ ткани“.

Эту схему номографическая наука стремится заполнить конкретнымъ содержаніемъ. На мѣсто A и B , A' и B' должны быть поставлены реальные факты. Въ этихъ цѣляхъ логика предоставляетъ въ распоряженіе научныхъ работниковъ, какъ орудіе, заимствованное изъ ихъ же практики, но отточенное теоретическою мыслью, приемы изслѣдованія, именуемые методами индукціи. Дж. Ст. Милль насчитывалъ методовъ индукціи до пяти. Въ настоящее время число тѣхъ изъ нихъ, которые имѣютъ самостоятельное логическое значеніе, сводятъ, обычно, къ тремъ и даже къ двумъ.

Логическія схемы методовъ индукціи не сложны. Если A имѣетъ мѣсто, а B' за нимъ не слѣдуетъ, то A не причина B' ; если B' имѣетъ мѣсто, а A ему не предшествуетъ, то A не причина B' ; — на эти парафразы опредѣленія причинной связи и опираются правила индуктивныхъ методовъ. Пусть наблюденіе показываетъ, что за явленіями $A + B + C$ послѣдовали явленія $A' + B' + C'$. Это—съ оговорками, на которыхъ мы остановимся ниже, — позволяетъ утверждать, что всегда и вездѣ, гдѣ осуществляются A , B и C , вмѣстѣ взятыя, за ними послѣдуетъ вся совокупность явленій A' , B' и C' . Но намъ необходимо также знать, что будетъ имѣть мѣсто въ томъ случаѣ, если осуществляются не всѣ явленія $A + B + C$, а какое-нибудь одно изъ нихъ, на примѣръ, A , и, съ другой стороны, что служить причиною cadaго изъ слѣдствій, на примѣръ, слѣдствія B' . Единичное наблюденіе, устанавливающее фактъ связи между $A + B + C$ и $A' + B' + C'$, не даетъ отвѣта на этотъ вопросъ. Оно приводитъ лишь къ дилеммѣ: слѣдствіемъ A можетъ быть или A' , или B' , или C' ; причиною B' можетъ быть или A , или B , или C . Но если къ нему присоединятся два другихъ наблюденія, обнаруживающихъ, что за $A + B + D$ слѣдуетъ $A' + B' + D'$, а за $A + C + D$ слѣдуетъ $A' + C' + D'$, то, сопоставляя эти данныя, мы уже будемъ въ состояніи притти къ вполне опредѣленному выводу. Опытъ второй оставляетъ нерѣшеннымъ, представляется ли A' слѣдствіемъ A , или B , или D ; но, такъ какъ въ немъ A' на лицо въ число послѣдующихъ, а C нѣтъ среди предшествующихъ, то явствуетъ, что A' не есть слѣдствіе C . Равнымъ образомъ, третій опытъ, не по-

зволяя рѣшить, представляется ли A' слѣдствіемъ A , или C , или D , обнаруживаетъ, что A' не можетъ быть слѣдствіемъ B , ибо A' на лицо, а B нѣтъ. Но первый опытъ приводилъ къ дилеммѣ: A' есть слѣдствіе A , или B , или C ; изъ сопоставленія полученныхъ двухъ отрицаній (A' не слѣдствіе C ; A' не слѣдствіе B) съ этой дилеммой и вытекаетъ, что A' слѣдствіе A . Отсюда правило метода сходства: „Если два или болѣе случая подлежащаго изслѣдованію явленія имѣютъ общимъ лишь одно обстоятельство, то это обстоятельство, въ которомъ только и согласуются всѣ эти случаи, есть причина (или слѣдствіе) даннаго явленія“ ¹⁾.

Сходнымъ путемъ можетъ быть выведено правило метода различія. Если къ наблюденію: „ $A + B + C$ причина $A' + B' + C'$ “, приводящему къ дилеммѣ: „ A' — слѣдствіе или A , или B , или C “, добавляется второе наблюденіе, свидѣтельствующее, что $B + C$ имѣютъ слѣдствіемъ $B' + C'$, то сопоставленіе этихъ данныхъ обнаруживаетъ, что A причина A' . Въ самомъ дѣлѣ, во второмъ случаѣ B на лицо, тогда какъ A' отсутствуетъ; слѣдовательно, B не причина A' ; на лицо и C ; слѣдовательно, и C не причина A' . Но разъ A' не представляется слѣдствіемъ ни B ни C , то остается неисключенною только одна альтернатива: A' слѣдствіе A . Отсюда правило: „Если случай, въ которомъ изслѣдуемое явленіе наступаетъ, и случай, въ которомъ оно не наступаетъ, сходны во всѣхъ обстоятельствахъ, кромѣ одного, встречающагося лишь въ первомъ случаѣ, то это обстоятельство, въ которомъ одномъ только и разнятся два случая, есть слѣдствіе или причина, или необходимая часть причины явленія“ ²⁾.

¹⁾ Милль, Система логики, стр. 313.

²⁾ Милль; Система логики, стр. 314. Методу различія можетъ быть, собственно, придана болѣе общая формулировка. Выводъ, что A причина A' , вытекаетъ не только изъ сопоставленія наблюдений „ $A + B + C$ причина $A' + B' + C'$ “, „ $B + C$ причина $B' + C'$ “, но также и изъ сопоставленія наблюдений „ $A + B + C$ причина $A' + B' + C'$ “, „ $B + C + D$ причина $B' + C' + D'$ “ и притомъ вытекаетъ съ тою же степенью строгости, какъ и въ обычной схемѣ. Я буду, однако, придерживаться общепринятой схемы метода разницы, такъ какъ для дальнѣйшихъ выводовъ это обобщеніе не имѣетъ значенія.

Методъ остатковъ въ существѣ своемъ мало отличенъ отъ метода разницы. Наблюденіе показываетъ, что $A + B + C$ причина $A' + B' + C'$; съ другой стороны, намъ извѣстно, — безразлично, откуда, — что B причина B' , а C причина C' . Отсюда вытекаетъ, что A' не можетъ быть слѣдствіемъ ни B , ни C , и, слѣдовательно, въ исходной дилеммѣ остается неотвергнутою только одна изъ альтернативъ: A' слѣдствіе A . „Если изъ явленія вычестъ ту его часть, которая, какъ извѣстно изъ прежнихъ индукцій, есть слѣдствіе нѣкоторыхъ опредѣленныхъ предыдущихъ, то остатокъ даннаго явленія долженъ быть слѣдствіемъ остальныхъ предыдущихъ“, — формулируетъ Милль ¹⁾ правило этого метода ²⁾.

¹⁾ Милль, Система логики, стр. 319.

²⁾ Я не останавливаюсь на методѣ сопутствующихъ измѣненій и на соединенномъ методѣ сходства и различія, ибо въ системѣ методовъ индукціи эти приемы самостоятельнаго значенія не имѣютъ. Въ той же ихъ формѣ, въ которой они, дѣйствительно, приобрѣтаютъ логическую самостоятельность, они опираются на соображенія, несравненно болѣе сложныя нежели тѣ, что обычно приводятся въ ихъ обоснованіе. Отмѣчу лишь, что соединенный методъ сходства и различія допускаетъ двѣ формы. Помимо той, которая указана Миллемъ, возможна также иная, гдѣ методъ разницы предшествуетъ методу сходства. Эти два варианта отвѣчаютъ слѣдующимъ схемамъ:

I. Рядъ наблюденій показываетъ, что

$$\begin{aligned} A + B + C + D + E & \text{ причина } A' + B' + C' + D' + E'; \\ A + B + C + G + H & \text{ причина } A' + B' + C' + G' + H'; \\ A + B + D + F + H & \text{ причина } A' + B' + D' + F' + H'; \end{aligned}$$

отсюда, по правилу метода сходства, вытекаетъ, что

$$A + B \text{ причина } A' + B';$$

другой рядъ наблюденій обнаруживаетъ, что

$$\begin{aligned} B + C + D + G + K & \text{ причина } B' + C' + D' + G' + K'; \\ B + C + F + H + L & \text{ причина } B' + C' + F' + H' + L'; \\ B + C + F + K + M & \text{ причина } B' + C' + F' + K' + M'; \end{aligned}$$

отсюда, по правилу метода сходства, мы заключаемъ, что

$$B + C \text{ причина } B' + C'.$$

Сопоставляя, въ свою очередь, эти два вывода, мы, уже по правилу метода различія (см. выше стр. 140, примѣч.), заключаемъ, что A причина A' .

При помощи методовъ индукціи мы, въ теоріи, безпрепятственно разрѣшаемъ поставленную задачу. Отъ связи

II. Наблюденіе показываетъ, что

$$\begin{array}{l} A + B + C + D + E \text{ причина } A' + B' + C' + D' + E'; \\ D + E + F + G \text{ причина } D' + E' + F' + G'; \end{array}$$

откуда, по правилу метода различія, слѣдуетъ, что

$$A + B + C \text{ причина } A' + B' + C';$$

другой экспериментъ обнаруживаетъ, что

$$\begin{array}{l} A + B + C + D + F \text{ причина } A' + B' + C' + D' + F'; \\ C + E + F + G \text{ причина } C' + E' + F' + G'; \end{array}$$

откуда, по правилу метода различія, выводъ, что

$$A + B + D \text{ причина } A' + B' + D';$$

третій опытъ устанавливаетъ, что

$$\begin{array}{l} A + B + C + D + G \text{ причина } A' + B' + C' + D' + G'; \\ B + E + F + G \text{ причина } B' + E' + F' + G'; \end{array}$$

и, слѣдовательно, по правилу метода различія,

$$A + C + D \text{ причина } A' + C' + D'.$$

Сопоставленіе выводовъ, что

$$\begin{array}{l} A + B + C \text{ причина } A' + B' + C'; \\ A + B + D \text{ причина } A' + B' + D'; \\ A + C + D \text{ причина } A' + C' + D'; \end{array}$$

приводить, уже по правилу метода сходства, къ заключенію, что A причина A' .

Выдѣленіе этихъ двухъ вариантовъ соединеннаго метода сходства и различія представляетъ для статистика интересъ въ силу того обстоятельства, что нерѣдко въ статистическихъ работахъ встрѣчается характерное недоразумѣніе: изслѣдователь полагаетъ, что примѣняетъ Миллеву соединенный методъ сходства и различія, и ссылается на Миллево правило, а въ дѣйствительности облакаетъ свое разсужденіе въ схему варианта второго (см., напр. *Косинскій*, О приемахъ научной разработки, стр. 30—31).

Самостоятельнаго логическаго значенія за соединеннымъ методомъ сходства и различія въ обѣихъ его разновидностяхъ не можетъ быть признано въ силу того, что для законности вывода онъ требуетъ большаго числа наблюдений нежели не оформленное по его схемѣ сочетаніе методовъ сходства и различія.

$A + B + C$ съ $A' + B' + C'$ мы переходимъ къ связи A съ A' , B съ B' и т. д. Если затѣмъ оказывается, что A , B и A' , B' представляютъ, въ свою очередь, сложныя группы болѣе простыхъ элементовъ, что A распадается при ближайшемъ разсмотрѣніи на $a + b + c$, а A' на $a' + b' + c'$, то, повторяя вторично ту же операцію, мы устанавливаемъ, что, именно, является слѣдствіемъ a и что представляетъ изъ себя причину b' . Если и эти явленія не стоятъ на предѣлѣ разложимости, то методы индукціи пускаются въ ходъ въ третій разъ, въ четвертый разъ и т. д. до тѣхъ поръ, пока мы не доберемся, наконецъ, до соотношеній между такими явленіями, которыя уже не могутъ быть разбиты на составныя части, — до тѣхъ элементарныхъ причинъ и слѣдствій, формуламъ соотношеній между которыми присваивается, въ условномъ смыслѣ слова, названіе „законовъ природы“.

Такъ складывается въ первомъ приближеніи схема хода номографической работы. При помощи методовъ индукціи, учить логика, ведется и должно вестись номографическое изученіе вселенной, поскольку оно ставитъ себѣ задачею раскрытіе вѣчныхъ формулъ причинныхъ соотношеній между явленіями. На дѣлѣ, однако, практика номографическаго изслѣдованія слагается по иному¹⁾: трафареты индуктивныхъ методовъ въ ихъ чистыхъ, отшлифованныхъ логикою формахъ не примѣняются. На нихъ, правда, охотно ссылаются, но на практикѣ ихъ подмѣняютъ приѣмами работы, существенно отъ нихъ отличными. Дѣло въ томъ, что каноническія схемы методовъ индукціи предъявляютъ къ постановкѣ изслѣдованія техническія требованія, которыя лишь въ исключительныхъ случаяхъ могутъ быть удовлетворены. Между тѣмъ, если эти требованія не выполнены, то выводъ остается недоказаннымъ. Если же онъ не теряетъ силы, несмотря на невозможность удовлетворить всѣмъ требованіямъ правилъ индуктивныхъ методовъ, то лишь потому, что опирается въ дѣйствительности не на тѣ приемы, которые про-

¹⁾ Ср. *Venn*, *Empirical Logic*, p. 423: „It is very important that the student should clearly recognize that these inductive methods, which play so important a part in our logical treatises, are not of a rigidly scientific character“.

возглашаются за руководящія начала логиками и самими изслѣдователями, а на иныя правила научной работы, — болѣе сложныя и, въ силу того, менѣе очевидныя, но зато и менѣе требовательныя, лучше мирящіяся съ реальными условіями научной работы.

На выясненіи техническихъ требованій, невозможность выполнить которыя заставляетъ изслѣдователей искать помимо индуктивныхъ методовъ логики иныхъ приемовъ номографическаго анализа, мы теперь и остановимся, не сходя, при этомъ, съ почвы выше очерченныхъ онтологическихъ предпосылокъ успѣшной номографической работы ¹⁾.

II.

Изслѣдователь производитъ экспериментъ и устанавливаетъ, что причины $A + B + C$ сопровождаются слѣдствіемъ $A' + B' + C'$. Варьируя условія опыта, онъ подбираетъ случаи, гдѣ причины $A + B + D$ имѣютъ слѣдствіемъ $A' + B' + D'$ и т. д., и затѣмъ, сопоставляя эти наблюденія, выводитъ при помощи методовъ индукціи, что съ чѣмъ связано узамы причинной связи въ полѣ его зрѣнія, какое слѣдствіе влечетъ за собою A и что является причиною B' и C' . Такъ изображаетъ логика ходъ номографическаго изслѣдованія. Но такъ ли складывается работа на самомъ дѣлѣ?

Экспериментаторъ нагреваетъ воду до ста градусовъ Цельсія; вода закипаетъ. Имѣетъ ли онъ право принять за исходную точку въ своихъ разсужденіяхъ, что комплексъ причинъ, обусловливающихъ наблюденное имъ слѣдствіе, слагается изъ элементовъ: форма, размѣръ, вещество сосуда и температура, до которой нагревается вода? Что получится,

¹⁾ Вопроса о тѣхъ видоизмѣненіяхъ въ приемахъ номографической работы, съ которыми былъ бы сопряженъ отказъ отъ нѣкоторыхъ изъ этихъ предпосылокъ, умѣстнѣе въ данной связи мыслей не касаться, дабы показать, что даже въ условіяхъ, наиболѣе благопріятныхъ для примѣненія индуктивныхъ методовъ, ихъ правилами на практикѣ номографическаго изслѣдованія руководствоваться нельзя и приходится искать дополненія и замѣны въ иныхъ приемахъ работы, опирающихся на объединеніе единичныхъ случаевъ въ группы или „совокупности“.

если онъ начнетъ варіировать эти условія опыта, желая рѣшить, стоитъ ли температура закипанія воды въ причинной связи съ веществомъ сосуда и его формою? Къ чему приведетъ его самое строгое примѣненіе правилъ методовъ индукціи, если при этомъ въ число разсматриваемыхъ предшествующихъ не будутъ включены показанія барометра? Въ зависимости отъ барометрическаго давленія, вода въ томъ же самомъ сосудѣ будетъ закипать при повтореніи эксперимента и при 99° и при 101° . Съ другой стороны, при любой изъ этихъ температуръ вода будетъ то закипать, то нѣтъ и въ сосудѣ мѣдномъ, и въ сосудѣ желѣзномъ, и въ сосудѣ стеклянномъ и т. д. Словомъ, ни къ какому опредѣленному выводу экспериментаторъ не придетъ, если, по счастью, барометръ, на который онъ не считаетъ нужнымъ смотрѣть, не останется случайно неподвижнымъ въ теченіе всего времени. При неблагопріятномъ же стеченіи обстоятельствъ экспериментаторъ рискуетъ придти, несмотря на строгое соблюденіе правилъ индуктивныхъ методовъ, къ выводамъ, прямо невѣрнымъ. Вода нагрѣвается въ маломъ сосудѣ и при 100° закипаетъ. Черезъ день вода нагрѣвается въ большемъ сосудѣ; благодаря понизившемуся давленію, вода закипаетъ уже при 99° . Если въ число A, B, C не введено барометрическое давленіе, то методъ разницы дастъ выводъ, что температура кипѣнія связана съ размѣрами сосуда.

Мы видимъ: работая экспериментально въ неизученной области, гдѣ причинныя связи только еще подлежатъ раскрытію, изслѣдователь не въ состояніи облекать результаты опыта въ ту форму, какая требуется правилами методовъ индукціи: причины $A + B + C$ имѣютъ своимъ слѣдствіемъ $A' + B' + C'$. Онъ вынужденъ къ комплексу причинъ или слѣдствій, или же къ обоимъ, добавлять кромѣ перечисляемыхъ *explicite* элементовъ A, B, C и A', B', C' еще такіе, которые ему доподлинно неизвѣстны, а входятъ въ комплексъ, такъ сказать, инкогнито, подобно барометрическому давленію въ приведенномъ выше примѣрѣ. Въ дѣйствительности единичный экспериментъ даетъ лишь право на формулировку: причины $A + B + C + X$ имѣютъ слѣдствіемъ

$A' + B' + C' + Y'$ ¹⁾). Этот X не охватывает собою, какъ мы убѣдились, всего состоянія вселенной въ данный моментъ времени. Это величина неизвѣстная, но опредѣленная: если бы мы обладали знаніями всеобъемлющаго разума, о которомъ говоритъ Лапласъ, то вмѣсто X безъ труда подставили бы въ нашу формулу D или E и могли бы, послѣ того, вести дальнѣйшія разсужденія вполне увѣренно и опираться на правила методовъ сходства и разницы безъ страха ошибокъ. Но при такомъ исчерпывающемъ знаніи всего, что происходитъ въ мірѣ, намъ не нужны были бы самые методы индукціи, такъ какъ примѣненіе ихъ приводило бы лишь къ тому, что уже и безъ нихъ извѣстно. Фактически этотъ таинственный X можетъ сводиться иной разъ къ нулю, если случайно мы введемъ въ составъ перечисляемыхъ обстоятельствъ, дѣйствительно, всѣ тѣ элементы,

¹⁾ Ср. *Poincaré*, La science et l'hypothèse, p. 6: „La méthode des sciences physiques repose sur l'induction qui nous fait attendre la répétition d'un phénomène quand se reproduisent les circonstances où il avait une première fois pris naissance. Si toutes ces circonstances pouvaient se reproduire à la fois, ce principe pourrait être appliqué sans crainte: mais cela n'arrivera jamais; quelques unes de ces circonstances feront toujours défaut. Sommes nous absolument sûrs qu'elles sont sans importance? Evidemment non. Cela pourra être vraisemblable, cela ne pourra pas être rigoureusement certain. De là le rôle considerable que joue dans les sciences physiques la notion de probabilité“; ergo же, Sur la valeur objective de la science, p. 281: „De plus, l'énoncé d'une loi quelconque est forcément incomplet. Cet énoncé devrait comprendre l'énumération de tous les antécédents en vertu desquels un conséquent donné pourra se produire. Je devrais décrire d'abord toutes les conditions de l'expérience à faire, et la loi s'énoncerait alors: si toutes ces conditions sont remplies, tel phénomène aura lieu. Mais on ne sera sûr de n'avoir oublié aucune de ces conditions, que quand on aura décrit l'état de l'univers tout entier à l'instant t ; toutes les parties de cet univers peuvent en effet exercer une influence plus ou moins grande sur le phénomène qui doit se produire à l'instant $t + dt$. Or il est clair qu'une pareille description ne saurait se trouver dans l'énoncé de la loi: si on la faisait d'ailleurs, la loi deviendrait inapplicable, si on exigeait, à la fois tant de conditions, il y aurait bien peu de chance pour qu'à aucun moment elles fussent jamais toutes réalisées. Alors comme on ne sera jamais certain de n'avoir pas oublié quelque condition essentielle, on ne pourra pas dire: si telles et telles conditions sont réalisées, tel phénomène se produira; on pourra dire seulement: si telles et telles conditions sont réalisées, il est probable que tel phénomène se produira à peu près“.

которые стоятъ въ какомъ-либо отношеніи къ тѣмъ или инымъ частямъ разсматриваемаго слѣдствія. Въ такихъ условіяхъ выводъ, опирающійся на примѣненіе правилъ индуктивныхъ методовъ къ результатамъ эксперимента, можетъ оказаться вполне точнымъ. Но это будетъ лишь случайною удачей, такъ какъ, не располагая исчерпывающимъ знаніемъ всѣхъ законовъ причинныхъ связей, опредѣляющихъ собою ходъ эксперимента, мы могли бы поручиться за отсутствіе пробѣловъ лишь, если бы перечислили въ качествѣ возможныхъ причинъ все, что въ данное время свершается въ мірѣ. Правда, мы имѣемъ право не обращать вниманія на тѣ обстоятельства, относительно которыхъ доподлинно извѣстно, что они не стоятъ въ связи съ разсматриваемыми слѣдствіями. Но мы злоупотребляемъ этимъ правомъ, если исключаемъ и такія обстоятельства, относительно которыхъ въ точности невѣдомо, стоятъ они въ связи со слѣдствіемъ или нѣтъ. Между тѣмъ, подобныя злоупотребленія практически неизбѣжны: въ списокъ *A, B, C* включаются лишь такіе элементы, которые находятся подъ подозрѣніемъ, хотя бы самымъ легкимъ; тѣ же элементы, относительно которыхъ рѣшительно ничего неизвѣстно, экспериментаторъ опускаетъ, ни что же сумняшеся. Не малую роль играютъ при этомъ непровѣренные путемъ точнаго научнаго анализа житейскія предубѣжденія. Въ стеклянный стаканъ наливается чай. Стаканъ лопається. Отчего стаканъ лопнулъ? Не искушенному наукой наблюдателю, если бы онъ вздумалъ подвергнуть вопросъ экспериментальному разслѣдованію, врядъ ли пришло бы въ голову включить въ списокъ тѣхъ обстоятельствъ, среди которыхъ надлежитъ искать причину, толщину стѣнокъ стакана. Не отъ того же стаканъ разбился, что стѣнки у него крѣпкія,—могъ бы онъ при этомъ аргументировать. Придетъ ли въ голову наблюдателю, приступающему къ изученію магнитныхъ явленій, обратить вниманіе на то, не лежитъ ли у него въ карманѣ стальныхъ часовъ или связки ключей? Вѣдь не включаетъ онъ въ число обстоятельствъ опыта иныхъ деталей своего костюма! Почему же отмѣчать, именно, эти подробности? Въ настоящее время, когда извѣстно, что присутствіе желѣза въ окружающей

обстановкѣ вліяетъ на результаты магнитныхъ измѣреній, такой пропускъ, разумѣется, будетъ сочтенъ за грубую ошибку. Но пока о существованіи такой связи не знали, какія могли быть основанія говорить о часахъ и ключахъ? А можно ли поручиться, что въ нашихъ современныхъ экспериментахъ не дѣлается подобныхъ ошибокъ? Ростъ науки неуклонно открываетъ въ разныхъ областяхъ экспериментальной работы наличность такихъ вліяній, о которыхъ никто передъ тѣмъ и не думалъ. Газы, считалось долгое время, не проводятъ электричества. Теперь, однако, оказывается, что іонизированные газы электричество проводятъ. Радій и его эманация іонизируютъ газы. Отсюда выводъ, что при тѣхъ экспериментальныхъ изслѣдованіяхъ въ области электричества, гдѣ играютъ роль изолирующія свойства газовъ, присутствіе или отсутствіе радиоактивныхъ веществъ въ окружающей средѣ является существеннымъ элементомъ постановки опыта. А кому ранѣе послѣдняго десятилѣтія могла притти въ голову мысль вводить въ списокъ *A, B, C* такого рода данныя? Минеральная теорія удобренія учитъ, что для развитія растенія необходимо присутствіе въ почвѣ азота, кали, фосфора и т. д. въ усвояемыхъ для растенія формахъ. Отсюда выводъ, опирающійся на экспериментальныя данныя, что, если въ почвѣ сравнительно мало какого-либо изъ числа нужныхъ для растенія элементовъ питанія или онъ находится въ неудобоусвояемыхъ формахъ, то, пополняя пробѣлъ путемъ удобренія, мы поднимемъ урожай. Однако, въ новѣйшее время успѣхи агрономической бактериологіи показали, что причинныя соотношенія въ этой области далеко не такъ просты: одинъ и тотъ же химическій составъ почвы можетъ представлять условія болѣе или менѣе благоприятныя для жизни растенія въ зависимости отъ присутствія въ почвѣ тѣхъ или иныхъ видовъ бактерій въ болѣе или меньшемъ количествѣ. Удобряя самымъ рациональнымъ образомъ почву, лишенную бактерій, мы можемъ не получить никакого результата; а, съ другой стороны, заражая почву бактеріями, мы въ извѣстныхъ условіяхъ можемъ и безъ измѣненій въ ея химическомъ составѣ или перемѣны въ системѣ удобренія получить разницу въ сборахъ. Если,

слѣдовательно, при экспериментальной работѣ въ области агрономіи не считается съ фактомъ присутствія или отсутствія въ почвѣ разныхъ видовъ бактерій, а учитывать лишь химическій составъ почвы и ея механическую структуру, то выводы будутъ имѣть не болѣе строгій характеръ нежели въ томъ случаѣ, когда при изученіи кипѣнія воды забываются барометрическія измѣренія.

Мы приходимъ, такимъ образомъ, къ убѣжденію, что результаты нашихъ наблюденій и экспериментовъ, какъ бы тщательно ни производить ихъ, никогда не представляются въ видѣ связи причинъ $A + B + C$ со слѣдствіями $A' + B' + C'$, а неизмѣнно облакаются въ форму связи причинъ $A + B + C + X$ со слѣдствіями $A' + B' + C'$ (или причинъ $A + B + C$ со слѣдствіями $A' + B' + C' + Y'$). Если считается съ этимъ обстоятельствомъ, то методы индукціи перестаютъ быть приложимыми ¹⁾. Если же съ нимъ не считается, а слѣпо полагаются на правила индуктивныхъ методовъ, то мы рискуемъ не притти ни къ какимъ выводамъ или, что того хуже, притти къ выводамъ невѣрнымъ: констатировать наличность причинной связи между явленіями, другъ отъ друга независящими, и отсутствіе связи тамъ, гдѣ она въ дѣйствительности есть. Въ чемъ же исходъ изъ этой дилеммы? Слѣдуетъ ли, въ виду неприменимости методовъ индукціи, искать иныхъ пріемовъ раскрытія причиннозависимостей, болѣе приспособленныхъ къ реальнымъ условіямъ хода научной работы, или же, въ расчетъ на удачу, продолжать пользоваться методами индукціи, пока противорѣчія между выводами не покажутъ, что счастье начало измѣняться? Практика номографическаго изслѣдованія благо-разумно совмѣщаетъ и то, и другое. Не оставляя помысловъ о менѣе требовательныхъ методахъ работы, она до поры до времени не пренебрегаетъ и правилами методовъ сходства и различія. Методы индукціи примѣняются, но, примѣняя ихъ, изслѣдователь не чувствуетъ твердой почвы подъ ногами и стремится подкрѣпить выводъ иными доводами. Казалось бы, подобралъ три эксперимента:

¹⁾ Ср. *Venn*, *Empirical Logic*, p. 410.

$A + B + C - A' + B' + C'$, $A + B + D - A' + B' + D'$,
 $A + C + D - A' + C' + D'$,—и дѣлу конецъ: выводъ по
методу сходства, что A причина A' , неоспоримъ. Этотъ
выводъ и дѣлается въ подобныхъ условіяхъ, но, какъ осто-
рожно оговаривается Пуанкаре (см. выше стр. 146, примѣч.),
этотъ выводъ признается не строго доказаннымъ, а лишь
болѣе или менѣе правдоподобнымъ. Въ глубинѣ души экс-
периментаторъ подводитъ, слѣдовательно, подъ него не пра-
вило метода сходства, которое подобныхъ правдоподоб-
ныхъ заключеній не вѣдаетъ, а знаетъ только: „да, да“ и
„нѣтъ, нѣтъ“: либо вытекаетъ изъ имѣющихся данныхъ,
что A причина A' , либо никакого вывода сдѣлать нельзя.
О томъ же полубезсознательномъ базированіи вывода на
соображеніяхъ, выходящихъ за предѣлы правилъ индук-
тивныхъ методовъ, свидѣтельствуешь значеніе, которое при-
дается накопленію экспериментовъ. Методъ сходства тре-
буетъ строго опредѣленнаго числа наблюденій—въ нашемъ
примѣрѣ трехъ серій экспериментовъ. Разъ изъ этихъ дан-
ныхъ вытекаетъ, что A причина A' , то новые эксперименты
ничего уже не могутъ ни прибавить, ни убавить. Сколько
ни подбирать новыхъ опытовъ, свидѣтельствующихъ о томъ,
что A сопровождается A' , доказательность вывода, что A
причина A' , отъ этого возрасти не можетъ. Съ другой
стороны, если только на правило метода можно полагаться,
то ужъ никакое умноженіе числа опытовъ не можетъ и
умалить вѣса вывода, такъ какъ всегда и вездѣ A будетъ
сопровождаться A' . Или мы на выводъ не имѣемъ права,
или же выводъ непоколебимъ: переходовъ отъ одной край-
ности къ другой, поскольку разсужденіе опирается на пра-
вила методовъ индукціи, не существуетъ.

Фактическая невозможность оперировать при номогра-
фической работѣ полными списками всѣхъ A , B , C и т. д.
приводитъ, такимъ образомъ, къ необходимости искать,
помимо методовъ индукціи, иныхъ приѣмовъ раскрытія при-
чиннозависимостей. То же заключеніе вытекаетъ изъ ана-
лиза другой препоны успѣшнаго примѣненія методовъ ин-
дукціи, — „множественности причинъ“. На этой концепціи
Милля, составляющей предметъ оживленныхъ споровъ

между теоретиками индуктивной методологіи, я остано-
влюсь съ нѣкоторою подробностью, такъ какъ разборъ ея
позволяетъ яснѣе обрисовать характеръ тѣхъ приемовъ,
которые должны замѣнить каноническіе методы индукціи
учебниковъ логики.

Наше представленіе о причинной связи, несомнѣнно,
исключаетъ всякую тѣнь какой-либо неопредѣленности въ
отношеніяхъ между причиною и слѣдствіемъ: связь причины
съ ея дѣйствіемъ строго однозначная ¹⁾ (см., однако, выше
стр. 136, примѣч.). Если *A* причина *A'*, то никогда и нигдѣ
A' не можетъ имѣть мѣсто безъ того, чтобы ему не пред-
шествовало *A*; ни съ какою иною причиною *A'* не можетъ
уже стоять въ связи. Это столь очевидно вытекаетъ изъ
основного опредѣленія причинной зависимости, что болѣе
прямолинейные теоретики, въ родѣ, на примѣръ, французскаго
соціолога Дюркгейма, рѣшительно отвергаютъ помыслы о
какой бы то ни было множественности причинъ. „Надо за-
мѣтить“,—пишетъ Дюркгеймъ ²⁾— „что вся эта теорія Милля
(о неприменимости экспериментальныхъ методовъ къ соціо-
логическимъ изслѣдованіямъ) покоится на постулатѣ, ко-
торый, безъ сомнѣнія, тѣсно связанъ съ основными прин-
ципами его логики, но стоитъ въ противорѣчій со всѣми
выводами науки. Именно, Милль допускаетъ, что одно и
то же послѣдующее не всегда связано съ однимъ и тѣмъ
же предшествующимъ, а можетъ быть вызываемо то одной,
то другой причиной.. Но это, выдаваемое за аксіому, пред-
положеніе множественности причинъ является отрицаніемъ
принципа причинности... Если причинная связь сколько-нибудь
доступна пониманію, въ ней не можетъ быть такой неопре-
дѣленности“. Логика не раздѣляютъ, однако, Дюркгеймов-
скаго ригоризма. Въ принципѣ они остаются вѣрны концепціи
однозначной причинной связи и даже съ сочувствіемъ по-
вторяютъ за Лапласомъ его гимнъ всеобъемлющему Разуму,
для котораго ничто не было бы недостовѣрнымъ, такъ
какъ прошедшее и будущее были бы равно открыты его

¹⁾ Ср. *Лосскій*, Обоснованіе интуитивизма, стр. 317.

²⁾ *Durkheim*, Les règles de la méthode sociologique, p. 155—156.

взору ¹⁾. Но въ то же время они присоединяются и къ мысли Милля, что „данное дѣйствіе можетъ быть произведено какою-либо причиною и, тѣмъ не менѣе, получиться и безъ этой причины“ ²⁾, хотя эта мысль и стоитъ, на первый взглядъ, въ противорѣчій со словами Лапласа. Если бы, въ самомъ дѣлѣ, настоящее положеніе вещей могло слѣдовать за нѣсколькими различными предшествующими состояніями вселенной, то никакой математическій гений не былъ бы въ силахъ привести насъ путемъ вычисленія отъ настоящаго къ прошлому, совершенно такъ же, какъ въ томъ случаѣ, если бы одна причина могла имѣть нѣсколько разныхъ слѣдствій, умозрѣніе не могло бы дать возможности судить по-настоящему о будущемъ, даже ближайшемъ ³⁾.

Какъ же примирить противорѣчіе? Я попытаюсь показать, что дѣйствительнаго противорѣчія здѣсь нѣтъ. Исходя изъ представленія о безусловно однозначной причинной связи, не допускающей ни множественности причинъ, ни множественности слѣдствій, мы, тѣмъ не менѣе, оказываемся вынужденными, въ силу техническихъ условій номографической работы, считаться и съ множественностью причинъ и съ множественностью слѣдствій, какъ съ фактомъ, котораго не вычеркнешь ссылками на опредѣленіе понятія при-

¹⁾ См. *Sigwart*, *Logik*, (1 Aufl.), Bd. II, S. 494: „So lässt sich von jedem Moment aus das frühere Geschehen ebenso rückwärts, wie das zukünftige vorwärts berechnen“.

²⁾ См. *Sigwart*, *Logik*, Bd. II, S. 493: „Die Regel, alles als Ursache zu eliminieren, was nicht jedesmal einen Erfolg hervorbringt, würde consequent angewendet alle Gewinnung von Resultaten auf dem Wege der Induction vereiteln“. Яркое выраженіе даетъ этой мысли *Бертранъ*, *Calcul des probabilités*, p. XXVII: „Si chaque effet n'avait qu'une seule cause, les énoncés au moins seraient faciles. La complication est plus grande. Dans le monde immense des faits, les parentés existent à tous les degrés“.

³⁾ Считаюсь съ этимъ обстоятельствомъ, *Курно*, напр., послѣдовательно отвергаетъ возможность по настоящему судить о прошломъ: см. *Essai sur les fondements*, t. II, p. 181; „Le présent est gros de l'avenir,... mais on ne pourra pas dire sans restriction que le présent est de même gros du passé, car il y a eu dans le passé des phases dont l'état actuel n'offre plus de traces, et auxquelles l'intelligence la plus puissante ne saurait remonter d'après la connaissance théorique des lois permanentes et l'observation de l'état actuel“ (ср. также *Matérialisme, vitalisme.....*, p. 60—62).

чинности. Множественности причинъ и слѣдствій нѣтъ, но считается съ ними нужно,—внимательное отношеніе къ процессу раскрытія причиннозависимостей неуклонно приводитъ къ такому парадоксу.

Парадоксъ разрѣшается просто. Практика номографическаго изслѣдованія имѣетъ дѣло съ весьма сложными явленіями: тѣ $A, B, C...$ и $A', B', C'...$, между которыми требуется установить наличность или отсутствіе причинной связи, представляютъ изъ себя комплексы болѣе простыхъ причинъ и слѣдствій. Пусть, какъ то вытекаетъ изъ опредѣленія причинной связи, каждая простѣйшая причина однозначно связана со своимъ слѣдствіемъ. Не трудно обнаружить, что, несмотря на это, между сложными группами причинъ и слѣдствій возможны связи многозначныя,—такого рода, что за одною причиною будетъ слѣдовать то одно, то другое дѣйствіе, и одно дѣйствіе будетъ имѣть нѣскольکو различныхъ причинъ.

Въ самомъ дѣлѣ, пусть всѣ тѣ простѣйшія причины $\alpha, \beta, \gamma, \delta...$, дальше которыхъ мы не восходимъ въ своемъ номографическомъ анализѣ (см. выше стр. 51), связаны со своими элементарными слѣдствіями $\alpha', \beta', \gamma' \delta'...$ узамі неразрывной причинной связи, такъ что ни α безъ α' , ни α' безъ α никогда и нигдѣ не встрѣчаются и не могутъ встрѣтяться. Въ такихъ условіяхъ между сложными группами элементарныхъ причинъ и слѣдствій могутъ возникнуть отношенія неразрывной связи. A связано съ A' неразрывно, если A слагается изъ элементарныхъ причинъ $\alpha + \beta + \gamma$, а A' изъ элементарныхъ слѣдствій $\alpha' + \beta' + \gamma'$: если A не осуществится во всей своей полнотѣ, если будетъ отсутствовать хоть одинъ изъ составныхъ элементовъ, на примѣръ γ , то въ слѣдствіи не будетъ элемента γ' , и это будетъ уже явленіе, похожее на A' , но не A' ; равнымъ образомъ, если имѣетъ мѣсто, какъ слѣдствіе, не весь комплексъ элементарныхъ дѣйствій, изъ которыхъ слагается A' , если отсутствуетъ γ' , то это предполагаетъ, что и въ предшествующемъ не было на лицо соотвѣтственной элементарной причины γ ,—другими словами, что причина была не A , а нѣчто иное.

Но предположимъ, съ другой стороны, что сложная причина A слагается изъ элементовъ $\alpha + \beta + \gamma + \delta$, тогда какъ въ составъ сложнаго слѣдствія, приводимаго съ нею въ связь, входятъ лишь элементарныя слѣдствія $\alpha' + \beta'$. Въ такомъ случаѣ, для того, чтобы имѣло мѣсто A' , не требуется, какъ необходимое условіе, чтобы осуществилось A . Достаточно, чтобы осуществились лишь тѣ его составныя элементы, которые соотвѣтствуютъ элементарнымъ слѣдствіямъ въ составѣ A' , т.-е. α и β . Если α и β на лицо, то за ними послѣдуетъ A' всегда и вездѣ, независимо отъ того, присоединятся ли къ нимъ элементы γ и δ , которые, вмѣстѣ съ ними, даютъ явленіе A . A' наступитъ и въ томъ случаѣ, если къ нимъ присоединятся такіе элементы μ и ν , которые въ совокупности съ α и β даютъ явленіе B . У слѣдствія A' будетъ не одна только причина A , но и другая B , и можетъ быть цѣлый рядъ другихъ причинъ, сходствующихъ между собою въ томъ, что въ нихъ входятъ элементарныя причины α и β , но различающихся тѣмъ, что, кромѣ α и β , въ нихъ входятъ различные элементы μ , ν , и т. д.

Предположимъ, далѣе, что причина A слагается изъ элементовъ $\alpha + \beta$, тогда какъ слѣдствіе A' , состоитъ изъ элементовъ $\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta'$. Въ такомъ случаѣ у нашей причины будетъ не одно только слѣдствіе A' , но можетъ имѣться много иныхъ, похожихъ другъ на друга тѣмъ, что во всѣ входятъ элементарныя слѣдствія α' и β' , но отличающихся одно отъ другого остальными составными элементами.

Если мы, наконецъ, попробуемъ привести въ причинную связь такія два явленія A и A' , которыя слагаются отчасти изъ соотвѣтствующихъ другъ другу элементарныхъ причинъ и слѣдствій, отчасти же изъ элементарныхъ причинъ и слѣдствій, другъ съ другомъ въ связи не стоящихъ, если, напр., $A = \alpha + \beta + \gamma$, а $A' = \alpha' + \beta' + \delta'$, то мы получимъ между ними такого рода связь, которая будетъ характеризоваться одновременно и множественностью причинъ и множественностью слѣдствій. Если приводятся въ связь явленія, гдѣ причина сложнѣе слѣдствія, то возникаетъ множественность причинъ. Если, наоборотъ, слѣдствіе сложнѣе причины, то это порождаетъ множественность слѣдствій. Если же какъ

причина, такъ и слѣдствіе, имѣя нѣкоторые элементы общими, дополняются элементами, независимыми другъ отъ друга, то между подобными сложными явленіями устанавливаются соотношенія причинной связи, характеризуемая множественностью и причинъ, и слѣдствій: причина будетъ имѣть, кромѣ даннаго, нѣсколько иныхъ слѣдствій; слѣдствіе будетъ имѣть, кромѣ данной, нѣсколько иныхъ причинъ.

Этой отвлеченной схемѣ возникновенія множественности не трудно придать болѣе конкретное содержаніе. Начнемъ со случая множественности причинъ, дабы убѣдиться, что та множественность, къ которой мы пришли, строго соотвѣтствуетъ множественности причинъ Милля.

Описавъ открытые имъ методы индукціи, изложивъ ихъ правила и показавъ на примѣрахъ изъ разныхъ научныхъ областей, какъ идетъ работа при ихъ помощи, Милль продолжаетъ:

„Въ предыдущемъ изложеніи тѣхъ четырехъ методовъ наблюденія и опыта, къ которымъ мы прибѣгаемъ съ цѣлью открыть среди множества сосуществующихъ явленій слѣдствіе какой-либо одной причины или причину того или другого слѣдствія, мы должны были прежде всего, въ видахъ упрощенія, предположить, что этотъ аналитическій процессъ не сопряженъ ни съ какими другими затрудненіями, кромѣ тѣхъ, которыя вытекаютъ изъ самой его сущности. Поэтому мы принимали, что каждое слѣдствіе связано исключительно съ одною только причиной. . . . Мы предполагали что *a, b, c, d, e*,—та или другая совокупность существующихъ въ извѣстный моментъ явленій—состоитъ изъ различныхъ между собой фактовъ *a, b, c, d* и *e*, для каждаго изъ которыхъ надлежитъ искать одну и только одну причину. Здѣсь нужно было только выдѣлить эту одну причину изъ множества предыдущихъ обстоятельствъ *A, B, C, D* и *E*

Если бы такъ было на самомъ дѣлѣ, то изслѣдовать законы природы было бы сравнительно легко. Но наше предположеніе не отвѣчаетъ дѣйствительности. . . . Невѣрно, что то или другое явленіе всегда производится одною и тою же причиной: слѣдствіе *a* можетъ получаться иногда отъ *A*, а иногда и отъ *B*. . . . Запутанность и трудность изслѣ-

дованія законовъ явленій чрезвычайно увеличиваются отъ необходимости обращать вниманіе. . . .—на множественность причинъ...

Итакъ. Невѣрно, будто каждое единичное слѣдствіе должно быть связано съ одною только причиною, съ однимъ рядомъ условій,—будто всякое явленіе можетъ быть произведено лишь однимъ путемъ. Часто существуетъ нѣсколько независимыхъ другъ отъ друга способовъ, при помощи которыхъ можно вызвать одно и то же явленіе. Одинъ фактъ можетъ быть послѣдующимъ въ нѣсколькихъ неизмѣнныхъ послѣдовательностяхъ; онъ можетъ съ одинаковымъ единообразіемъ слѣдовать за каждымъ изъ этихъ предыдущихъ (или совокупностей предыдущихъ). Много причинъ могутъ производить механическое движеніе; много можетъ быть причинъ нѣкоторыхъ ощущеній; отъ многихъ причинъ можетъ происходить смерть. Данное слѣдствіе на самомъ дѣлѣ произошло, можетъ быть, отъ такой-то причины; но оно свободно могло быть вызвано и помимо этой причины“ ¹⁾.

Приведенныя слова Милля, которыми открывается въ его логикѣ изслѣдованіе вопроса о множественности причинъ, даютъ, несомнѣнно, поводъ предположить, что Милль рѣшается замѣнить обычное представленіе о причинной связи, какъ связи опредѣленной и однозначной, совершенно иною концепціей. Однако, дальнѣйшее развитіе мысли показываетъ, что Милль отнюдь не имѣетъ намѣренія итти такъ далеко. Въ этомъ убѣждаютъ, прежде всего, тѣ примѣры множественности, которые онъ приводитъ: „такъ, одинъ рядъ наблюденій или опытовъ показываетъ, что причиною теплоты является солнце, другой—что источникомъ ея служитъ треніе, третій открываетъ такой источникъ въ механическомъ ударѣ, четвертый—въ электричествѣ, пятый—въ химическомъ дѣйствіи“ ²⁾. Сопоставляя этотъ случай множественности съ ранѣ упомянутыми Миллемъ, мы убѣждаемся, что во всѣхъ нихъ множественность не органическая, если можно такъ выразиться, а обуславливается лишь тѣмъ обстоятельствомъ,

1) Милль, Система логики, стр. 350—351.

2) Система логики, стр. 354.

что мы сложную причину пытаемся привести въ связь съ сравнительно простымъ слѣдствіемъ. Еще яснѣе обнаруживается дѣйствительная точка зрѣнія Милля на множественность причинъ изъ указаній на возможность устранить множественность: „Если при дальнѣйшемъ анализѣ мы можемъ открыть въ этихъ нѣсколькихъ предыдущихъ одного и того же слѣдствія какой-либо общій имъ всѣмъ элементъ то мы получимъ иногда возможность дойти такимъ образомъ до какой-либо одной причины, которая и будетъ настоящимъ дѣйствующимъ обстоятельствомъ во всѣхъ нихъ. Такъ, теперь думаютъ, что при произведеніи теплоты путемъ тренія, удара, химическаго дѣйствія и проч., конечный источникъ — одинъ и тотъ же“ ¹⁾.

Другими словами, множественность причинъ лежитъ въ нашемъ неумѣнніи подступить къ изслѣдованію,—въ томъ, что мы не достаточно полно и тщательно анализируемъ тѣ сложныя предшествующія, которыя стремимся привести въ связь съ рассматриваемымъ слѣдствіемъ.

Еще опредѣленнѣе, съ ясностью, не допускающею уже никакихъ сомнѣній и безтолкованій, формулируетъ эту мысль ближайшій ученикъ послѣдователь Милля, А. Бэнъ: „Множественность причинъ — говоритъ онъ—„лежитъ скорее въ неполнотѣ нашихъ знаній, чѣмъ въ природѣ вещей. Съ накопленіемъ знаній множественность пропадаетъ. Многочисленныя, на первый взглядъ, причины движенія различны лишь по видимости; въ сущности, всѣ онѣ тождественны“ ²⁾.

Съ другой стороны подходитъ къ тому же выводу другой англійскій логикъ, Веннъ, почти столь же близко стоящій въ этомъ вопросѣ къ Миллю, какъ и Бэнъ:

„Съ чисто феноменалистической точки зрѣнія, отбрасывающей все „дѣйствующее“ въ причинѣ и не оставляющей рѣшительно ничего, кромѣ послѣдовательности, не легко представить себѣ, откуда берется различіе между причиной и дѣйствіемъ, состоящее въ томъ, что дѣйствіе можетъ быть

¹⁾ Система логики, стр. 355.

²⁾ *Bain, Logic*, vol. II, p. 17.

производимо многими причинами, а причина вполне определяет действие. Другими словами, чем вызывается, что мы постоянно слышим о множественности причин и никогда о множественности действий. Объяснения далеко искать не приходится. Дело лишь в том, что мы с большей требовательностью относимся к определению причины, чем к определению действия. В первом случае мы настаиваем на введении всех предшествующих, тогда как в последнем удовлетворяемся ограниченным числом последующих, хотя бы даже одним. Если бы принимались во внимание все предшествующие и все последующие, любая из этих групп равно определяла бы вполне другую. От полного знания одной можно было бы безошибочно заключать о другой. С точки зрения логики, прошедшее как раз в той же мере содержится в будущем, в какой будущее содержится в прошедшем¹⁾.

Эту мысль Венна детально развивает на удачно подобранных примерах Минто. Резко отбывая затруднения, вносимые в индуктивное исследование причинной связи множественностью причин, Минто указывает на то, что положение все же не безысходное: Дело в том, что различные причины и действуют различным способом, оставляя по себе соответствующие признаки; по этим-то признакам мы и можем узнать, какая, именно, причина действовала в каждом данном случае.

Произошел, например, взрыв. Существует целый ряд взрывчатых веществ, которые могут произвести совершенно одинаковую на первый взгляд картину разрушения; так, в нашем случае мог действовать или порох или динамит. Но на самом деле эти два вещества вовсе не настолько сходны по своему действию, чтобы их результаты могли быть тождественными во всех обстоятельствах. Опытный исследователь на основании предшествующих наблюдений знает, что при взрыве пороха окружающие предметы чернют, а взрыв динамита разрывает и

1) *Venn*, The Logic of chance (1 ed.), p. 229—230; cf. *Venn*, Empirical Logic, p. 62—64. Ср. *Лосский*, Обоснование интуитивизма, стр. 316.

разбиваетъ предметы особымъ, свойственнымъ ему одному образомъ. Это и даетъ возможность эксперту истолковать оставшіеся слѣды явленія и на основаніи ихъ составить и доказать гипотезу относительно его причины.

Или, положимъ, находятъ въ водѣ трупъ человѣка. Человѣкъ могъ самъ утонуть или погибнуть насильственной смертью, напр., отъ задушенія, и лишь потомъ быть брошеннымъ въ воду. И вотъ ближайшія обстоятельства дѣла и укажутъ намъ истину. Смерть отъ утопленія характеризуется отличительными признаками: если человѣкъ утонулъ, то у него должны найти воду въ желудкѣ и пѣну въ трахеѣ.

Такимъ образомъ, хотя данное явленіе можетъ зависѣть отъ многихъ причинъ, все-таки въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ можно, на основаніи тѣхъ или другихъ отличительныхъ признаковъ, указать истинную причину его, и задачей научнаго изслѣдованія является именно изученіе такихъ признаковъ. Такъ, борозды на песчаникѣ могутъ имѣть различное происхожденіе. Чаще всего причиной ихъ бываетъ дѣйствіе морскихъ приливовъ на песчаные берега; и тотъ, кто знаетъ лишь этотъ способъ происхожденія бороздъ, можетъ сразу приписать ихъ дѣйствію этого фактора. Но такого же рода борозды происходятъ еще отъ дѣйствія на подвижный песокъ вѣтра, потоковъ и вообще всякой движущейся массы воды. Слѣдуетъ ли изъ этого, что среди этихъ возможныхъ причинъ нельзя угадать истинной? Вовсе нѣтъ; борозды, производимыя вѣтромъ, потоками воды и приливами имѣютъ свои отличительныя черты, на основаніи которыхъ и можно поддерживать одну изъ этихъ гипотезъ и отвергать другія...

Дѣло въ томъ, что вообще, когда мы говоримъ о множественности причинъ — о томъ, что то или другое явленіе можетъ зависѣть отъ той, или другой, или отъ третьей причины, — мы имѣемъ въ виду не какой-либо отдѣльный случай этого явленія со всѣми его индивидуальными подробностями, а лишь нѣкоторое обобщеніе или отвлеченную схему его. Когда мы говоримъ, на примѣръ, что смерть можетъ происходить отъ множества причинъ: отъ яда, отъ выстрѣла,

отъ ранъ, отъ болѣзни того или другого органа, — мы думаемъ о смерти вообще, а не о какомъ-либо частномъ ея случаѣ, подлежащемъ разсмотрѣнію. Каждый изъ этихъ частныхъ случаевъ столь рѣзко отличается отъ другихъ по своимъ признакамъ, что допускаетъ только одну комбинацію причинъ“ 1).

Веннъ и Минто стоятъ въ сущности на той же точкѣ зрѣнія, что и Бэнъ. Они также видятъ въ множественности причинъ не реальный фактъ, лежащій „въ природѣ вещей“, какъ выражается Бэнъ 2), а результатъ нашего неумѣнья подступиться къ изслѣдованію. Вся разница между ними и Бэномъ въ томъ, что они усматриваютъ корень зла въ излишнемъ упрощеніи слѣдствія, — послѣдующее берется не достаточно полное, въ него вводятся не всѣ слѣдствія сложной причины—тогда какъ Бэнъ, напротивъ, указываетъ, что мы чрезмѣрно усложняемъ причину, вводя въ нее лишніе элементы, со взятымъ нами дѣйствіемъ въ связи не стоящіе. Свести обѣ версіи во-едино и устранить эту кажущуюся „множественность причинъ“ разбираемой нами „множественности причинъ“ не трудно. Дѣло въ томъ, что причина и слѣдствіе берутся не одинаково сложныя, а происходитъ ли это отъ чрезмѣрной простоты слѣдствія или отъ излишней сложности причины, безразлично: говоря „причина сложнѣе дѣйствія“ мы выражаемъ все ту же мысль, какъ и словами „дѣйствіе менѣе сложно нежели причина“.

Обращаясь отъ множественности причинъ къ множе-

1) *Минто*, Дедукт. и индукт. логика, стр. 425 — 427; ср. *Лосскій*, Обоснованіе интуитивизма, стр. 315.

2) Множественность—категорія не конститутивная, а методологическая,— могла бы эта мысль быть выражена въ терминахъ Риккертской школы: „первичной“ причинной связи (primäre Kausalität — ср. *Hessen*, Individuelle Kausalität, S. 77—82) множественность не присуща. Возможны, разумѣется, и инныя парафразы. Но какое содержаніе можетъ вкладываться въ характеристику множественности, какъ „построенія скорѣе терминологіи, чѣмъ логики“ (*Орженецкій*, рецензія на мои „Очерки“, стр. 33), я не могу схватить. При чемъ здѣсь терминологія? Развѣ дѣло въ выборѣ словъ, — въ томъ, что называть причинною связью и чего не называть? Какъ ни формулируй поставленную выше методологическую проблему, самой проблемы путемъ терминологическихъ комбинацій не разрѣшишь и не снимешь.

ственности дѣйствій, мы уже не найдемъ въ учебникахъ логики матеріала для иллюстрацій. Удѣляя не мало вниманія множественности причинъ и осложненіямъ, вносимымъ ею въ ходъ индуктивнаго изслѣдованія причинозависимостей, логики совершенно игнорируютъ множественность дѣйствій. „Откуда взятъ такому различію между причиной и слѣдствіемъ, что слѣдствіе можетъ быть производимо многими причинами, а причина вполнѣ опредѣляетъ дѣйствіе“—этотъ аргументъ представляется для Венна рѣшающимъ въ спорѣ о логическомъ характерѣ Миллевой концепціи множественности причинъ, и такой постановкѣ вопроса нельзя отказать въ послѣдовательности: обычное представленіе о причинной связи, дѣйствительно, носить вполнѣ симметричный характеръ; причина и слѣдствіе входятъ въ него на одинаковыхъ правахъ, и если отвергать множественность дѣйствій, то нельзя не отвергнуть и множественности причинъ ¹⁾. Но альтернатива „или нѣтъ множественности слѣдствій, но тогда нѣтъ и множественности причинъ, или допускается множественность причинъ, но тогда должна быть допущена и множественность дѣйствій“ мирится и съ положительнымъ рѣшеніемъ. И остановиться приходится, именно, на немъ, такъ какъ въ научной практикѣ множественность дѣйствій играетъ фактически чрезвычайно видную роль. Съ множественностью дѣйствій тѣсно соприкасается математическая дисциплина, оживленно дебатлируемая логиками,—теорія вѣроятностей. И не трудно убѣдиться, что множественность дѣйствій, съ которою имѣетъ дѣло теорія вѣроятностей, въ полной мѣрѣ аналогична множественности причинъ Милля.

Разсмотримъ, чтобъ это показать, тѣ примѣры на которыхъ обычно иллюстрируются теоремы математической теоріи вѣроятностей. Изъ закрытой урны, въ которой лежитъ определенное число бѣлыхъ и черныхъ шаровъ, вынимается одинъ шаръ. Какой шаръ вынется? Отвѣтъ: или черный или бѣлый. Передъ нами множественность дѣйствій: разсматриваемый комплексъ причинъ не опредѣляетъ дѣйствія вполнѣ;

¹⁾ Ср., однако (см. выше, стр. 152, примѣч.), точку зрѣнія Курно.

онъ оставляетъ возможными нѣсколько разныхъ слѣдствій. Бросается шестигранная кость; наверху можетъ оказаться любая изъ граней куба; у причины нѣсколько разныхъ дѣйствій,—именно, шесть. Подбрасывается въ воздухъ мѣдный пятакъ: возможныхъ дѣйствій два—выпасть можетъ орелъ или рѣшетка. Изъ колоды картъ вынимается одна карта: возможныхъ дѣйствій 52. И такъ далѣе ad infinitum: при-сматриваясь къ иллюстраціямъ теоріи вѣроятностей, мы неизмѣнно встрѣчаемъ въ нихъ одну и ту же логическую структуру, несмотря на крайнее разнообразіе деталей.

Въ чемъ же здѣсь, собственно, дѣло? Откуда появляется такая неопредѣленность дѣйствія? Почему рассматриваемыя причины оставляютъ возможными нѣсколько разныхъ слѣдствій? Корень множественности, какъ легко убѣдиться, именно, въ томъ, что мы сравнительно простую причину пытаемся привести въ связь съ болѣе сложнымъ дѣйствіемъ ¹⁾. Возьмемъ игру въ орлянку. Въ качествѣ причины рассматривается то обстоятельство, что монета имѣетъ двѣ плоскихъ стороны, на которыхъ можетъ лежать, сохраняя равновѣсіе, и что ее бросаютъ въ воздухъ, т. е. сообщаютъ ей какое-то, точно не указываемое, движеніе. Въ качествѣ слѣдствія, которое приводится въ связь съ этою причиною, рассматривается паденіе монеты на одну изъ ея плоскихъ сторонъ. Связь получается неопредѣленная; взятая причина допускаетъ два разныхъ слѣдствія. Почему? Потому лишь, что мы въ причину не включаемъ всѣхъ предшествующихъ рассматриваемаго дѣйствія. Если мы, сверхъ тѣхъ элементовъ, которые уже приняты во вниманіе, привлечемъ также начальное положеніе монеты и опредѣлимъ характеръ даннаго монетѣ толчка, то неопредѣленность дѣйствія пропадетъ. Такой

¹⁾ Ср. *Sigwart*, *Logik*, Bd. I, S. 274; *Lange*, *Logische Studien*, S. 34: „es ist uns auch ganz geläufig, eine Erscheinung auf eine Summe von Bedingungen zurückzuführen, deren vollständiges Zusammentreffen das Ergebniss mit Nothwendigkeit herbeiführt, während das theilweise Vorhandensein nur eine gewisse Wahrscheinlichkeit des Ereignisses mit sich bringt“; *John*, *Statistik und Probabilität*, S. 20; *Kries*, *Die Principien*, S. 87—88 (перепечатано въ *Ueber den Begriff der objektiven Möglichkeit*, S. 181); *Лосскій*, *Обоснованіе интуитивизма*, стр. 318, 299, 242.

дополненный комплексъ причинъ будетъ уже стоять съ дѣйствіемъ въ связи вполне однозначной, у причины будетъ только одно слѣдствіе: если монета держится орломъ кверху и подбрасывается такъ, что въ воздухѣ перевертывается сто разъ, то выпадетъ орелъ; если же монета перевертывается 99 разъ, то выпадетъ рѣшетка. Никакой неопредѣленности болѣе нѣтъ.

Къ сходному результату—устраненію множественности—мы можемъ притти и другимъ путемъ. Именно, мы можемъ не причину усложнять, вводя въ нее недостающіе ей по сравненію съ дѣйствіемъ элементы, а, напротивъ, упрощать дѣйствіе, опуская лишнія противъ причины черты. Если со взятой причиною—монета, имѣющая двѣ плоскихъ стороны, бросается въ воздухъ—приводитъ въ связь не появленіе орла и появленіе рѣшетки, а появленіе или орла или рѣшетки, то такое дѣйствіе будетъ стоять съ нею въ связи опредѣленной: рассматриваемый комплексъ причинъ предрѣшаетъ, что монета не станетъ на ребро и не повиснетъ въ воздухѣ.

Разсмотримъ другой примѣръ: урну, изъ которой вынимается шаръ. Причина не опредѣляетъ дѣйствія во всей его полнотѣ: можетъ вынутъ любой изъ содержащихся въ урнѣ шаровъ,—и черный, и бѣлый, и красный, если въ урнѣ лежатъ шары этихъ трехъ цвѣтовъ. Но дополнимъ въ надлежащей мѣрѣ группу причинъ, укажемъ, какъ располагаются шары въ урнѣ и какъ движется рука, и неопредѣленность дѣйствія отпадетъ: если въ глубинѣ урны въ лѣвомъ углу лежитъ шаръ бѣлый, а рука схватываетъ шаръ, лежащій въ глубинѣ урны въ лѣвомъ углу, то вынется, именно, шаръ бѣлый, а не черный и не красный. Съ такимъ пополненнымъ комплексомъ причинъ дѣйствіе стоитъ въ связи, не допускающей никакой множественности. Съ другой стороны, и тотъ комплексъ обстоятельствъ, который оставляетъ неопредѣленнымъ, вынется шаръ бѣлый, черный или красный, имѣетъ свое дѣйствіе, которое опредѣляетъ всецѣло: именно, вынется изъ урны шаръ, а не кубъ, котораго въ урнѣ нѣтъ, и притомъ шаръ бѣлый, черный или красный, а не синій или пестрый.

Множественность дѣйстви́й, какъ и множественность причинъ, не представляетъ изъ себя, такимъ образомъ, реального факта, „лежащаго въ природѣ вещей“ и мѣняющаго наше представленіе о причинности. Каждая элементарная причина неразрывно связана съ своимъ дѣйстви́емъ: Но если мы съ дѣйстви́емъ приводимъ въ причинное соотношеніе сложную группу явленій, въ которую входятъ обстоятельства, съ разсматриваемымъ дѣйстви́емъ въ связи не стоящія, то съ такого рода предшествующимъ дѣйстви́емъ уже не стоитъ въ неразрывной связи: подобныхъ причинъ можно найти для одного и того же дѣйстви́я и больше одной. Равнымъ образомъ, если взятую причину приводить въ соотношеніе съ сложнымъ послѣдующимъ явленіемъ, въ которое входятъ обстоятельства, съ элементами причины не связанныя, то подобныхъ дѣйстви́й у причины можно будетъ встрѣтить не одно, а много. Множественность какъ причинъ, такъ и дѣйстви́й получается благодаря неумѣнью ¹⁾ выдѣлять среди предше-

1) Или нежеланію. Связи, не вполне опредѣленныя, имѣютъ въ извѣстныхъ условіяхъ настолько значительный интересъ, что изслѣдователь сознательно концентрируетъ вниманіе на соотношеніяхъ между завѣдомо не одинаково сложными предшествующими и послѣдующими. Опредѣленная связь между устройствомъ урны и появленіемъ шара, а не куба, насъ не интересуетъ, тогда какъ, напротивъ, связь устройства урны съ появленіемъ шара того или иного цвѣта представляется заслуживающею изученія. Не желая уклоняться въ сторону отъ *thema grabadum* настоящаго очерка—необходимости искать къ методамъ индукціи дополненія въ формѣ иначе конструируемыхъ и обосновываемыхъ приѣмовъ уловленія причиннозависимостей,—я не останавливаюсь на вопросѣ о тѣхъ психологическихъ и логическихъ мотивахъ, которые могутъ побуждать изслѣдователя приводить въ причинное соотношеніе такого рода другъ друга не опредѣляющіе комплексы предшествующихъ и послѣдующихъ. Отмѣчу лишь, что въ тѣсной связи съ нимъ стоятъ проблемы индетерминизма—механическаго, біологическаго и социологическаго, однимъ изъ любопытнѣйшихъ проявленій котораго представляется концепція *évolution multiforme Гарда*, послѣдователя Курно. Любопытный примѣръ такой *évolution multiforme* въ области неорганической природы анализируетъ *Нааске* въ своемъ *Grundriss der Enwickelungsmechanik*, S. 197; отмѣчая, что, образованіе формы идетъ до значительной степени подъ дѣйстви́емъ внѣшнихъ вліяній, — *absolute Autoplasie giebt es überhaupt nicht* — Гааске указываетъ примѣръ изъ минералогіи: известковый шпатъ представляетъ изъ себя углекислую известь, выкристаллизовавшуюся въ гексагональной системѣ; та же углекислая известь даетъ кристаллы ромбической систе-

ствующихъ и послѣдующихъ группы элементовъ, слагающіяся лишь изъ соотвѣтствующихъ другъ другу элементарныхъ причинъ и слѣдствій. При большемъ искусствѣ мы могли бы и не наталкиваться на множественность, и теоретически мы всегда въ состояніи устранить множественность причинъ путемъ обобщенія причинъ и индивидуализаціи дѣйствій, а множественность дѣйствій путемъ индивидуализаціи причинъ и обобщенія дѣйствій.

Но если множественность причинъ и дѣйствій появляется въ полѣ нашего зрѣнія лишь благодаря тому, что приводятся въ причинную связь явленія, слагающіяся изъ несоотвѣтствующихъ другъ другу элементарныхъ причинъ и дѣйствій, то отсюда, казалось бы, вытекаетъ простой практической выводъ. Не приводи въ связь того, что въ связи между собою не стоитъ! озаботься, чтобы не вводить въ причину обстоятельствъ, нисколько не вліяющихъ на слѣдствіе! прими мѣры къ тому, чтобы въ слѣдствіе не входило элементовъ, независимыхъ отъ разсматриваемой причины!— и можешь смѣло полагаться на правила индуктивныхъ методовъ и не опасаться множественности. Рецептъ, на первый взглядъ, на столько простой, что понятенъ становится оптимизмъ Дюркгейма. Въ дѣйствительности, однако, этихъ до триумфа самоочевидныхъ требованій выполнить невозможно. Мы въ состояніи такъ строго взвѣшивать и отшлифовывать понятія, которыми оперируемъ, лишь въ томъ случаѣ, если строимъ ихъ синтетически, если сознательно и планомерно складываемъ въ болѣе сложныя группы простѣйшіе элементы, опираясь на извѣстные намъ законы причинной связи между ними. Если мы знаемъ, что α причина α' , а β причина β' , то, разумѣется, ничто не мѣшаетъ подобрать къ явленію A' , слагающемуся изъ элементовъ $\alpha' + \beta'$, такую причину A , равную $\alpha + \beta$, которая построена, какъ на заказъ, по нуж-

мы—аррагонитъ; при извѣстныхъ условіяхъ изъ раствора осѣдаетъ известковый шпатъ, при иныхъ — аррагонитъ, „woraus wir ersehen, dass der kohlen-saure Kalk aus sich allein keine Kristalle von bestimmter Form zu producieren vermag, sondern dass er nur eine der Komponenten in dem Komponentenkomplexe ist, der den Grund für die Entstehung von Kalkspat-bezw. Arragonitkristallen darstellt“.

ному намъ образцу. Но при номографической работѣ въ неизслѣдованной области мы не располагаемъ такимъ знаніемъ законовъ связи между изучаемыми явленіями. Тѣ понятія, которыми мы вынуждены оперировать, получены не путемъ обдуманной научной конструкціи, а почерпнуты изъ житейскаго обихода, и лишь по мѣрѣ того, какъ подвигается работа, они понемногу обтесываются и подвергаются очисткѣ и рационализациі. Когда мы въ экспериментальномъ изслѣдованіи спрашиваемъ, не связано ли слѣдствіе A' съ причиною A , мы, за рѣдкими исключеніями, не вправѣ уповать на то, что A и A' окажутся сложенными изъ элементарныхъ причинъ и слѣдствій, именно, такъ, какъ требуется для полной опредѣленности отвѣта. Лишь счастливая, но мало вѣроятная случайность можетъ навести насъ на одну изъ двухъ комбинацій, учитываемыхъ логикою индукціи: на полное соотвѣтствіе структуры A и A' , обуславливающее неразрывность связи между ними, или же на полное отсутствіе въ составѣ A и A' связанныхъ между собою элементовъ, гарантирующее ихъ полную взаимную независимость. Какъ общее правило, слѣдуетъ ожидать, что въ составѣ A и A' будутъ элементы, соотвѣтствующіе другъ другу, но что помимо нихъ будутъ на лицо и элементы, въ связи не стоящіе. Мы вѣдь никогда не идемъ вполнѣ на ошупь, выхватывая изъ безконечно сложной массы того, что свершается въ мірѣ, какъ изъ закрытой урны, случайныя комбинаціи ничѣмъ между собою не связанныхъ элементовъ. Кое-что о явленіяхъ намъ обычно извѣстно, и даже психологическій процессъ образованія понятій гарантируетъ ихъ нѣкоторую цѣлесообразность. Въ силу этого, вѣроятность удачи не такъ ужъ подавляюще ничтожна, какъ это могло бы казаться. Но, тѣмъ не менѣе, пока номографическій анализъ не привелъ насъ къ опредѣленнымъ результатамъ, которые облекаются нами въ синтетическія формы, наши сложные понятія лишь случайно могутъ оказаться въ такомъ соотвѣтствіи другъ съ другомъ, что множественность будетъ исключена.

Разсмотримъ такого рода примѣръ. Изслѣдуется распространеніе звука. Желая доказать, что звукъ распространяется

черезъ воздухъ, помѣщаютъ подъ колоколъ воздушнаго насоса заведенный будильникъ и выкачиваютъ воздухъ. Пока подъ колоколомъ есть воздухъ, звукъ слышенъ; какъ только воздухъ выкачанъ, звука не слышно. Отсюда выводъ по методу разницы: звукъ распространяется черезъ воздухъ. Экспериментъ поставленъ отчетливо, и выводъ вполне убѣдителенъ. Но чему мы обязаны такимъ успѣхомъ? Если мы не знали до опыта, въ чемъ здѣсь, собственно, дѣло, и не гнули эксперимента сознательно въ ту сторону, куда нужно, то, единственно, слѣпому счастью. Воздухъ, вѣдь, не что-либо простое; это сложная смѣсь газовъ, обладающихъ разнообразными химическими и физическими свойствами. Распространеніе звуковой волны въ воздухѣ стоитъ изъ всѣхъ этихъ свойствъ въ непосредственной связи лишь съ упругостью. Во всякой иной упругой средѣ звукъ распространяется, какъ и въ воздухѣ. Присутствіе воздуха лишь одна изъ числа возможныхъ причинъ распространенія звука въ силу того, что дѣйствительная причина — упругость среды—осложнена обстоятельствами, съ распространеніемъ звука не связанными. Будь на мѣстѣ воздуха иной газъ или иная смѣсь газовъ или даже жидкость, звукъ продолжалъ бы распространяться. Зная это, мы и ставимъ опытъ такъ, чтобы не нарваться на неудачу. Но если бы напередъ этого не знать, то естественнѣе было бы поставить экспериментъ иначе,—вытѣснить, на примѣръ, воздухъ изъ-подъ колокола не откачиваніемъ, а наливаніемъ воды. Между тѣмъ, при такой постановкѣ опыта выводъ получился бы отрицательный, такъ какъ звукъ былъ бы слышенъ и въ отсутствіи воздуха.

Правъ, слѣдовательно, Дюркгеймъ, когда утверждаетъ, что множественность противорѣчитъ нашему коренному представленію о причинности; но правъ и Милль, когда говоритъ, что изслѣдователь, увѣренный, будто его A' можетъ вызываться только одною причиною и, если связано съ A , то уже не стоитъ въ связи съ B , надѣлаетъ грубѣйшихъ ошибокъ. Условія номографической работы не допускаютъ возможности оперировать лишь такими понятіями, примѣненіе которыхъ исключало бы множественность.

Исслѣдователь не можетъ гарантировать, что рассматриваемыя имъ A и A' стоятъ между собою въ связи, не допускающей ни множественности причинъ, ни множественности слѣдствій. Мы видимъ, какъ на почвѣ основной концепціи неразрывной причинной связи вырастаютъ, нисколько ей не противорѣча, болѣе запутанныя фѳормы причинныхъ взаимоотношеній, далекія отъ подобной неразрывности. Къ конечной цѣли раскрытія „законовъ природы“, связывающихъ между собою неразрывно простѣйшія причины и слѣдствія, номографическій анализъ не можетъ итти путемъ изученія лишь такихъ сложныхъ комплексовъ причинъ и слѣдствій, которые сами стоятъ въ неразрывной связи. Онъ вынужденъ подвергать разсмотрѣнію и менѣе тѣсныя формы связи,—отношенія, характеризуемая множественностью причинъ и дѣйствій.

Для изслѣдованія такихъ болѣе свободныхъ отношеній причинной связи методы индукціи не пригодны. Если A можетъ имѣть слѣдствіемъ не только B , а B можетъ слѣдовать не только за A , то правила методовъ сходства, различія и остатковъ лишаются почвы. Ихъ нельзя ни обосновать, ни примѣнять, такъ какъ, пользуясь ими въ подобныхъ условіяхъ, мы рискуемъ или не притти ни къ какому выводу или притти къ выводамъ невѣрнымъ. Приходится, слѣдовательно, искать иныхъ пріемовъ рѣшенія вопроса, стоятъ интересующія насъ явленія A и B въ связи или нѣтъ.

Но отвѣтомъ на этотъ вопросъ задача изслѣдователя, какъ извѣстно, не исчерпывается. Допустимъ, что такъ или иначе ему удастся констатировать наличность связи между A и B . Успокоиться на этомъ онъ не можетъ: онъ долженъ также найти „законъ“ связи, схватить математической формулой соотношеніе между количественными измѣненіями A и соотвѣтствующими имъ количественными измѣненіями B . Правда, постановка такой задачи противорѣчитъ, на первый взглядъ, основной концепціи причинной связи. Разъ A причина B , то всегда, гдѣ имѣетъ мѣсто A , за нимъ слѣдуетъ B , и нигдѣ не встрѣчается B , если не предшествуетъ A ; отсюда, казалось бы, вытекаетъ, что, если осуществляются два A (т. е. $A + A$), то за ними слѣдуютъ два B ($B + B$) и

что три *B* могут слѣдовать лишь за тремя *A* и т. д.,—словомъ, что между причиною и слѣдствіемъ не можетъ быть иной количественной связи, кромѣ прямой пропорціональности. Фактически, между тѣмъ, трудъ изслѣдователей, занятыхъ уловленіемъ причинныхъ соотношеній, поглощается формулировкой математическихъ законовъ связи въ большей даже, можетъ быть, мѣрѣ, нежели простымъ констатированіемъ факта ея наличности или отсутствія. И не трудно убѣдиться, что противорѣчіе здѣсь только кажущееся, сводящееся все къ тому же источнику, какъ въ случаѣ множественности причинъ и дѣйствій. Причина и слѣдствіе, безспорно, такъ связаны между собою, что ни о какомъ иномъ „законѣ“ связи кромѣ прямой пропорціональности, не можетъ быть и помысла. Но при работѣ въ неизвѣданной области мы никогда не можемъ поручиться, что имѣемъ передъ собою непосредственныя измѣренія количественныхъ значеній самой причины и ея слѣдствія: измѣренію постоянно подвергаются иныя величины, съ ними лишь такъ или иначе сопряженныя, и нѣтъ способа ни оберечь себя отъ этого, ни удостовѣриться до изслѣдованія, какъ въ этомъ отношеніи обстоятъ дѣла. Въсь тѣла, напримѣръ, завися отъ массы, устанавливается прямо пропорціональнымъ объему, если рассматриваются тѣла изъ одного и того же вещества. Но допустимъ, что, имѣя дѣло съ мѣдными кубиками, мы начнемъ сопоставлять съ вѣсомъ не объемъ кубовъ, а длину ребра. Связь получится вполне опредѣленная, такъ какъ длина ребра опредѣляетъ и объемъ куба; но законъ связи будетъ уже иной: съ ростомъ ребра вдвое объемъ, а вмѣстѣ съ нимъ и вѣсъ, возрастаютъ не вдвое, а въ восемь (2^3) разъ. Предположимъ теперь, что измѣряется не длина ребра, а площадь одной изъ сторонъ куба; тогда сопоставленіе съ вѣсомъ дастъ связь еще болѣе сложнаго вида: съ ростомъ площади въ четыре раза вѣсъ возрастаетъ въ восьмеро, съ ростомъ площади въ девять разъ вѣсъ возрастаетъ въ 27 разъ. А кто подскажетъ намъ до начала работы, что измѣрять нужно не длины и не площади, а, именно, объемы, если неизвѣстно, какъ чтò съ чѣмъ связано въ подлежащей изслѣдованію области. Или возьмемъ другой примѣръ изъ

дѣйствительной практики научной работы. Уголь паденія луча свѣта и уголь отраженія равны между собою; если одинъ увеличивается въ k разъ, то ровно въ k разъ увеличивается и другой. Но уголь преломленія не равенъ и не пропорціоналенъ углу паденія; съ увеличеніемъ угла паденія въ k разъ онъ не увеличивается въ k разъ, а измѣняется въ иномъ отношеніи; для того, чтобъ и здѣсь встрѣтиться съ прямой пропорціональностью, намъ надо было бы непосредственно измѣрять не углы, а ихъ синусы. Но какъ угадать, что въ одномъ случаѣ прямо пропорціональны другъ другу и сами углы, а въ другомъ только ихъ синусы?

Отсутствіе прямой пропорціональности не можетъ, такимъ образомъ, почитаться признакомъ полнаго отсутствія связи; „законы“ связи могутъ облекаться въ любыя математическія формы, и изслѣдователь не вправѣ считать свой трудный путь законченнымъ, пока не доберется до характеристики установленной связи въ этомъ отношеніи ¹⁾. Наряду съ проблемою *качественнаго анализа* передъ теоріей индукціи выдвигается проблема *анализа количественнаго*,— проблема еще болѣе сложная и, къ сожалѣнію, еще болѣе запущенная логиками. На этомъ новомъ полѣ насъ вновь встрѣчаютъ,—лишь въ нѣсколько видоизмѣненной формѣ—тѣ осложненія, которыя множественность причинъ и слѣдствій вносятъ въ рѣшеніе вопроса о самой наличности связи, и эти новыя трудности необходимо окинуть взоромъ, дабы задача уловленія причинныхъ связей въ неизслѣдованной еще области предстала передъ нами во всей своей дѣйствительной сложности.

Изъ того, что за A не всегда слѣдуетъ B , изслѣдователь, какъ мы знаемъ, еще не въ правѣ заключать, что между A и B нѣтъ связи: то обстоятельство, что дѣти не всегда похожи на родителей, не колеблетъ теоріи наслѣдственности, — оно лишь затрудняетъ открытіе ея законовъ. Равнымъ образомъ изъ того, что опредѣленному значенію A не всегда

¹⁾ Ср. *Джевансъ*, Основы науки, стр. 471: „Мы должны быть постоянно настроены противъ тенденціи предполагать, что связь между причиною и дѣйствиемъ есть связь простой пропорціональности“.

соотвѣтствуетъ одно и тоже значеніе B , не вытекаетъ, что между A и B нѣтъ связи. Данному углу паденія можетъ соотвѣтствовать и ббльшій и меньшій уголъ преломленія, смотря по тому, изъ какой среды въ какую идетъ лучъ. Шаръ большой, но деревянный, легче каменнаго шара значительно меньшаго объема. Связь—и притомъ связь, допускающая вполнѣ точную математическую формулировку,—между объемомъ и вѣсомъ, между угломъ паденія и угломъ преломленія, тѣмъ не менѣе, существуетъ. Наблюдаемая же нами неопредѣленность вносится тѣмъ, что приводятся въ соотношеніе не одинаково сложныя явленія. Вѣсъ зависитъ не только отъ объема, но и отъ плотности вещества тѣла. Уголъ преломленія опредѣляется совокупностью трехъ данныхъ: угломъ паденія луча; показателемъ преломленія той среды, изъ которой идетъ лучъ; показателемъ преломленія среды, въ которую лучъ переходитъ. Если мы учтемъ всѣ вліяющія обстоятельства, то каждой комбинаціи ихъ численныхъ значеній будетъ соотвѣтствовать одно опредѣленное значеніе угла преломленія луча или вѣса тѣла. Но трудность въ томъ и заключается, что до изслѣдованія неизвѣстно, вполнѣ ли опредѣляютъ учитываемыя причины изучаемое слѣдствіе, и если не вполнѣ, то какія обстоятельства сверхъ того слѣдовало бы принять во вниманіе ¹⁾.

Невозможность знать до изслѣдованія то, что открывается лишь въ его конечномъ результатѣ, и заставляетъ насъ считаться при построеніи приѣмовъ уловленія причинныхъ связей съ такого рода неопредѣленностью въ отношеніяхъ между взаимно обусловленными явленіями. Вмѣстѣ съ

¹⁾ Ср. *Przibram, Anwendung*, S. 3: „Jetzt möchte ich nur klarlegen, dass eine nicht präzise Behandlung der Einzelfälle auch in den „exacten“ Wissenschaften zu scheinbaren individuellen Abweichungen führen müsste: berücksichtigt man beim freien Falle nicht alle Nebenumstände, wie Form des Körpers, Dichte der Luft, Nähe anderer anziehender Kräfte als die Gesamterdmasse etc., so werden die einzelnen fallenden Körper sich recht „individuell“ verhalten; ja diese Verschiedenheit ist so gross, dass man bekanntlich lange Zeit geglaubt hat, die schwereren Körper fielen aus inneren Gründen rascher als die leichten, bis man den verschiedenen Luftwiderstand als ausschlaggebendes Moment erkannte“.

тѣмъ въ проблемѣ „количественнаго каузальнаго анализа“ раскрывается для насъ новая сторона; наряду съ математическимъ „закономъ“ связи между A и B выступаетъ, какъ самостоятельный элементъ ея характеристики, ея большая или меньшая тѣснота: A своимъ значеніемъ можетъ и въ большей и въ меньшей мѣрѣ опредѣлять значеніе B , и нахождение этой мѣры, очевидно, входитъ въ кругъ задачъ изслѣдователя.

Не трудно намѣтить въ общихъ чертахъ тѣ моменты, отъ которыхъ зависитъ бѣльшая или меньшая тѣснота связи между A и B . Такъ какъ неполная опредѣленность связи между приводимыми въ соотношеніе явленіями коренится въ неполномъ тождествѣ ихъ строенія изъ элементарныхъ причинъ и слѣдствій, то на первое мѣсто среди этихъ моментовъ, естественно, выдвигаются структурныя различія между A и B . Чѣмъ меньше доля соответствующихъ другъ другу элементарныхъ причинъ и слѣдствій въ ихъ составѣ, тѣмъ слабѣе связь: если $A = \alpha + \beta + \gamma$, а $B = \alpha' + \beta' + \delta'$, то связь тѣснѣе, чѣмъ если $A = \alpha + \beta + \gamma$, но $B = \alpha' + \delta' + \epsilon'$. Длина правой и длина лѣвой руки у одного индивидуума тѣснѣе связаны между собою, нежели длина рукъ двухъ братьевъ: ибо среди обстоятельствъ, вліяющихъ на длину руки, больше общихъ для обоихъ сопоставляемыхъ явленій въ первомъ случаѣ, когда и наследственность, и всѣ условія развитія, начиная съ утробной жизни, одни и тѣ же, нежели во второмъ, когда въ условіяхъ зачатія и роста могутъ быть на лицо существенныя различія. Еще менѣе тѣсною представляется связь между длиною рукъ у двоюродныхъ братьевъ, такъ какъ въ этомъ случаѣ и часть факторовъ наследственности оказывается неодинаковою и условія жизненной обстановки расходятся еще рѣзче.

Этимъ моментомъ тѣснота связи, однако, не вполне опредѣляется. При одномъ и томъ же структурномъ соотношеніи между A и B связь между ними можетъ быть и болѣе и менѣе тѣсною въ зависимости отъ чисто идиографическихъ условій. Между объемомъ шара и его вѣсомъ устанавливается вполне опредѣленная связь, если изученію подвергаются шары изъ одного и того же вполне одно-

роднаго вещества. Но объемъ шара перестаетъ опредѣлять его вѣсъ, если не всѣ шары изъ одного вещества. Чѣмъ разнообразнѣе при этомъ составъ шаровъ, тѣмъ менѣе тѣсною оказывается связь между объемомъ и вѣсомъ: если всѣ шары каменные, то объемъ въ бѣльшей степени опредѣляетъ вѣсъ, нежели въ томъ случаѣ, когда къ каменнымъ шарамъ примѣшиваются деревянные; а если мы, производя взвѣшиванія въ воздухѣ, включимъ въ кругъ изучаемыхъ объектовъ воздушные шары, то связь между объемомъ и вѣсомъ и совсѣмъ расплывется. Словомъ, тѣснота связи между *A* и *B* зависитъ не только отъ наличности въ ихъ составѣ бѣльшаго или меньшаго количества соотвѣтствующихъ другъ другу элементарныхъ причинъ и слѣдствій, но и отъ фактической амплитуды колебаній—въ предѣлахъ нашего поля наблюденія—тѣхъ ихъ структурныхъ элементовъ, которые другъ другу не соотвѣтствуютъ. А вмѣстѣ съ тѣмъ появляется возможность, что устанавливаемая эмпирически связь между *A* и *B* будетъ болѣе тѣсною въ однихъ условіяхъ наблюденія и менѣе тѣсною въ иныхъ. Болѣе того, мыслимы идиографическія стеченія обстоятельствъ, симулирующія связь между явленіями, номографически другъ отъ друга независимыми, и, наоборотъ, возможны такія идиографическія конъюнктуры, въ которыхъ маскируется до неузнаваемости существующая въ дѣйствительности номографическая связь. Цвѣтъ шара не оказываетъ вліянія на вѣсъ: если перекрасить серебряный шаръ въ желтый цвѣтъ, онъ не приблизится по вѣсу къ золотому. Но если изслѣдованію подвергаются въ случайномъ подборѣ шары изъ разныхъ металловъ, то непосредственныя измѣренія легко могутъ констатировать, что желтые шары тяжелѣе бѣлыхъ. Съ другой стороны, если случайный подборъ матеріала бросить въ наше поле наблюденія шары каменные малаго радіуса и нѣсколько бѣльшіе деревянные, то измѣренія покажутъ намъ, вмѣсто прямой связи между вѣсомъ и объемомъ, связь обратную. Наряду со связями причинными, номографическими—связь объема шара и его вѣса — изслѣдователь постоянно встрѣчаетъ на своемъ пути связи безпричинныя, идиографическія — связь вѣса шара съ цвѣтомъ. И

это сплетеніе номографическихъ и идіографическихъ элементовъ въ устанавливаемыхъ эмпирически связяхъ между явленіями не только осложняетъ задачу уловленія связи, но и заставляетъ съ крайней осторожностью относиться къ истолкованію тѣхъ соотношеній взаимной обусловленности, которыя удается схватить. Можно, на примѣръ, статистически констатировать, что въ деревняхъ съ ббльшимъ надѣломъ меньше распространена внѣ-надѣльная аренда. Связь причинная, непосредственная,—истолковываютъ это статистическое наблюденіе одни: русская внѣ-надѣльная аренда—аренда продовольственная; крестьянинъ гонится лишь за тѣмъ, чтобъ быть сыту и, по возможности, использовать свою рабочую силу; больше этого ему земли не нужно; чѣмъ болѣе у него своей земли, тѣмъ меньше онъ и принанимаетъ. Связь чисто внѣшняя, случайная,—возражаютъ другіе: рядовой русскій крестьянинъ не хуже любого кулака радъ расширить хозяйство и за предѣлы своей рабочей силы и, когда представляется возможность, онъ охотно снимаетъ земли больше, привлекая къ обработкѣ наемный трудъ; но дѣло въ томъ, что въ силу историко-географической случайности хорошо надѣленные государственные крестьяне живутъ вдали отъ помѣщичьихъ земель, составляющихъ главный арендный фондъ; сдающіяся земли и попадаютъ, въ силу этого, по преимуществу въ руки сосѣднихъ съ ними бывшихъ помѣщичьихъ крестьянъ, получившихъ меньшіе надѣлы при выходѣ на волю. Мало, слѣдовательно, установить наличность связи между изучаемыми явленіями: для того, чтобъ полученный выводъ осмыслить, для того, чтобъ увѣренно распространять его на неподвергавшіеся наблюденію случаи, надо умѣть отличать связь причинную отъ связи безпричинной. Въ своемъ поучительномъ изслѣдованіи о незаконнорожденныхъ дѣтяхъ во Франкфуртѣ на Майнѣ Spann приходитъ, между прочимъ, къ заключенію, что „для внѣ-брачныхъ дѣтей лучше, чтобъ мать умерла и они остались круглыми сиротами, нежели, чтобъ мать осталась въ живыхъ, но не вышла замужъ“. Выводъ Spann'a обоснованъ прочно. Но каково значеніе схваченной имъ связи? Есть ли это непосредственный результатъ неблагопріятнаго материнскаго вліянія? Въ такомъ

случаѣ связь, можно думать, останется въ силѣ и внѣ Франкфурта на Майнѣ. Или же дѣло въ томъ, что во Франкфуртѣ хорошо поставлено призрѣніе и круглыя сироты попадаютъ въ лучшія условія жизни и воспитанія, нежели тѣ, кто остается на попеченіи тяготящихся прижитымъ внѣ брака ребенкомъ и по большей части малоимущихъ матерей? Тогда внѣ Франкфурта—тамъ, гдѣ дѣло призрѣнія организовано иначе,—смерть матери уже не будетъ отражаться благопріятно на участи внѣ-брачныхъ дѣтей.

Мы видимъ, насколько задача уловленія взаимной зависимости между явленіями сложнѣе въ дѣйствительности, нежели ее изображаетъ традиціонная теорія индукціи. Ясно, что обычными методами индукціи, мало пригодными, какъ мы убѣдились, даже для рѣшенія сравнительно простыхъ проблемъ въ этой области, обойтись нѣтъ возможности: въ дополненіе къ нимъ потребны иные приемы изслѣдованія. И такіе приемы, приспособленные къ уловленію разнообразныхъ формъ той „болѣе или менѣе тѣсной“ связи, о которой шла рѣчь выше, созданы въ большомъ изобиліи практикою научной работы. Ихъ характерная особенность—отказъ отъ сопоставленія единичныхъ наблюденій и объединеніе отдѣльныхъ случаевъ въ группы, въ „совокупности“—„категорическое исчисленіе“ статистиковъ. Точку опоры всѣ такого рода статистическіе методы номографическаго изслѣдованія находятъ въ теоріи вѣроятностей. Изложеніе началъ этой математической дисциплины и анализъ ея логическихъ основъ и помогутъ намъ перекинуть мостъ отъ выясненія логическихъ функцій статистическихъ приемовъ номографической работы къ попыткѣ рациональнаго построенія и теоретической систематизаціи самихъ приемовъ.

Статистическій методъ оказывается, такимъ образомъ, призваннымъ служить тѣмъ же цѣлямъ номографическаго изученія вселенной, какъ и методы индукціи. Подобно имъ, онъ ставитъ конечною задачею раскрытіе „законовъ природы“,—тѣхъ вѣчныхъ и неразрывныхъ соотношеній между простѣйшими причинами и слѣдствіями, на которыя расчленяется въ нашемъ сознаніи представленіе о законѣрномъ ходѣ мірозданія. Поскольку на пути къ этому идеалу номо-

графическаго знанія изслѣдователь въ состояніи уберечься отъ „многозначныхъ“ связей между изучаемыми явленіями, онъ разрѣшаетъ задачу при помощи обычныхъ методовъ индукціи. Если же онъ не въ силахъ гарантировать, что зависимость носитъ характеръ неразрывной и вполнѣ опредѣленной, то прибѣгаетъ къ приѣмамъ работы статистическимъ. Статистическіе приемы подають руку помощи тамъ, гдѣ индуктивные отказываются служить. Они не субординированы, а координированы индуктивнымъ. Обѣ группы приемовъ уловленія причинныхъ связей между явленіями взаимно дополняютъ другъ друга; этимъ и опредѣляется мѣсто въ логикѣ теоріи статистическаго метода, какъ способа номографическаго изслѣдованія, наряду съ „категорическимъ исчисленіемъ“, какъ формою идіографическаго изображенія дѣйствительности.

ОЧЕРКЪ ТРЕТІЙ.

Математическая вѣроятность

и

статистическая частота.

(Законъ большихъ чиселъ).

„Séparer la statistique de la probabilité, c'est chose absolument impraticable. Qu'on sache ou qu'on ignore les calculs supérieurs que demandent les premières questions de statistique, on ne se pose pas moins ces questions et on en donne une solution quelconque“.

Bienaymé, Rapport sur le concours pour le prix de statistique (1860).

„Und gerade in dieser ihrer Beziehung zum empirischen Wahrscheinlichkeitsschluss erhält die Beobachtung, Zählung und Aufzeichnung der Häufigkeit, des Massenvorkommens eines Ereignisses ihre logische und hierdurch auch ihre wissenschaftliche und praktische Bedeutung“.

John, Statistik und Probabilität, S. 22.

I.

Для цѣлей номографическаго анализа теорія индукціи строить приемы, позволяющіе, при наличности извѣстныхъ условій, выхватывать изъ массы того, что свершается кругомъ насъ, явленія, скованныя между собою узами неразрывной причинной связи. Эти индуктивные методы опираются непосредственно на то свойство причинной связи, что она неразрывна. Правила методовъ сходства, разницы и всѣхъ иныхъ чисто индуктивныхъ методовъ логически вытекають изъ того признака подлежащей раскрытію при ихъ помощи связи, что, если A причина A' , то нигдѣ и никогда A не можетъ наступить безъ того, чтобы не послѣдовало A' , и A' не можетъ осуществиться, если не предшествуетъ A . Но гарантировать, что изучаемыя связи носятъ такой характеръ, изслѣдователь въ большинствѣ случаевъ, какъ мы убѣдились, не можетъ. Это лишаетъ его права пользоваться методами индукціи и вынуждаетъ обратиться къ инымъ способамъ раскрытія причиннозависимостей,—къ методамъ статистическимъ. Статистическіе методы, будучи предназначены для уловленія причинной связи свободной, допускающей множественность, какъ причинъ, такъ и слѣдствій, не могутъ уже, разумѣется, искать опоры въ неразрывности связи. Однако, на какую-либо характеристику связи причины со слѣдствіемъ должны опираться и они. На одномъ отрицательномъ признакѣ, что связь не является неразрывною, приемовъ ея уловленія основать нельзя. Для того, чтобъ возможно было схватить явленія, стоящія въ свободной причинной связи, должна была найдена и для этого случая такая характеристика связи причины со слѣдствіемъ, къ ко-

торой могли бы примкнуть правила статистических методов, подобно тому, какъ примыкають къ признаку неразрывности правила методовъ индукціи. Такую характеристику мы находимъ въ математической вѣроятности.

Въ воздухъ бросается монета; она можетъ упасть какъ орломъ, такъ и рѣшеткой. Игрокъ подбрасываетъ кость; можетъ выпасть любое изъ шести очковъ: 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Изъ урны, въ которой лежитъ сто шаровъ, вынимается одинъ шаръ; можетъ появиться любой изъ ста шаровъ. Во всѣхъ этихъ случаяхъ связь между причиною и слѣдствіемъ не носитъ неразрывнаго характера; напротивъ, взятая нами причина можетъ имѣть болѣе одного слѣдствія. Въ этомъ всѣ они сходятся, какъ сходятся и въ томъ, что множественность вызывается недостаточною полнотою выдѣленной нами причины по сравненію съ разсматриваемымъ слѣдствіемъ. Но тождественна ли связь между причиною и слѣдствіемъ во всѣхъ этихъ случаяхъ? Въ случаѣ монеты у причины всего лишь два разныхъ слѣдствія; въ случаѣ кости различныхъ слѣдствій у причины шесть, а въ случаѣ урны ихъ сотня. Не представляется ли связь причины со слѣдствіемъ въ случаѣ урны менѣе тѣсною нежели при игрѣ въ орлянку, когда возможныхъ слѣдствій всего два? Нельзя ли характеризовать связь причины со слѣдствіемъ числомъ возможныхъ слѣдствій причины? На этой мысли и покоится понятіе математической вѣроятности, какъ характеристики связи между причиною и слѣдствіемъ въ случаѣ связи не неразрывной. Но чтобъ эту мысль использовать, ее надо точнѣе формулировать.

Характеристика связи причины со слѣдствіемъ для того, чтобы можно было опереть на нее практичныя приемы работы, должна быть вполне опредѣленною. Она должна для каждаго двухъ явленій, приводимыхъ въ причинное соотношеніе, имѣть одно неизмѣнное значеніе, независящее отъ того, какъ мы подходимъ къ его вычисленію. Между тѣмъ, число возможныхъ слѣдствій данной причины величина неустойчивая, такъ какъ нельзя предрѣшить, что, именно, разсматривать какъ возможныя дѣйствія данной причины. Пока мы держимся представленія о неразрывной связи, никакой неопредѣленности въ отношеніяхъ между причиною и

слѣдствіемъ не возникаетъ. Причина A имѣетъ своимъ слѣдствіемъ A' ,—и все. Но если за слѣдствіе причины a мы принимаемъ не только a' , но также $a' + \beta'$, то мы не имѣемъ права исключать изъ круга возможныхъ дѣйствій причины a и явленія $a' + \beta' + \gamma'$, еще болѣе сложнаго нежели $a' + \beta'$, или явленія $a' + \beta' + \gamma' + \delta'$ и т. д. Другими словами, разъ въ приводимыя другъ съ другомъ въ связь понятія включаются элементы сторонніе, то расширенію ихъ содержанія границъ нѣтъ. А вмѣстѣ съ тѣмъ, нѣтъ предѣловъ и числу возможныхъ слѣдствій данной причины. Пусть въ урнѣ лежитъ два черныхъ и одинъ бѣлый шаръ. Сколько здѣсь возможныхъ слѣдствій? Какимъ числомъ характеризовать связь появленія бѣлаго шара съ взятою причиной? Мы можемъ признать, что возможныхъ слѣдствій два—появленіе шара бѣлаго и появленіе шара черного,—и характеризовать интересующую насъ связь величиною 2. Но мы можемъ также признать, что слѣдствій три—появленіе каждого изъ числа трехъ шаровъ въ урнѣ,—и тогда, если держаться принятой характеристики, придется опредѣлить ея значеніе уже иначе: положить его равнымъ 3. Такая неопредѣленная характеристика не пригодна для тѣхъ цѣлей, ради которыхъ мы стремимся ее вывести ¹⁾.

Эти соображенія приводятъ къ необходимости ввести весьма важное вспомогательное понятіе „равновозможныхъ“ дѣйствій или, какъ принято выражаться въ математической теоріи вѣроятностей, равновозможныхъ „статочностей“. Множественность слѣдствій порождается, какъ мы знаемъ, тѣмъ, что сравнительно простая причина a приводится въ связь съ болѣе сложнымъ дѣйствіемъ $a' + \beta'$. Этимъ и обусловливается проявляющаяся въ подобныхъ случаяхъ неопредѣлен-

¹⁾ Недоразумѣнія, примыкающія къ выбору столь неопредѣленной характеристики, играли въ исторіи теоріи вѣроятностей довольно видную роль. *Даламберъ* долго не могъ въ нихъ разобраться, и его „сомнѣнія“, съ отголоскомъ которыхъ мы встрѣчаемся время отъ времени и понынѣ, породили обширную полемическую литературу. Самъ *Даламберъ* къ концу жизни, какъ указываетъ на основаніи сличенія текстовъ разныхъ изданій его сочиненій *Де-Морганъ* (*On the Symbols of Logic*, p. 117, примѣч.), отступилъ отъ своихъ первоначальныхъ взглядовъ.

ность. Причина a всецѣло опредѣляетъ слѣдствіе a' , но съ явленіемъ $a' + \beta'$ она не стоитъ въ столь тѣсной связи; для того, чтобы за причину a послѣдовало явленіе $a' + \beta'$, къ a должна присоединиться β ; если же къ a присоединится γ , то, какъ слѣдствіе, получится уже не $a' + \beta'$, а $a' + \gamma'$. При данномъ расположеніи шаровъ въ урнѣ, въ зависимости отъ того, какъ двинется вынимающая шаръ рука, изъ урны будетъ извлеченъ либо тотъ либо иной изъ числа лежащихъ въ ней ста шаровъ. Но эти дополнительные причины β и γ , которыя, присоединяясь къ a , опредѣляютъ собою слѣдствіе, стоятъ, въ свою очередь, въ извѣстныхъ номографическихъ и идиографическихъ отношеніяхъ къ a . Какъ β , такъ и γ могутъ быть номографически независимы отъ a , принадлежа къ рядамъ явленій, не связаннымъ съ тѣмъ, въ цѣпи котораго одно изъ звеньевъ составляетъ a . Но β и γ могутъ также вплестаться такъ или иначе въ рядъ a . При этомъ они могутъ стоять къ ряду a въ сходныхъ отношеніяхъ, но могутъ сплетаться съ нимъ и по разному. Когда мы вынимаемъ шаръ изъ закрытой урны, то обстоятельства, опредѣляющія, какой шаръ появится, очевидно, совсѣмъ не связаны съ цвѣтомъ шара. Если, далѣе, всѣ шары абсолютно правильной геометрической формы, одного радіуса, одного вѣса, одинаковой по шероховатости поверхности и т. д., то среди моментовъ, опредѣляющихъ собою, какъ расположатся шары въ урнѣ, ничто не будетъ находиться въ особо тѣсной связи со свойствами того или иного шара: гдѣ какой шаръ окажется, будетъ зависѣть не отъ индивидуальныхъ особенностей шара, а отъ идиографической констелляціи обстоятельствъ передъ встряхиваніемъ и во время встряхиванія урны. Напротивъ, если бы одинъ изъ шаровъ былъ значительно тяжелѣе другихъ, то его большій вѣсъ тянулъ бы его постоянно книзу, и между нимъ и другими шарами уже не было бы полного тождества въ отношеніи ихъ къ тѣмъ обстоятельствамъ, которыя приводятъ ихъ на то или иное мѣсто въ урнѣ. Равнымъ образомъ, движеніе руки въ урнѣ не стоитъ въ особой связи со свойствами того или иного шара, если всѣ шары одинаковые по размѣру, по вѣсу, на ощупь и т. п., и, напротивъ, рука будетъ по разному реаги-

ровать на то, какой шаръ ей подвертывается, если нѣкоторые изъ шаровъ шероховатые, а другіе полированные и т. п. ¹⁾).

Допустимъ теперь, что внимательное разсмотрѣніе всей сѣти скрещивающихся обстоятельствъ обнаруживаетъ или полную независимость рядовъ β , γ , δ отъ ряда α или полное тожество въ ихъ номографическихъ отношеніяхъ къ ряду α . Въ такомъ случаѣ, какъ уже отмѣчено выше, осуществленіе того или иного изъ слѣдствій причины α будетъ опредѣляться исключительно моментами идиографическими: вынется при данномъ экспериментѣ черный шаръ не потому, что онъ черный, а потому, что передъ встряхиваніемъ шары располагались въ урнѣ извѣстнымъ образомъ, при встряхиваніи подѣйствиемъ сообщенныхъ урнѣ толчковъ совершили причинно вполне детерминированныя перемѣщенія и послѣ этого заняли въ урнѣ опредѣленные мѣста, а рука подѣйствиемъ самостоятельныхъ факторовъ, физиологическихъ и психологическихъ, пришла въ то, а не иное мѣсто урны. Если, въ этомъ предположеніи, и въ идиографической конъюнктурѣ разсматриваемаго ряда испытаній ²⁾ нѣтъ ничего такого, что выдѣляло бы одно слѣдствіе по сравненію съ другимъ, то разсматриваемыя слѣдствія представляются „равновозможными“; въ противномъ случаѣ, не смотря на полное отсутствіе номографическихъ различій въ отношеніяхъ отдѣльныхъ слѣдствій къ ихъ общей причинѣ, за равновозможныя они не могутъ быть признаны. Пусть, на примѣръ, рука, вынимающая шаръ, имѣетъ привычку опускаться всякій разъ на самое дно урны, а, въ то же время, толчки, сообщаемые урнѣ при встряхиваніи, сознательно или непредназначенно, получаютъ такой характеръ, что послѣ ряда перемѣщеній шары въ концѣ-концовъ возвращаются на прежнія мѣста. Въ такихъ условіяхъ, несмотря на одинаковый вѣсъ, размѣръ и т. д. всѣхъ шаровъ, различныя

¹⁾ Ср. *F. Mentré*, *Cournot et la Renaissance du Probabilisme au XIX siècle*, p. 189.

²⁾ Ср. опредѣленія *Gini*, подчеркивающаго необходимость указаній на „determinati limiti di spazio e di tempo“ (*Gini*, *Che cos'è la probabilità*, p. 342)

слѣдствія нашей причины — появленіе перваго, второго, сотаго шара — за равновозможныя быть признаваемы не должны ¹⁾).

Представляются, въ силу этого опредѣленія, статочностями равновозможными случаи появленія любого шара изъ закрытой урны, если всѣ шары одинаковаго вѣса, одинаковой формы и т. д. и если, въ то же время, надлежащимъ образомъ обезпечено, что перемѣщенія, сообщаемыя при встряхиваніи урны отдѣльнымъ шарамъ, не носятъ такого характера, чтобъ приводить шары въ конечномъ результатѣ на одни и тѣ же мѣста. Представляются равновозможными статочностями случаи выпаденія любого очка при подбрасываніи кости, если подбрасываемая кость идеально правильный кубъ изъ абсолютно однороднаго вещества и если, опять-таки, механизмъ встряхиванія кости въ бокалѣ и выбрасыванія ея представляетъ достаточныя гарантіи противъ однообразнаго повторенія однихъ и тѣхъ же позицій и движеній. Если же кость не однородна, а имѣетъ центръ тяжести ближе къ одной изъ граней или если она не подбрасывается, а кладется на столъ, то въ условіяхъ подобнаго эксперимента разсматриваемыя статочности равновозможными уже не будутъ.

Рѣшеніе вопроса, представляются ли разныя слѣдствія данной причины равновозможными, требуетъ, какъ мы видимъ, такого исчерпывающаго знанія номографическихъ и идиографическихъ соотношеній въ изучаемой области, что отвѣтъ на него могъ бы быть доступенъ развѣ лишь всеобъемлющему Разуму Лапласа. Нашъ ограниченный разумъ съ его скуднымъ запасомъ свѣдѣній не въ силахъ притти къ вполнѣ точнымъ рѣшеніямъ. И даже за приблизительную вѣрность отвѣта мы можемъ ручаться лишь при условіи особо для того благопріятной обстановки. Наибольшія трудности представляетъ при этомъ доказательство отсутствія сравнительно болѣе тѣсныхъ идиографическихъ сплетеній между нѣкоторыми изъ слѣдствій и общей причиной. Гарантировать равенство вѣса, объема и т. д. отдѣльныхъ ша-

1) Ср. *Venn*, *Logic of chance*, p. 79—81; *Czuber*, *W-rechnung*, I, S. 12.

ровъ мы болѣе или менѣе можемъ, въ предѣлахъ сравнительно несущественныхъ ошибокъ измѣренія. Но какъ оторвать расположеніе шаровъ въ урнѣ послѣ встряхиванія отъ конфигураціи ихъ передъ встряхиваніемъ, какъ обезпечить отсутствіе „мѣстничества“, — независимость мѣстъ, занимаемыхъ шарами въ урнѣ послѣ встряхиванія, отъ тѣхъ, гдѣ они лежали до встряхиванія? Лишь въ нарочито для того созидаемой обстановкѣ игръ, „основанныхъ на случайности“, — какъ ихъ принято называть, — удастся благодаря ея особенностямъ, блестяще анализированнымъ Крисомъ ¹⁾, придать выводу сколько-нибудь значительную степень строгости. Въ другихъ же случаяхъ оцѣнка равновозможности статочностей встрѣчаетъ непреодолимые препятствія ²⁾

¹⁾ См. *Kries*, Die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Capitel III; Крисъ приходитъ къ выводу, что „als die wesentliche Eigentümlichkeit der Zufalls-Spiele ist es anzusehen, dass diejenigen Ereignisse, deren Wahrscheinlichkeit zahlenmässig zu vergleichen ist, die Spiel-Resultate, als die Ergebnisse sehr mannigfaltiger, uns möglich erscheinender Verhaltensweisen der bedingenden Umstände in der Art auftreten, dass sie in regelmässiger Abwechslung und sehr annähernd constantem Ausdehnungsverhältniss kleinen Teilen des gesammten Verhaltens-Spielraums entsprechen“ (S. 73). Ср. *Poincaré*, Calcul des probabilités, p. 8—10, 126—129.

²⁾ Трудность рѣшенія вопроса о равновозможности статочностей обусловлена сложностью приводимыхъ нами въ связь явленій; мы преодолеваемъ ее, вникая глубже въ характеръ соотношенія между различными рядами причинъ, путемъ соображеній геометрическихъ, механическихъ и т. д. Но на ряду съ этими реальными препятствіями мы наталкиваемся въ исторіи теоріи вѣроятностей на своеобразныя осложненія, вытекающія изъ недостаточно отчетливой постановки вопросовъ; громадная доля тѣхъ утомительныхъ пререканій и бесплодныхъ парадоксовъ, которыми пестрятъ учебники теоріи вѣроятностей, связана съ невниманіемъ къ тому, казалось бы, довольно очевидному обстоятельству, что не на всякій вопросъ можно дать отвѣтъ: для того, чтобы былъ возможенъ опредѣленный отвѣтъ, и вопросъ долженъ быть опредѣленный. Для этого, разумѣется, нѣтъ необходимости педантично перечислять всегда всѣ мельчайшія подробности; многое въ большинствѣ случаевъ безъ ущерба для дѣла можетъ быть опущено. Но всегда должно быть вполне ясно, что, именно, подразумѣвается, и надо быть въ состояніи, въ случаѣ нужды, точно формулировать то, что было умолчено въ расчетъ на взаимное пониманіе. На вопросъ, равновозможны ли случаи извлеченія каждаго шара изъ урны, отвѣтъ мыслимъ лишь, если указывается, что шары одинаковаго размѣра, вѣса и т. д., или же, въ предположеніи, что это не такъ,

и на точность претендовать не может¹⁾.

Допустимъ, однако, что всѣ трудности такъ или иначе, съ бѣльшею или меньшею степенью точности въ рѣшеніи, преодолены; для разсматриваемой причины установленъ полный циклъ ея различныхъ „несовмѣстныхъ“, какъ выражается теорія вѣроятностей, равновозможныхъ слѣдствій. Пусть появленіе орла и появленіе рѣшетки представляются равно-

опредѣленно выясняется, каковы шары. На вопросъ, равновозможны ли случаи извлеченія бѣлаго и черного шара изъ закрытой урны, отвѣтъ будетъ разный, въ зависимости отъ того, въ равномъ или въ неравномъ количествѣ находятся въ урнѣ шары того и другого цвѣта (ср. *John, Statistik und Probabilität, S. 5*). Эти данныя могутъ быть сообщены прямо: ихъ можно указать и косвенно, приводя, на примѣръ, содержаніе урны въ связь съ иными, точно характеризующими заданіями. Но такъ или иначе, а указаніе на пропорцію шаровъ въ урнѣ должно быть введено, ибо безъ того опредѣленнаго отвѣта на вопросъ нѣтъ. Если отвѣтъ въ подобныхъ условіяхъ дается, то лишь благодаря безсознательному привнесенію-нехватящихъ предпосылокъ, при чемъ, смотря по характеру вводимыхъ дополненій, и отвѣты, естественно, получаются разные. Достаточно въ такихъ случаяхъ отчетливо формулировать подразумеваемые допущенія, и противорѣчіе снимается, какъ показываетъ примѣръ знаменитыхъ въ новѣйшей исторіи теоріи вѣроятностей парадоксовъ Бертрана. Въ искусно подобранныхъ иллюстраціяхъ Бертрана одна и та же задача получаетъ въ зависимости отъ несущественныхъ, на первый взглядъ, видоизмѣненій въ ходѣ разсужденія различныя рѣшенія: искомая вѣроятность оказывается равною то $\frac{1}{2}$, то $\frac{1}{3}$, то $\frac{1}{4}$. Въ дѣйствительности, однако, это не одна задача, а нѣсколько разныхъ (ср. *Czuber, W-rechnung, I, S. 106—109*), и если бы мы тотъ опытъ, къ которому примѣняется постановка вопроса у Бертрана, захотѣли произвести въ дѣйствительности, то для каждой изъ задачъ намъ пришлось бы, какъ отмѣтилъ *Cesaro* (ср. *Mansion, Sur la portée objective, p. 31; Lämmel, Untersuchungen, S. 31*), ставить опытъ по разному. Трудность рѣшенія, равновозможны ли статочности, безспорно, весьма велика,—порою, быть можетъ, непреодолима. Но винить въ получающихся софизмахъ теорію вѣроятностей столь же наивно, какъ, на примѣръ, обвинять ариметику въ тѣхъ противорѣчіяхъ, въ которыхъ долгое время запутывались попытки примѣнить къ теоріи учета векселей правило роста изъ простыхъ процентовъ (см. *Bortkiewicz, Wie Leibnitz die Diskontierungsformel begründete*): вина лежитъ не на ариметикѣ, не на теоріи вѣроятностей, не на логикѣ, а на недостаточной отчетливости мышленія изслѣдователя.

¹⁾ На этомъ элементѣ приближенности въ вѣроятностяхъ, отгнѣяемомъ въ рецензії *Zigvartha* на Principien Криса (S. 96—99), съ особымъ вниманіемъ останавливается *Nitsche* въ статьѣ Die Dimensionen der Warscheinlichkeit (ср. направленныя противъ *Nitsche* замѣчанія *Штумфа* — Ueber den Begriff, S. 64; *Czuber, W-rechnung, I, S. 11—12*).

возможными слѣдствіями при игрѣ въ орлянку; пусть случаи выпаденія каждой изъ шести граней куба—равновозможныя слѣдствія при подбрасываніи кости; пусть случаи извлеченія каждаго изъ ста шаровъ—равновозможныя слѣдствія въ при-мѣрѣ урны. Въ подобныхъ условіяхъ число равновозможныхъ слѣдствій получаетъ уже достаточную опредѣленность и можетъ служить характеристикой связи причины съ каждымъ изъ слѣдствій. Однако, въ виду того обстоятельства, что связь представляется тѣмъ менѣе тѣсною, чѣмъ у причины разныхъ слѣдствій больше, удобнѣе принять за характеристику не самое число равновозможныхъ слѣдствій, а единицу, дѣленную на это число. Мы характеризуемъ, такимъ образомъ, связь слѣдствія съ причиною при игрѣ въ орлянку дробью $\frac{1}{2}$, при бросаніи кости—дробью $\frac{1}{6}$, при извлеченіи шара изъ урны, содержащей сто шаровъ,—дробью $\frac{1}{100}$.

Число различныхъ равновозможныхъ слѣдствій причины можетъ служить для характеристики связи каждаго изъ слѣдствій съ причиною. Однако, удовлетвориться этою характеристикой нельзя. Она пригодна лишь для того случая, когда интересующее насъ слѣдствіе входитъ, какъ одна изъ альтернативъ, въ циклъ равновозможныхъ несовмѣстныхъ статочностей. Если въ урнѣ лежитъ три шара, изъ которыхъ одинъ бѣлый, а два черныхъ, то, въ предположеніи, что случаи извлеченія каждаго шара представляются равновозможными, мы связь появленія бѣлаго шара съ причиною характеризуемъ дробью $\frac{1}{3}$. Равнымъ образомъ, для появленія каждаго изъ черныхъ шаровъ характеристика равна $\frac{1}{3}$. Но для появленія шара черного цвѣта, независимо отъ того, будетъ ли это первый изъ двухъ шаровъ или второй, искомая характеристика, очевидно, не можетъ уже быть принята равною $\frac{1}{3}$. Какъ же распространить полученную нами характеристику связи причины со слѣдствіемъ и на тѣ случаи, гдѣ рассматриваемое слѣдствіе не входитъ въ систему равновозможныхъ статочностей? Рѣшеніе напрашивается само собою. Черный шаръ можетъ вынуться либо тотъ, либо другой; интересующее насъ событіе—появленіе шара черного цвѣта— можетъ произойти въ двухъ разныхъ

видахъ, отвѣчающихъ двумъ изъ числа равновозможныхъ несомвѣстныхъ статочностей; ему, какъ принято выражаться въ математической теоріи вѣроятностей, „благопріятствуютъ“ двѣ равновозможныя статочности. Если для характеристики связи каждой изъ этихъ статочностей съ причиною,—случай, когда разсматриваемому событію благопріятна только одна статочность,—мы принимаемъ единицу, дѣленную на число равновозможныхъ статочностей, то для характеристики связи съ причиною такого слѣдствія, которому благопріятны двѣ равновозможныхъ статочности, естественно, взять отношеніе двухъ къ числу статочностей. Въ общемъ случаѣ, когда изъ числа l равновозможныхъ несомвѣстныхъ статочностей разсматриваемому слѣдствію благопріятны m , за характеристику связи принимается отношеніе числа благопріятныхъ событію равновозможныхъ статочностей ко всему числу равновозможныхъ статочностей, $\frac{m}{n}$. Эта характеристика и получаетъ названіе математической вѣроятности ¹⁾. Вѣроятность

¹⁾ Это традиціонное опредѣленіе понятія математической вѣроятности представляется, безспорно, формально менѣе общимъ, нежели тѣ, которыя полагаютъ въ основу количественное соотношеніе между объемами понятій (Ср. *Lange*, *Logische Studien*, S. 107—111; С. Th. *Lipps*, *Theorie der Collectivgegenstände*, S. 108, — „Ist der gegebene Denkgegenstand A entweder als das mit B verbundene A' oder als das ohne B vorkommende A'' zu denken, so ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Verbindung von A und B gleich dem durch den Begriffsumfang von A' dargestellten Bruchtheil des Begriffsumfanges von A “; родоначальникомъ этого направленія является, повидимому, *Эллисъ* — см. *Remarks on the fundamental principle of the theory of probabilities*, p. 686); но оно нагляднѣе и не вызываетъ тѣхъ возраженій, которыя встрѣчаетъ допущеніе количественной измѣримости соотношеній между объемами понятій. Для Ланге сязанныя съ этой проблемою трудности отчасти скрадывались въ силу геометрической окраски его логическихъ представленій; Эллисъ ищетъ опоры въ метафизическихъ построеніяхъ. Если оставаться на чисто логической почвѣ, проблема въ общемъ видѣ врядъ ли представляется разрѣшимою. Для насъ, во всякомъ случаѣ, нѣтъ повода осложнять изложеніе разборомъ ея, такъ какъ потребностямъ статистической теоріи въ достаточной мѣрѣ отвѣчаетъ и обычное опредѣленіе вѣроятности.

По тѣмъ же соображеніямъ я не останавливаюсь на *Крисовомъ* опредѣленіи вѣроятности, какъ отношенія между Spielräume понятій, и на новѣйшихъ опредѣленіяхъ *Wiman'a*, *Bohlmann'a*, *Lämmel'я*, *Broggi*, *Borel'я*, хотя съ точки зрѣнія элегантности построеній ихъ концепціи имѣютъ несомнѣнное

вынуть черный шаръ изъ урны, гдѣ находится два черныхъ шара и одинъ бѣлый, равняется, слѣдовательно, согласно опредѣленію, $\frac{2}{3}$. Вѣроятность вынуть черный шаръ изъ урны, гдѣ находится пять бѣлыхъ и семь черныхъ шаровъ, равняется $\frac{7}{12}$; вѣроятность вынуть изъ колоды картъ короля равняется отношенію числа королей ко всему числу картъ въ колодѣ — $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$.

Математическая вѣроятность, опредѣляемая какъ отношеніе числа благопріятныхъ равновозможныхъ статочностей ко всему числу несомвѣстныхъ статочностей, представляетъ собою правильную дробь. Она не можетъ быть больше единицы или меньше нуля. Чѣмъ бѣольшая доля статочностей благопріятствуетъ разсматриваемому событію, тѣмъ ближе его математическая вѣроятность къ единицѣ. Она равняется единицѣ въ томъ случаѣ, если всѣ статочности благопріятны событію, другими словами, если за данною причиною неизмѣнно слѣдуетъ интересующее насъ слѣдствіе. Если въ урнѣ только черные шары, то никакого иного шара, кромѣ чернаго изъ нея и не вынется; связь появленія чернаго шара съ такимъ комплексомъ причинъ, согласно нашимъ опредѣленіямъ, и характеризуется математическою вѣроятностью, равною 1. Напротивъ, значеніе нуль получается для математической вѣроятности въ томъ случаѣ, когда данному слѣдствію не благопріятствуетъ ни одна статочность. Вѣроятность вынуть черный шаръ изъ урны, гдѣ нѣтъ ни одного чернаго шара, равна нулю.

Математическая вѣроятность появленія чернаго шара изъ закрытой урны, равная единицѣ, говоритъ намъ, такимъ образомъ, о томъ, что въ урнѣ находятся лишь черные шары. Математическая вѣроятность, равная нулю, свидѣтельствуетъ о томъ, что въ урнѣ нѣтъ черныхъ шаровъ. А о чемъ говорятъ значенія вѣроятности, промежуточные между

преимущество передъ обычною. Проблема такъ наз. аксіоматизаціи сама по себѣ, безспорно, очень увлекательна, но для статистика она непосредственнаго значенія не имѣетъ; не представляетъ для статистика особаго преимущества и тотъ выигрышъ въ общности, который сопряженъ съ переносомъ въ область теоріи вѣроятностей представлений, выработавшихся на почвѣ Канторовскаго Mengenbegriff'a.

нулемъ и единицею, напимѣръ, вѣроятность въ $\frac{1}{5}$ вынуть изъ урны черный шаръ? Согласно опредѣленію понятія, о томъ, что число статочностей, благопріятныхъ появленію черного шара, составляетъ одну пятую всего числа равно-возможныхъ несомѣстныхъ статочностей. Конкретизировать содержаніе этой общей формулы можно, лишь зная ближе обстоятельства даннаго случая. Если всѣ шары равнаго объема, равнаго вѣса и т. д., то количество благопріятныхъ статочностей опредѣляется относительнымъ числомъ шаровъ разнаго цвѣта въ урнѣ и вѣроятность въ $\frac{1}{5}$ вынуть черный шаръ свидѣтельствуемъ о томъ, что шары на четыре пятыхъ не черные, а на одну пятую черные. Но если шары не вполне одинаковые, то вѣроятность въ $\frac{1}{5}$ получится для извлеченія черного шара при иной пропорціи шаровъ черныхъ и нечерныхъ въ урнѣ. Математическая вѣроятность представляется, такимъ образомъ, характеристикою, подобною центру тяжести въ механикѣ. При данныхъ условіяхъ она получаетъ вполне опредѣленное значеніе; но данное значеніе она можетъ имѣть при весьма разнообразныхъ условіяхъ. Если кубъ вполне правильной геометрической формы сдѣланъ изъ вполне однороднаго матеріала, то центръ тяжести лежитъ въ точкѣ пересѣченія діагоналей. Но центръ тяжести можетъ лежать въ точкѣ пересѣченія діагоналей и въ томъ случаѣ, когда кубъ сдѣланъ не изъ однороднаго матеріала; достаточно, чтобы масса распредѣлялась симметрично относительно этой точки.

Аналогія съ центромъ тяжести отлично поясняетъ логическія функціи понятія математической вѣроятности. Что мы, собственно, выигрываемъ черезъ вычисленіе математическихъ вѣроятностей? Для того, чтобы получить численное значеніе характеристики, мы должны предварительно установить систему равновозможныхъ несомѣстныхъ статочностей. Для этого необходимо, какъ мы видѣли, исчерпывающее знаніе всѣхъ обстоятельствъ: надо знать, сколько шаровъ въ урнѣ и какіе это шары; надо детальнѣйшимъ образомъ перебрать всѣ дѣйствующія при извлеченіи шаровъ силы; надо проанализировать взаимоотношенія всѣхъ скрещивающихся рядовъ причинъ и слѣдствій. Лишь послѣ

этого мы вправѣ признать случаи извлеченія каждаго шара за равновозможные и перейти къ подсчету всѣхъ статочностей и статочностей благоприятныхъ. Получаемое нами значеніе математической вѣроятности въ $\frac{1}{2}$ непосредственно ничего не прибавляетъ къ нашимъ знаніямъ: оно лишь кратко ихъ резюмируетъ, подобно тому, какъ въ механикѣ положеніе центра тяжести кратко характеризуетъ распределеніе массы въ тѣлѣ. Когда мы утверждаемъ, что центръ тяжести однороднаго, геометрически правильнаго шара лежитъ въ его геометрическомъ центрѣ, мы этимъ не вносимъ ничего новаго по сравненію съ тѣми данными, изъ которыхъ исходимъ; мы сводимъ только къ краткой формулѣ длинную цѣль умозаключеній. Это не лишаетъ, однако, понятіе центра тяжести его значенія. При рѣшеніи цѣлаго ряда механическихъ проблемъ такая сжатая характеристика способна замѣщать всю сложную систему данныхъ, изъ которыхъ она выведена, и, хотя сама по себѣ ничего лишняго не даетъ, но своею краткостью существенно облегчаетъ ходъ дальнѣйшихъ разсужденій. „Les formules ne doppent que ce qu'on y a mis“—справедливо замѣчаетъ Пуансо. „Aucun raisonnement ne fait davantage“—добавляетъ Бертранъ; „le dernier anneau d'une chaîne de déductions est, pour qui sait l'y voir, tout entier dans les hypothèses“¹⁾. Все дѣло въ томъ, что усмотрѣть конечный выводъ въ посылкахъ не всегда легко. Поэтому дедуктивная работа мысли и, въ частности, математическая дедукція, хотя и не выходятъ за предѣлы того, что содержится въ посылкахъ, но отнюдь не представляются толченіемъ воды въ ступлѣ.

Съ другой стороны, научная цѣнность понятія центра тяжести тѣсно связана съ возможностью эмпирически устанавливать положеніе центра тяжести въ тѣлѣ. Это открываетъ путь къ ознакомленію въ общихъ чертахъ съ распределеніемъ массы въ тѣлѣ: если въ извѣстномъ случаѣ мы

¹⁾ *Bertrand*, Calcul des Probabilités, p. XXXVI: „формулы даютъ только то, что въ нихъ вложено. Никакое разсужденіе не даетъ большаго: послѣднее звено цѣпи умозаключеній цѣликомъ содержится въ посылкахъ для того, кто умѣетъ усмотрѣть его въ нихъ“.

находимъ, напримѣръ, что центръ тяжести даннаго геометрически правильнаго шара лежитъ не въ его геометрическомъ центрѣ, то это приводитъ къ выводу, что шаръ не вполне однороденъ. Сходныя услуги можетъ оказывать и понятіе математической вѣроятности, если только найти способъ эмпирически измѣрять величину математическихъ вѣроятностей. Такимъ эмпирическимъ мѣриломъ вѣроятностей и служатъ, какъ мы увидимъ, статистически улавливаемые частоты событій.

Параллель можетъ быть проведена и далѣе. Съ давнихъ поръ въ литературѣ теоріи вѣроятностей ведется споръ о субъективномъ или объективномъ характерѣ математической вѣроятности. Вѣроятность коренится въ неполнотѣ нашихъ знаній, — гласитъ классическая доктрина. „Теорія случайностей состоитъ въ сведеніи всѣхъ событій одного рода къ нѣкоторому числу случаевъ равновозможныхъ, т.-е. такихъ, относительно которыхъ у насъ равно мало оснований утверждать, что они имѣютъ мѣсто“¹⁾. Будь наши знанія полнѣе, не было бы и повода вводить въ логику понятіе вѣроятности. Этой попыткѣ опереть вѣроятность на „принципъ отсутствія оснований“ (*Princip des mangelnden Grundes*), по удачному выраженію Криса, усвоенному, несмотря на его ироническій оттѣнокъ, и нѣкоторыми изъ сторонниковъ такой точки зрѣнія на вѣроятность [напримѣръ, Штумпфомъ, Марбе], противостоитъ, какъ другая крайность, точка зрѣнія англійскихъ эмпириковъ [Милль (первое изданіе *Логики*); Веннъ; примыкающій въ этомъ вопросѣ къ Венну Бенъ; родоначальникомъ и этой конструкціи понятія вѣроятности является Элдисъ²⁾], отождествляющихъ математическую вѣроятность

¹⁾ *Laplace, Oeuvres, t. VII, p. VIII; Cp. Bernoulli, Ars conjectandi, p. 224.*

²⁾ Cp. его доклад *On the foundations of the Theory of Probabilities*, читанный въ февралѣ 1842 года,— „the principle on which the whole depends is the necessity of recognizing the tendency of a series of trials towards regularity, as the basis of the theory of probability“ (p. 6); cf. *Venn, Logic of chance, p. 9.* (Попытка *Marbe*—*Beiträge, V, S. 17*—связать эту точку зрѣнія на вѣроятность съ именемъ Канта не представляется мнѣ удачною. *Kant* въ цитируемомъ мѣстѣ—*Prolegomena, S. 369: „dehn was den calculus probabilitium...*

съ устанавливаемой статистически частостью событій. Точка зрѣнія Курно, на почвѣ которой стоитъ настоящее изслѣдованіе, занимаетъ средину между этими двумя полюсами. Она равно далека и отъ субъективизма Лапласа и отъ крайняго эмпиризма Венна. Усматривая въ математической вѣроятности не мѣру нашего незнанія, а, напротивъ, сжатую формулировку того, что мы знаемъ, Курно придаетъ математической вѣроятности объективное значеніе ¹⁾. Объективна математическая вѣроятность, разумѣется, не въ томъ смыслѣ, что она реально существуетъ. Она не болѣе реальна, чѣмъ центръ тяжести тѣла, чѣмъ Гринвичскій меридіанъ, чѣмъ экваторъ. Но, подобно центру тяжести, она объективна въ томъ смыслѣ, что представляетъ собою продуктъ теоретической мысли, свободный отъ примѣси чертъ „субъективныхъ“, свойственныхъ индивидуальному познающему

betrifft; so enthält er nicht wahrscheinliche, sondern ganz gewisse Urtheile über den Grad der Möglichkeit gewisser Fälle unter gegebenen gleichartigen Bedingungen, die in der Summe aller möglichen Fälle ganz unfehlbar der Regel gemäss zutreffen müssen, ob diese gleich in Ansehung jedes einzelnen Zufalles nicht gnug bestimmt ist“—глухо говорить о связи вѣроятностей съ частостями скорѣе въ развиваемомъ ниже смыслѣ). Неудовлетворительность этой точки зрѣнія на вѣроятность прекрасно выяснена *Крисомъ* (Principien, Cap. I, § 5; cf. *Bortkiewicz*, Wahrscheinlichkeitstheorie und Erfahrung, S. 82). Не менѣе рѣшительно отклоняетъ ее *Wundt*, Logik, Bd. I, S. 449. Возраженія Криса остаются въ силѣ и послѣ тѣхъ поправокъ, которыя вносятся *Edgeworth'омъ* (см. The philosophy of chance, Chance and Law), *Gini* (Che cos'è la probabilità) и *Montessus* (Calcul des probabilités: Une définition logique). Не болѣе плодотворною представляется и попытка *Лунса* слить, по примѣру Эллиса, отождествленіе вѣроятности и частости („Unter Wahrscheinlichkeit ist somit die relative Häufigkeit eines Ereignisses zu verstehen“—Theorie der Kollektivgegenstände, S. 107) съ измѣреніемъ вѣроятностей соотношеніемъ между объемами родовыхъ и видовыхъ понятій (см. выше стр. 188, примѣч.).

1) *Cournot*, Essai sur les fondements, vol. I, p. 62: „La probabilité mathématique devient alors la mesure de la possibilité physique, et l'une de ces expressions peut être prise pour l'autre. L'avantage de celle-ci c'est d'indiquer nettement l'existence d'un rapport qui ne tient pas à notre manière de juger et d'apprécier, variable d'un individu à l'autre, mais qui subsiste entre les choses mêmes: rapport que la nature maintient et que l'observation manifeste lorsque les épreuves se répètent assez“. Cp. Exposition de la théorie des chances, p. 84.

уму¹⁾. При самомъ полномъ знакомствѣ со вселенной математическая вѣроятность не потеряла бы цѣны, если не какъ пріемъ изслѣдованія, то какъ пріемъ изложенія. Изслѣдовать вселенную при помощи методовъ, опирающихся на вычисленіе вѣроятностей, всеобъемлющему Разуму Лапласа было бы, конечно, столь же мало нужды, какъ изслѣдовать ее при помощи индуктивныхъ методовъ: ибо, по предположенію, ему уже и безъ того все извѣстно. Но для краткой передачи тѣхъ свѣдѣній, которыми онъ располагаетъ, математическая вѣроятность представляла бы и для него во многихъ случаяхъ наиболѣе цѣлесообразную форму. Для нашего же конечнаго разума, неразрѣшившаго еще задачи исчерпывающаго познанія вселенной, роль математической вѣроятности еще больше: въ ея связи съ эмпирически улавливаемыми частостями событій мы находимъ опору для раскрытія причинныхъ соотношеній между явлениями тамъ, гдѣ методы индукціи отказываются служить. Однако, изъ того обстоятельства, что методологическое значеніе вѣроятности коренится, главнѣйше, въ связи вѣроятностей съ частостями, отнюдь не вытекаетъ логическое тождество понятій математической вѣроятности и статистической частости: частость представляетъ лишь, при извѣстныхъ условіяхъ, на которыхъ мы остановимся ниже, болѣе или менѣе точное эмпирическое мѣрило математической вѣроятности, подобно тому какъ высота столбика ртути въ термометрѣ представляетъ собою не теплоту, а лишь показателя температуры.

На ряду съ тѣмъ понятіемъ объективной вѣроятности, которое развито выше, могутъ быть также конструированы иныя опредѣленія вѣроятности, носящія субъективную окра-

¹⁾ Ср. опредѣленія *Helm'a*, становящагося въ спорѣ о субъективномъ или объективномъ характерѣ вѣроятности на ту точку зрѣнія, „dass in keinem Begriffe etwas anderes erblickt wird, als eine objectiv willkührliche, nur für unsere jeweilige Denkabsicht zweckmässig gewählte Zusammenfassung von Einzelerfahrungen“ (Die Wahrscheinlichkeitslehre als Theorie der Kollektivbegriffe, S. 365). Ср. также *Wundt*, Logik, Bd. I, S. 445—446: вѣроятность имѣеть „nicht minder eine objective Bedeutung wie die Gewissheit“. Она „ist nicht anders subjectiv, als jeder Erkenntnissakt, wenn wir bei ihm auf unsere eigene Gedankenthätigkeit reflectieren, subjectiv ist“.

ску. Литература теоріи вѣроятностей знаетъ два типа такихъ субъективныхъ построений вѣроятности: психологическій и логическій. Мы можемъ говорить о вѣроятности, какъ характеристикѣ психическаго состоянія неполной увѣренности, примѣнительно къ опредѣленному лицу. Избирая объектомъ научнаго изслѣдованія психологію неуѣренности, мы, допустимъ, обнаруживаемъ возможность измѣрять болѣе или менѣе точно степень дѣйствительной субъективной увѣренности въ конкретныхъ случаяхъ; ничто не препятствуетъ намъ именовать въ такихъ условіяхъ мѣрило увѣренности вѣроятностью. Съ другой стороны, мы можемъ видѣть въ вѣроятности мѣрило не той увѣренности, которую фактически питаетъ то или иное лицо, а той, которую въ данныхъ условіяхъ долженъ питать всякій нормальный разумъ. Вѣроятность имѣетъ дѣло съ „количествомъ вѣры“, но „вѣра есть только другое названіе для несовершеннаго знанія“¹⁾; вѣроятность говоритъ, слѣдовательно, о „количествѣ знанія“²⁾. Это понятіе вѣроятности во многомъ соприкасается съ понятіемъ вѣроятности объективной, но представляется болѣе широкимъ нежели послѣднее. Оно призвано, несомнѣнно, играть видную роль въ формальной логикѣ; ему придаетъ большое значеніе Джевонсъ, на немъ построены остроумныя системы Буля и Де-Моргана, къ нему примыкаютъ Ланге и Зигвартъ. Я отнюдь не склоненъ отрицать его права на существованіе и его важнаго значенія. Необходимо лишь отличать его, равно какъ и чисто психологическое понятіе вѣроятности, отъ той объективной математической вѣроятности, характеризующей связь причины со слѣдствіемъ, на которую опирается теорія статистическаго метода.

Терминомъ „вѣроятность“ покрываются, какъ мы видимъ, весьма разнообразныя понятія³⁾. Съ какою же изъ разли-

1) *De-Morgan*, Formal Logic, p. 172; *Donkin*, On certain questions, p. 355.

2) *Джевонсъ*, Основы науки, стр. 192.

3) При наличности столь разнородныхъ понятій, покрываемыхъ общимъ терминомъ „вѣроятность“, было бы желательно располагать для того понятія, которымъ намъ придется оперировать въ дальнѣйшемъ, особымъ обозначеніемъ. Къ сожалѣнію, всѣ попытки, которыя дѣлались въ этомъ направ-

ченнахъ выше „вѣроятностей“ имѣть дѣло математическая дисциплина, именуемая теоріей вѣроятностей? Вѣроятность, какъ психологическая характеристика состоянія большей или меньшей увѣренности отдѣльнаго лица, очевидно, отпадаетъ ¹⁾, и для выбора остаются лишь оба логическихъ понятія субъективной и объективной вѣроятности. Корни ихъ различія лежатъ въ способахъ рѣшенія вопроса о равновозможности статочностей. Определеніе объективной вѣроятности требуетъ для признанія статочностей равновозможными исчерпывающаго знанія всѣхъ обстоятельствъ; при вычисленіи вѣроятности субъективной признаніе статочностей за равновозможныя опирается на принципъ „отсутствія основаній“. Логическое содержаніе понятій, въ силу этого, существенно различно, но ихъ структура формально тождественна: если отвлечься отъ той окраски, какая придается представленію о равновозможности, то въ обоихъ случаяхъ вѣроятности предстаютъ передъ нами въ формѣ правильныхъ дробей съ числителемъ, равнымъ числу благопріятныхъ равновозможныхъ и несомвѣстныхъ статочностей, и знаменателемъ равнымъ всему числу равновозможныхъ статочностей. Ихъ математическое облаченіе сходное, и математическій анализъ вправѣ ихъ не дифференцировать. Лишь, когда мы отъ математическихъ формулъ переходимъ къ эмпирическимъ даннымъ, начинается настоятельно ощущаться потребность раздѣлить оба понятія ²⁾. Чисто же математическія построе-

леніи, — на примѣръ, попытка, удерживая терминъ „вѣроятность“ для обозначенія вѣроятностей субъективныхъ, принять терминъ „возможность“ для обозначенія объективныхъ вѣроятностей—не увѣнчивались до сихъ поръ успѣхомъ. Словосочетанія „объективная вѣроятность“ я, по возможности, избѣгаю; я употребляю его лишь тамъ, гдѣ иначе по контексту возможны недоразумѣнія. Хотя я и не согласенъ съ мыслью, будто „das objectiv Wahrscheinliche ist ein Unbegriff“ (*Windelband, Ueber die Gewissheit der Erkenntnis*, S. 25), а полагаю, что понятіе математической вѣроятности, какъ характеристики связи между причиной и слѣдствіемъ, имѣетъ всѣ права на объективное значеніе, но словосочетаніе „объективная вѣроятность“, дѣйствительно, рѣжетъ ухо не менѣе нежели „паровая“ или „электрическая конка“.

¹⁾ Ср. *Kries*, Principien, S. 3—5.

²⁾ Ср. *Poincaré*, La Science et l'hypothèse, p. 219. *Ellis*, On the alleged proof, p. 325. *Bruno*, Beiträge zur Quotenrechnung, S. 571.

нія могутъ безпрепятственно излагаться примѣнительно какъ къ тому, такъ и къ другому понятію, и даже при нѣкоторой осторожности въ формулировкахъ охватывать ихъ оба одновременно. Если, такимъ образомъ, положенія теоріи вѣроятностей получаютъ ниже, въ особенности при изложеніи теоремы Bayes'a, такую формулировку, которая приложима непосредственно лишь къ понятію объективной вѣроятности, то это обусловлено не тѣмъ, чтобы я считалъ объективную вѣроятность единственною основою математической теоріи вѣроятностей¹⁾, а исключительно спеціальною цѣлью математическихъ страницъ настоящаго труда: служить точкою опоры для выясненія логическихъ основъ статистической теоріи.

II.

Математическая вѣроятность измѣряется отношеніемъ числа благопріятныхъ статочностей ко всему числу несоумѣстныхъ равновозможныхъ статочностей. Чтобы получить ея численное значеніе, необходимо, слѣдовательно, быть въ состояніи сосчитать какъ все число статочностей, такъ и число тѣхъ изъ нихъ, которыя благопріятны разсматриваемому слѣдствію. Эта задача не только требуетъ сложной ра-

1) Въ этомъ я расхожусь съ Курно, который признаетъ, что субъективная вѣроятность выходитъ за предѣлы круга приложеній математической теоріи вѣроятностей, „laquelle a essentiellement pour objet des grandeurs mesurables et des rapports qui subsistent entre les choses indépendamment de l'esprit qui les conçoit“ (Essai sur les fondemens, vol. I, p. 170). Различая (тамъ же, § 37) отчетливо два типа проблемъ—questions de possibilité qui ont une valeur objective и требуютъ для своего рѣшенія полнаго знанія всѣхъ обстоятельствъ и questions de probabilité, которыя носятъ субъективный характеръ и могутъ ставиться и разрѣшаться на почвѣ постулируемаго Лапласомъ смѣшенія знанія съ незнаніемъ,—и признавая въ полной мѣрѣ практической интересъ и важное научное значеніе послѣднихъ, Курно, тѣмъ не менѣе, не считаетъ ихъ доступными математическому анализу въ силу шаткости численныхъ значеній входящихъ въ нихъ вѣроятностей. Корень ошибки Курно въ томъ, что онъ не расчленяетъ двухъ характеризованныхъ выше нюансовъ субъективной вѣроятности и приурочиваетъ соображенія, имѣющія силу лишь по отношенію къ психологической концепціи вѣроятности, къ субъективной вѣроятности вообще.

боты для рѣшенія вопроса, равновозможны ли отдѣльныя статочности (см. выше стр. 184), но порою представляетъ значительныя трудности и съ чисто счетной стороны. Если установлено, что при бросаніи кости равновозможными статочностями представляются случаи выпаденія каждой стороны куба, то найти вѣроятность въ пользу очка „шесть“ не трудно: всего равновозможныхъ несовмѣстныхъ статочностей шесть; благоприятныхъ статочностей — одна; искомая вѣроятность равна $\frac{1}{6}$. Предположимъ, что сразу бросается сто костей. Какъ велика вѣроятность, что на всѣхъ ста костяхъ выпадеть очко „шесть“? Каждое очко каждой кости можетъ выпасть одновременно съ любымъ очкомъ остальныхъ костей; различныхъ статочностей имѣется, слѣдовательно, 6^{100} . Примемъ, что всѣ эти статочности равновозможны. Такъ какъ появленію очка шесть на всѣхъ ста костяхъ благоприятствуетъ изъ ихъ числа только одна, то искомая вѣроятность равна $\frac{1}{6^{100}}$. Но спросимъ, какъ велика вѣроятность, что очко шесть появится на 20 любыхъ изъ числа ста костей, а на остальныхъ 80 костяхъ будутъ какія-нибудь иныя числа? Общее число равновозможныхъ статочностей остается равнымъ 6^{100} . Но найти число благоприятныхъ статочностей въ этомъ случаѣ не такъ просто, какъ ранѣе. Для этого надо отобрать изъ числа тѣхъ 6^{100} разнообразныхъ комбинацій, въ которыхъ разныя числа могутъ появиться на разныхъ костяхъ, тѣ, при которыхъ на 20 какихъ-либо костяхъ появляется шестерка, и сосчитать число ихъ. Счетная задача становится настолько сложною, что разумъ требуетъ для выполненія подсчета поддержки математики. На помощь приходится привлечь теорію сочетаній. Соображая, что искомое число благоприятныхъ статочностей равняется числу сочетаній изъ ста элементовъ по 20, мы, по извѣстнымъ изъ алгебры формуламъ, находимъ его равнымъ

$$C_{100}^{20} = \frac{100. 99. 98. . . . 82. 81.}{1. 2. 3. . . . 19. 20}$$

Варьируя и усложняя условія, мы можемъ довести задачу подсчета статочностей до любой степени трудности. Вмѣстѣ съ ростомъ ея замысловатости, вниманіе изслѣдователя бу-

детъ все въ большей мѣрѣ поглощаться заботою объ усовершенствованіи математическихъ приѣмовъ учета статочностей, несмотря на то, что для теоріи вѣроятностей техника счета статочностей играетъ, собственно, лишь служебную роль. Для историка науки представляетъ высокій интересъ слѣдить за тѣмъ, какъ въ развитіи математической теоріи вѣроятностей процессъ постепеннаго усложненія задачъ сопровождается параллельнымъ процессомъ выработки все болѣе общихъ и, въ то же время, болѣе простыхъ приѣмовъ рѣшенія. Быть можетъ, ни въ какой иной области человѣческаго знанія внутренняя закономерность эволюціи идей не обрисовывается съ такою наглядностью, какъ въ ранней исторіи теоріи вѣроятностей. Но для насъ нѣтъ цѣли останавливаться на вопросѣ о приѣмахъ перече́та статочностей, ибо съ ростомъ науки техника вычисленія вѣроятностей путемъ непосредственнаго счета статочностей уступаетъ мѣсто инымъ способамъ рѣшенія задачи. Подобно тому, какъ въ геометріи можно любую теорему выводить непосредственно изъ начальныхъ аксіомъ и постулатовъ, но мы, тѣмъ не менѣе, предпочитаемъ опираться выводъ на промежуточные теоремы и леммы, точно также и для вычисленія вѣроятностей помимо прямого способа подсчета статочностей существуютъ иные приѣмы, значительно сокращающіе затрату вниманія. Если событіе, вѣроятность котораго ищется, связано такъ или иначе съ явленіями, вѣроятности которыхъ извѣстны или могутъ быть легко найдены, то искомая вѣроятность вычисляется по извѣстнымъ. Въмѣсто того, чтобы въ каждомъ случаѣ начинать всю работу подсчета статочностей сначала, мы можемъ трудъ разбить: подсчитывая статочности для случаевъ сравнительно простыхъ и удобообозримыхъ, мы вычисляемъ вѣроятности этихъ случаевъ, а затѣмъ выводимъ вѣроятности болѣе запутанныхъ событій при помощи формулъ, связывающихъ ихъ съ найденными ранѣе вѣроятностями.

Разсмотримъ, для примѣра, такого рода задачу. Имѣется двѣ урны: въ одной лежитъ три бѣлыхъ шара и одинъ черный; въ другой—одинъ бѣлый шаръ и три черныхъ. Подбрасывая монету, мы рѣшаемъ, изъ которой урны вынимать

шаръ: если выпадетъ орель, вынимаемъ изъ первой; если выпадетъ рѣшетка,—изъ второй. Чему равна вѣроятность, что вынется шаръ бѣлый? Мы можемъ итти къ рѣшенію задачи обычнымъ путемъ перече́та статочностей. Сколько въ условіяхъ задачи на лицо разныхъ статочностей? Можетъ выпасть при подбрасываніи монеты орель; извлеченіе будетъ производиться изъ первой урны; при этомъ можетъ быть вынуть любой изъ четырехъ содержащихся въ ней шаровъ: это даетъ намъ четыре разныхъ случая. Можетъ, съ другой стороны, выпасть рѣшетка; извлеченіе будетъ производиться изъ второй урны и, опять-таки, можетъ оказаться вынутымъ любой изъ четырехъ лежащихъ въ урнѣ шаровъ: еще четыре статочности. Всего, слѣдовательно, статочностей восемь. Если предположить, что монета абсолютно правильная и выпаденіе орла и рѣшетки равновозможны, а урны такъ построены, что равновозможными представляются случаи извлеченія изъ каждой изъ нихъ любого изъ четырехъ лежащихъ въ ней шаровъ, то всѣ восемь статочностей могутъ быть признаны, въ свою очередь, за равновозможныя. Сколько изъ нихъ благопріятствуетъ появленію бѣлаго шара? Три изъ числа четырехъ, связанныхъ съ извлеченіемъ шара изъ первой урны, и одна изъ числа четырехъ, связанныхъ съ извлеченіемъ шара изъ второй урны,—всего четыре. Искомая вѣроятность извлеченія бѣлаго шара въ намѣченныхъ условіяхъ равняется, слѣдовательно, $\frac{4}{8}$ или $\frac{1}{2}$. Путь, который привелъ насъ къ этому результату, вполне правильный, но не единственно возможный. Къ вычисленію вѣроятности можно подойти и съ другой стороны. Намъ извѣстны вѣроятность, что извлеченіе будетъ производиться изъ первой урны, и вѣроятность, что оно будетъ производиться изъ второй урны: въ предположеніи, что монета правильная, обѣ вѣроятности равны $\frac{1}{2}$. Въ то же время намъ извѣстны какъ вѣроятность, что при извлеченіи шара изъ первой урны вынется шаръ бѣлый, равная $\frac{3}{4}$, такъ и вѣроятность, что вынется бѣлый шаръ при извлеченіи изъ второй урны, равная $\frac{1}{4}$. Эти четыре вѣроятности, очевидно, опредѣляютъ собою численное значеніе интересующей насъ вѣроятности. Но какъ опредѣляютъ? Въ какой связи стоитъ искомая вели-

чина съ величинами извѣстными? Если бы знать связывающую ихъ формулу, то не трудно было бы рѣшить поставленную задачу и безъ перечисленія статочностей. Но какой видъ имѣеть эта формула?

Отвѣтъ на этотъ вопросъ опирается на двѣ теоремы, которыя такъ же лежатъ въ основѣ всѣхъ приѣмовъ вычисления вѣроятностей однихъ событій по вѣроятностямъ другихъ, какъ правила четырехъ дѣйствій лежатъ въ основѣ арифметическихъ вычислений. Эти теоремы носятъ названіе теоремы сложенія и теоремы умноженія вѣроятностей.

Принципъ сложенія вѣроятностей заключенъ въ самомъ опредѣленіи понятія вѣроятности. Пусть вѣроятность p_1 , характеризующая связь слѣдствія E_1 съ даннымъ комплексомъ причинъ, равняется $\frac{n_1}{m}$, а вѣроятность p_2 , характеризующая связь слѣдствія E_2 съ тѣмъ же комплексомъ причинъ, равняется $\frac{n_2}{m}$. Спрашивается, чему равна вѣроятность, что случится или E_1 или E_2 ? Въ предположеніи, что ни одна изъ n_1 статочностей, благопріятныхъ E_1 , не входитъ въ составъ n_2 статочностей, благопріятныхъ E_2 , число статочностей, благопріятныхъ тому, что произойдетъ или E_1 или E_2 , будетъ, очевидно, равно $n_1 + n_2$. Вѣроятность же этого событія, измѣряемая, какъ обычно, отношеніемъ числа благопріятныхъ статочностей ко всему числу статочностей, будетъ равняться $\frac{n_1 + n_2}{m}$ или $\frac{n_1}{m} + \frac{n_2}{m} = p_1 + p_2$. Отсюда выводъ: вѣроятность, что случится одно какое-либо изъ нѣсколькихъ другъ друга исключаютыхъ событій, равняется суммѣ вѣроятностей этихъ событій. Въ сущности, это не какое-либо новое правило, а лишь парафраза опредѣленія вѣроятности ¹⁾. Въ урнѣ лежитъ сто шаровъ; изъ нихъ 50 бѣлыхъ, 30 черныхъ и 20 красныхъ. Вѣроятность вынуть бѣлый шаръ равна $\frac{50}{100}$; вѣроятность вынуть черный шаръ равна $\frac{30}{100}$; вѣроятность вынуть красный шаръ равна $\frac{20}{100}$. Ищется вѣроятность,

¹⁾ *Bohlmann* (*Die Grundbegriffe*, S. 245—247) даже предпочитаетъ изъ этого свойства вѣроятностей выводить обычное опредѣленіе.

вынуть шаръ или бѣлый или черный. По правилу сложенія вѣроятностей, она получается равною суммѣ вѣроятности вынуть бѣлый и вѣроятности вынуть черный шаръ, т. е. $\frac{50}{100} + \frac{30}{100} = \frac{80}{100}$. Но мы могли бы также, рассуждая какъ ранѣе, итти къ выводу путемъ перече́та статочностей. Вынуть шаръ или бѣлый или черный это, въ условіяхъ задачи, вынуть шаръ не красный. Но въ урнѣ не красныхъ шаровъ 80 при общемъ числѣ шаровъ, равномъ ста. Искомая вѣроятность равна, слѣдовательно, $\frac{80}{100}$ 1).

Сложнѣе, по своей логической структурѣ, правило умноженія вѣроятностей. Оно вводитъ новыя понятія, играющія видную роль въ математической теоріи вѣроятностей. Сами по себѣ эти понятія довольно просты, но для обозначенія одного изъ нихъ принять терминъ, употребляемый обычно въ нѣсколько иномъ смыслѣ. Именно, математическая теорія вѣроятностей вводитъ своеобразно конструируемое понятіе „независимости“ явленій. Благодаря этому, правило умноженія вѣроятностей кажется, на первый взглядъ, запутаннѣе нежели оно есть въ дѣйствительности. Если вѣроятность, характеризующая связь нѣкотораго явленія E съ даннымъ комплексомъ условій, не мѣняется своей величины отъ присоединенія къ этому комплексу новаго условія F , то математическая теорія называетъ явленія E и F независимыми, хотя бы они стояли въ очевидной связи. При двукратномъ извлеченіи шара изъ урны появленіе бѣлаго шара при второмъ извлеченіи представляется явленіемъ независимымъ отъ того, какой шаръ вынулъ въ первый разъ, если вынутый шаръ помѣщается обратно въ урну ранѣе, чѣмъ извлекается новый: въ такихъ условіяхъ отъ того, былъ въ первый разъ извлеченъ шаръ бѣлый или черный, не мѣняется ко второму извлеченію ни степень равновозможности статочностей, ни общее число ихъ, ни число тѣхъ, которыя благоприятны извлеченію бѣлаго шара,—словомъ, вѣроятность вынуть бѣлый шаръ сохраняетъ одну и ту же величину какъ въ предположеніи, что передъ тѣмъ вынулъ шаръ того же

1) Ср. Czuber, W-rechnung, I, S. 46—47.

цвѣта, такъ и въ предположеніи, что цвѣтъ вынутаго первымъ шара былъ иной. Напротивъ, появленіе бѣлаго шара изъ урны при вторичномъ извлеченіи не будетъ явленіемъ независимымъ отъ того, какого цвѣта шаръ вынулся въ первый разъ, если шаръ въ урну обратно не кладется. Пусть въ урнѣ 5 бѣлыхъ и 5 черныхъ шаровъ, такъ что при первомъ извлеченіи вѣроятность вынуть бѣлый шаръ равна $\frac{5}{10}$. Если вынутый шаръ въ урну назадъ не кладется, то ко второму извлеченію въ урнѣ остается уже только 9 шаровъ; при этомъ среди нихъ будетъ лишь четыре бѣлыхъ, если въ первый разъ вынется шаръ бѣлый, и пять бѣлыхъ, если въ первый разъ вынется шаръ черный. Вѣроятность вынуть бѣлый шаръ при второмъ извлеченіи будетъ, слѣдовательно, равна $\frac{4}{9}$, если первое извлеченіе дастъ бѣлый шаръ, и $\frac{5}{9}$, если оно дастъ черный шаръ. Въ такихъ условіяхъ математическая теорія вѣроятностей уже не называетъ появленія бѣлаго шара при второмъ извлеченіи и появленія шара бѣлаго или черного при первомъ извлеченіи событіями независимыми, хотя въ реальную связь между послѣдовательными извлеченіями большой разницы и не вносится тѣмъ обстоятельствомъ, откладывается ли вынутый шаръ въ сторону или бросается назадъ въ урну. Терминъ „независимость“ употребляется, такимъ образомъ, въ теоріи вѣроятностей въ условномъ значеніи, хотя и соприкасающемся съ его обычнымъ содержаніемъ, но отнюдь съ нимъ непокрывающемся. Это дѣлаетъ необходимою крайнюю осторожность при переходѣ отъ общихъ построеній теоріи вѣроятностей къ ихъ методологическимъ приложеніямъ, но пока мы можемъ ограничиться тѣмъ, что будемъ разсматривать „независимость“, какъ специальный *terminus technicus* языка математической теоріи вѣроятностей, не отвлекаясь въ сторону выясненія характера связи этой „независимости“ съ „независимостью“ логики.

Принимая терминъ независимость въ этомъ условномъ смыслѣ, мы безъ труда убѣждаемся въ томъ, что вѣроятность совпаденія двухъ независимыхъ явленій равняется про-

изведенію вѣроятностей этихъ явленій¹⁾. Мы бросаемъ кость: вѣроятность выпаденія очка шесть равна $\frac{1}{6}$. Мы подбираемъ кость и бросаемъ ее снова; то, какое очко выпало въ первый разъ, не отражается на системѣ статочностей, и вѣроятность выпаденія очка шесть при вторичномъ бросаніи остается равною $\frac{1}{6}$. Спросимъ теперъ, чему равна вѣроятность бросить шесть и при первомъ и при второмъ подбрасываніи кости. Всего разныхъ статочностей насчитывается 36, такъ какъ выпаденіе каждаго очка при первомъ бросаніи можетъ совпасть съ выпаденіемъ любого очка при второмъ. Всѣ эти статочности равновозможны. Появленію шести и при первомъ и при второмъ бросаніи благопріятна изъ нихъ только одна. Искомая вѣроятность равна, слѣдовательно, $\frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6}$. Пусть передъ нами двѣ урны; въ одной m_1 шаровъ, въ числѣ которыхъ бѣлыхъ n_1 ; въ другой всего m_2 шаровъ, а бѣлыхъ n_2 . Изъ той и изъ другой урны вынимается по одному шару. Ищется вѣроятность, что изъ обѣихъ урнъ вынуты шары бѣлые. Вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ первой урны, p_1 , равна $\frac{n_1}{m_1}$; вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ второй урны, p_2 , равна $\frac{n_2}{m_2}$. Чтобы найти вѣроятность, что оба вынутые шара будутъ бѣлые, мы должны подсчитать какъ все число статочностей, такъ и число тѣхъ, которыя благопріятны этому событію. Но, въ предположеніи, что извлекается по одному шару изъ каждой урны, мы имѣемъ передъ собою всего различныхъ возможностей $m_1 \cdot m_2$, такъ какъ любой изъ шаровъ первой урны можетъ выйти одновременно съ каждымъ шаромъ второй. Комбинацій же, благопріятныхъ тому, что оба вынутые шара будутъ бѣлые, имѣется $n_1 \cdot n_2$. Искомая вѣроятность равняется, слѣдовательно, $\frac{n_1 \cdot n_2}{m_1 \cdot m_2} =$
 $= \frac{n_1}{m_1} \cdot \frac{n_2}{m_2} = p_1 \cdot p_2.$

1) Теорема, говорящая, по яркому выраженію *Reuschle*, усвоенному нѣмецкими руководствами, о *Wahrscheinlichkeit des sowohl—als—auch* въ отличіе отъ теоремы сложенія вѣроятностей, которая говоритъ о *Wahrscheinlichkeit des entweder—oder*.

Нѣсколько иначе складывается рѣшеніе вопроса о вѣроятности совпаденія двухъ явленій въ томъ случаѣ, когда эти явленія не представляются независимыми. Предположимъ, что, вынимая шаръ изъ урны, содержащей 5 бѣлыхъ и 5 черныхъ шаровъ, мы не кладемъ его обратно. Какъ велика въ этомъ случаѣ вѣроятность вынуть при двухъ послѣдовательныхъ извлеченіяхъ оба раза бѣлый шаръ? Сколько здѣсь возможныхъ статочностей? При первомъ извлеченіи можетъ вынуться любой изъ десяти шаровъ и каждый изъ этихъ десяти случаевъ можетъ совпасть съ появленіемъ при второмъ извлеченіи любого изъ девяти оставшихся въ урнѣ шаровъ. Всего возможно, слѣдовательно, 90 разныхъ комбинацій, которыя всѣ между собою равно возможны. Сколько изъ нихъ благоприятствуетъ появленію бѣлаго шара при обоихъ извлеченіяхъ? При первомъ извлеченіи въ урнѣ пять разныхъ бѣлыхъ шаровъ; при второмъ, если въ первый разъ вынулъ шаръ бѣлый, въ ней остается лишь четыре бѣлыхъ шара. Появленіе каждаго изъ пяти бѣлыхъ шаровъ при первомъ извлеченіи можетъ совпасть съ появленіемъ каждаго изъ четырехъ бѣлыхъ шаровъ при второмъ извлеченіи; всего комбинацій двадцать. Искомая вѣроятность оказывается, такимъ образомъ, равною $\frac{20}{90} = \frac{5}{10} \times \frac{4}{9}$.

Для того, чтобы дать и для случая зависимыхъ явленій вполнѣ общую формулировку того правила, по которому вѣроятность совпаденія двухъ явленій получается изъ вѣроятностей этихъ явленій, математическая теорія вѣроятностей вводитъ вспомогательное понятіе „условной вѣроятности“. Предположимъ, что вѣроятность явленія E мѣняетъ свою величину, если къ комплексу причинъ присоединяется явленіе F . Вѣроятность, характеризующую связь E съ комплексомъ причинъ, дополненнымъ явленіемъ F , и называютъ „условною вѣроятностью E въ предположеніи, что F имѣло мѣсто“. Такъ, напримѣръ, условная вѣроятность вынуть при вторичномъ извлеченіи бѣлый шаръ изъ нашей урны въ предположеніи, что въ первый разъ вынулъ шаръ бѣлый, равняется $\frac{4}{9}$; условная же вѣроятность вынуть при вторичномъ из-

влеченіи бѣлый шаръ въ предположеніи, что въ первый разъ вынулся шаръ черный, равняется $\frac{5}{9}$, такъ какъ въ этомъ случаѣ ко второму извлеченію въ урнѣ остается на девять шаровъ пять бѣлыхъ и четыре черныхъ.

На почвѣ этого понятія условной вѣроятности законъ связи между вѣроятностью совпаденія двухъ явленій и вѣроятностями этихъ явленій получаетъ несложную формулировку и въ случаѣ явленій зависимыхъ. Вѣроятность совпаденія явленія E съ явленіемъ F равняется произведенію вѣроятности F на условную вѣроятность E въ предположеніи, что F имѣло мѣсто. Вѣроятность вынуть при двухъ послѣдовательныхъ извлеченіяхъ оба раза бѣлый шаръ изъ урны, гдѣ пять шаровъ бѣлыхъ и пять шаровъ черныхъ, при условіи, что шаръ назадъ не кладется, равная, какъ мы видѣли, $\frac{20}{90}$, представляетъ изъ себя произведеніе $\frac{5}{10}$ — вѣроятности вынуть бѣлый шаръ при первомъ извлеченіи — на $\frac{4}{9}$ — на условную вѣроятность вынуть бѣлый шаръ при второмъ извлеченіи въ предположеніи, что въ первый разъ вынулся шаръ бѣлый. Въ болѣе общей, алгебраической формѣ разсматриваемое правило получаетъ такое выраженіе: пусть, при данныхъ условіяхъ, изъ m равновозможныхъ статочностей n благопріятствуютъ явленію F , такъ что вѣроятность F равна $\frac{n}{m} = p$; пусть изъ числа n статочностей, благопріятныхъ F , n' благопріятны явленію E , такъ что условная вѣроятность E въ предположеніи, что F имѣло мѣсто — предположеніи, которымъ статочности, неблагопріятныя F , исключаются, — равна $\frac{n'}{n} = p'$; совпаденію явленій E и F благопріятствуетъ, слѣдовательно, n' статочностей, и вѣроятность, характеризующая связь такого событія съ взятымъ комплексомъ условій, равняется $\frac{n'}{m}$. Но $\frac{n'}{m} = \frac{n}{m} \cdot \frac{n'}{n} = p \cdot p'$; искомая вѣроятность совпаденія E и F равна произведенію вѣроятности F — p — на условную вѣроятность E , въ предположеніи, что F имѣло мѣсто, — p' .

Правило умноженія вѣроятностей безъ труда распростра-

няется со случая совпаденія двухъ явленій на случай совпаденія трехъ и болѣе явленій. Если явленія не представляются независимыми, то вѣроятность совпаденія явленій E , F и G равняется произведенію вѣроятности G на условную вѣроятность F въ предположеніи, что G имѣло мѣсто, и на условную вѣроятность E въ предположеніи, что G и F имѣли мѣсто. Если же явленія независимы, то искомая вѣроятность ихъ совпаденія равняется произведенію ихъ вѣроятностей. Вѣроятность бросить очко шесть десять разъ подрядъ равняется $\left(\frac{1}{6}\right)^6$. Вѣроятность вынуть бѣлый шаръ четыре раза кряду изъ нашей урны при условіи, шара обратно въ урну не класть, равна $\frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7}$.

Опираясь на правило умноженія вѣроятностей мы невозбранно можемъ идти къ выводу значеній вѣроятностей, рассматривая интересующія насъ явленія, какъ случаи совпаденія тѣхъ или иныхъ болѣе простыхъ событій, но должны неукоснительно памятовать о томъ, что на вѣроятность перваго изъ совпадающихъ событій должна помножаться *условная* вѣроятность слѣдующаго, въ предположеніи, что первое уже имѣло мѣсто; иначе намъ грозятъ грубѣйшія ошибки. Пусть, напримѣръ, требуется найти вѣроятность вынуть изъ колоды картъ короля пикъ. Мы могли бы итти къ вычисленію ея размѣровъ прямымъ путемъ: картъ въ колодѣ 52; король пикъ одинъ; искомая вѣроятность равна $\frac{1}{52}$. Но ничто не мѣшаетъ намъ рассматривать извлеченіе короля пикъ, какъ сложное событіе: какъ появленіе короля, который принадлежитъ къ пиковой масти. Въ такомъ случаѣ, для нахождения искомой вѣроятности намъ надо помножить вѣроятность вынуть короля, равную $\frac{4}{52}$, на $\frac{1}{4}$ — условную вѣроятность попасть среди королей на пику, — и мы получимъ опять-таки, разумѣется, $\frac{1}{52}$. Мы можемъ также рассматривать нашъ случай какъ появленіе пики, которая оказывается королемъ; тогда мы $\frac{13}{52}$ — вѣроятность вынуть карту

пиковой масти — должны помножить на $\frac{1}{13}$ — вѣроятность среди пикъ попасть на короля. Разсматривая короля пикъ какъ фигуру, оказывающуюся королемъ опредѣленной масти, мы будемъ помножать $\frac{16}{52}$ — вѣроятность вынуть фигуру — на $\frac{1}{16}$ — вѣроятность среди фигуръ попасть на короля данной масти. Мы можемъ, наконецъ, разсматривать интересующее насъ событіе какъ сложное явленіе, состоящее изъ совпаденія трехъ болѣе простыхъ, — какъ появленіе фигуры, которая принадлежитъ къ пиковой масти и сверхъ того оказывается королемъ. Тогда для полученія искомой вѣроятности мы должны $\frac{16}{52}$ — вѣроятность вынуть фигуру — умножить на $\frac{4}{16}$ — вѣроятность попасть среди фигуръ на карту пиковой масти—и на $\frac{1}{4}$ — вѣроятность среди фигуръ пиковой масти попасть на короля. Я не буду перебирать всѣхъ возможныхъ комбинацій трехъ признаковъ. Мы можемъ брать ихъ въ любомъ порядкѣ и всегда придемъ къ одному и тому же результату, если не будемъ упускать изъ вида, что множителями въ вычисляемое произведеніе входятъ условныя вѣроятности въ предположеніи, что всѣ ранѣе перебранные признаки уже включены ¹⁾).

¹⁾ Я позволилъ себѣ такъ многословно остановиться на понятіяхъ независимости и условной вѣроятности въ виду того обстоятельства, что статистикамъ нерѣдко приходится на практикѣ имѣть съ ними дѣло, при чемъ, несмотря на всю ихъ несложность, оказываются, какъ свидѣтельствуемъ опытъ, возможными элементарнѣйшія ошибки. Столь авторитетный представитель статистической науки, какъ *Ю. Янсонъ*, не свободенъ отъ такихъ оплошностей. Въ своей теоріи статистики, желая обратить вниманіе какъ разъ на грозящія отсюда опасности, Янсонъ дѣлаетъ ошибку какъ въ приводимой формулѣ, такъ и въ пояснительномъ примѣрѣ. „Говоря о выводѣ отношеній интенсивности явленій“ — пишетъ онъ— „слѣдуетъ обратить вниманіе еще на одно указаніе теоріи вѣроятностей, которымъ часто пренебрегаютъ въ статистикѣ, почему и впадаютъ въ ошибки и приходятъ къ ложнымъ заключеніямъ. Есть много такихъ событій, которыя наступаютъ только при условіи наступленія другого событія; вѣроятность наступленія такихъ сложныхъ событій (слѣдовательно, отношеніе ихъ интенсивности) опредѣляется на основаніи правила сложныхъ вѣроятностей обоихъ событій. Если вѣроятность

Въ своемъ сочетаніи правило сложенія и правило умноженія вѣроятностей позволяютъ сравнительно легко рѣшать такія задачи, въ которыхъ непосредственный перечетъ стачностей наталкивается на значительныя трудности. Вернемся, для примѣра, къ задачѣ, которую мы уже рассматри-

какого-нибудь событія есть $\frac{n}{m+n}$, но это событіе можетъ наступить только тогда, когда наступитъ другое событіе, имѣющее за себя вѣроятность, равную p/s , то вѣроятность его будетъ $\frac{n}{m+n} \times p/s = \frac{np}{s(m+n)}$ (Теорія статистики, стр. 514—515). Что мы здѣсь имѣемъ дѣло не съ неточною формулировкой, а съ невѣрнымъ пониманіемъ правила умноженія вѣроятностей, а

именно, что черезъ $\frac{n}{m+n}$ Янсонъ обозначаетъ не условную вѣроятность явленія въ предположеніи, что другое уже имѣло мѣсто, какъ это должно было бы быть, видно изъ приводимаго въ поясненіе формулы примѣра. Для вычисленія смертности отъ чахотки въ возрастѣ 16—20 лѣтъ среди жителей

города С.-Петербурга Янсонъ умножаетъ дробь $\frac{934}{113195} = 0,0082$, выражающую отношеніе всего числа смертныхъ случаевъ отъ разныхъ причинъ въ этомъ возрастѣ къ числу жителей Петербурга этого возраста и принимаемую за вѣроятность смерти въ возрастѣ 16—20 лѣтъ, на дробь $\frac{366}{113195} = 0,0032$

выражающую отношеніе числа смертей отъ чахотки въ этомъ возрастѣ ко всему числу жителей этого возраста въ С.-Петербургѣ, и получаетъ абсурдно малую величину 0,00002627, тогда какъ дробь 0,0032 прямо уже представляетъ собою искомую вѣроятность, ибо предположеніе смерти въ опредѣленномъ возрастѣ уже введено въ условія. Если желать притти къ выводу не прямымъ путемъ, а черезъ посредство правила умноженія вѣроят-

ностей, то дробь 0,0082 надо было умножать не на $\frac{366}{113195}$, а на $\frac{366}{934}$ — стно-

шеніе числа смертей отъ чахотки въ возрастѣ 16—20 лѣтъ ко всему числу смертей въ этомъ возрастѣ. Тогда и получилась бы совершенно правильно величина 0,0032. Равнымъ образомъ, и для возраста 21—25 лѣтъ вмѣсто получаемой Янсономъ вѣроятности смерти отъ чахотки въ 0,00005824 должна быть принята вѣроятность 0,0052, а, вмѣстѣ съ тѣмъ, и „опасность умереть отъ чахотки“ для возраста 21—25 лѣтъ вмѣсто того, чтобы быть въ $2\frac{1}{4}$ раза больше, нежели для возраста 16—20 лѣтъ, оказывается лишь немногимъ болѣе чѣмъ въ полтора раза выше нея. Ошибка Янсона подобна тому, какъ если бы въ разсмотрѣнномъ выше примѣрѣ съ извлеченіемъ изъ колоды картъ короля пикъ мы, для нахождения искомой вѣроятности, помножили вѣроятность вынуть фигуру—16/52—не на условную вѣроятность попасть на короля пикъ въ предположеніи, что вынулась фигура, равную 1/16, а на вѣроятность вынуть короля пикъ изъ всей колоды, равную 1/52.

вали и съ которою намъ неоднократно придется имѣть дѣло въ дальнѣйшемъ. Пусть передъ нами двѣ урны; въ одной лежитъ три бѣлыхъ шара и одинъ черный; въ другой урнѣ лежитъ одинъ бѣлый шаръ и три черныхъ. Подбрасывая монету, мы рѣшаемъ, изъ которой урны вынимать шаръ; если выпадетъ орелъ, то вынимаемъ изъ первой; если выпадетъ рѣшетка,—изъ второй. Какъ велика вѣроятность вынуть бѣлый шаръ? Выше мы рѣшали эту задачу прямымъ путемъ перече́та стато́чностей и пришли къ выводу, что искомая вѣроятность равняется $\frac{1}{2}$. Къ тому же выводу приводитъ и око́льный путь. Интересующее насъ событіе—появленіе бѣлаго шара—можетъ случиться въ двухъ несовмѣстныхъ видахъ: шаръ будетъ вынутъ или изъ первой урны, въ случаѣ выпаденія орла, или изъ второй урны, въ случаѣ выпаденія рѣшетки. Вѣроятность, что шаръ будетъ извлекаться изъ первой урны, равняется $\frac{1}{2}$; условная вѣроятность вынуть бѣлый шаръ, если шаръ извлекается изъ первой урны, равняется $\frac{3}{4}$; вѣроятность вынуть въ условіяхъ нашего эксперимента бѣлый шаръ изъ первой урны равна, слѣдовательно, $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$. Съ другой стороны, вѣроятность вынуть въ нашихъ условіяхъ бѣлый шаръ изъ второй урны равна произведенію $\frac{1}{2}$ —вѣроятности, что шаръ будетъ выниматься изъ этой урны,—на $\frac{1}{4}$ —условную вѣроятность, что при извлеченіи изъ второй урны вынется бѣлый шаръ, т.-е. равна $\frac{1}{8}$. Искомая вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ той или другой урны равняется, слѣдовательно, $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$. Пусть теперь передъ нами не двѣ, а s урнъ; въ первой изъ нихъ на m_1 шаровъ находится n_1 бѣлыхъ; во второй всего шаровъ m_2 , бѣлыхъ среди нихъ n_2 ; въ третьей m_3 и n_3 и т. д. въ послѣдней урнѣ всего шаровъ m_s , а бѣлыхъ n_s . Вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ первой урны равняется, слѣдовательно, $\frac{n_1}{m_1}$; вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ второй урны равняется $\frac{n_2}{m_2}$ и т. д.; вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ послѣдней урны равняется $\frac{n_s}{m_s}$. Для того, чтобы рѣшить, изъ какой урны производить извлеченіе, мы вынимаемъ одинъ билетъ изъ ящика, въ которомъ находятся

билеты, помѣченные разными номерами, причемъ всего билетовъ μ , а изъ нихъ съ номеромъ 1— ν_1 , съ № 2— ν_2 , съ № 3— ν_3 , и т. д. съ № s — ν_s . Если вынется билетъ за № 1, то мы будемъ вынимать шаръ изъ первой въ ряду нашихъ s урнъ; если вынется билетъ за № 2, мы въ ряду нашихъ урнъ возьмемъ вторую и т. д. Въ такихъ условіяхъ, вѣроятность, что вынимать шаръ придется изъ первой урны, равняется $\frac{\nu_1}{\mu}$; вѣроятность, что вынимать придется изъ второй урны, равняется $\frac{\nu_2}{\mu}$ и т. д.; наконецъ, вѣроятность, что вынимать шаръ придется изъ послѣдней урны, равняется $\frac{\nu_s}{\mu}$. Спросимъ теперь, чему равняется вѣроятность, что изъ той или другой въ ряду нашихъ s урнъ будетъ вынуть въ условіяхъ нашего опыта шаръ бѣлый. Разсуждая такъ же, какъ въ ранѣе разобранномъ примѣрѣ двухъ урнъ, мы убѣждаемся, что это событіе можетъ осуществиться въ s разныхъ несо-мѣстныхъ видахъ: именно, въ формѣ извлеченія изъ первой, изъ второй, изъ третьей, и т. д. урны. Вѣроятность, что придется извлекать шаръ изъ первой урны, равна, какъ мы видѣли, $\frac{\nu_1}{\mu}$; условная вѣроятность, что, извлекая шаръ изъ этой, именно, урны, мы вынемъ шаръ бѣлый, равна $\frac{n_1}{m_1}$; вѣроятность, что при нашемъ опытѣ будетъ вынуть бѣлый шаръ и притомъ вынуть изъ первой урны, равна, такимъ образомъ, $\frac{\nu_1}{\mu} \cdot \frac{n_1}{m_1}$. Вѣроятность, что шаръ бѣлый будетъ вы-
нутъ изъ второй урны, равна, въ свою очередь, $\frac{\nu_2}{\mu} \cdot \frac{n_2}{m_2}$ и т. д. Искомая же вѣроятность, что вынется шаръ бѣлый изъ любой урны, равная суммѣ всѣхъ этихъ вѣроятностей, равняется

$$\frac{\nu_1}{\mu} \cdot \frac{n_1}{m_1} + \frac{\nu_2}{\mu} \cdot \frac{n_2}{m_2} + \frac{\nu_3}{\mu} \cdot \frac{n_3}{m_3} + \dots + \frac{\nu_s}{\mu} \cdot \frac{n_s}{m_s}.$$

III.

Въ случаѣ множественности слѣдствій характеристикою связи причины со слѣдствіемъ служитъ математическая вѣроятность. Примѣнительно къ этому случаю и конструируется самое понятіе вѣроятности. Но множественностью слѣдствій особенности „свободной“ причинной связи, уловлять которую призваны статистическіе методы, не исчерпываются: наряду съ множественностью слѣдствій статистическіе приемы номографическаго анализа должны также считаться съ множественностью причинъ. Необходимо, слѣдовательно, найти такую характеристику связи причины съ дѣйствіемъ, которая пригодна для случая, когда одно дѣйствіе имѣетъ нѣсколько разныхъ причинъ. Математическая вѣроятность принимаетъ на себя и эту функцію. Никакихъ новыхъ характеристикъ случай множественности причинъ не требуетъ.

Множественность причинъ возникаетъ, какъ мы знаемъ, если сравнительно сложная причина приводится въ связь съ болѣе простымъ дѣйствіемъ. Если ищется связь между явленіемъ E , слагающимся изъ элементарныхъ слѣдствій $\alpha' + \beta'$, и причиною F_1 , слагающеюся изъ элементарныхъ причинъ $\alpha + \beta + \lambda$, то помимо F_1 у E могутъ оказаться и другія причины, которыя всѣ будутъ сходны между собою въ томъ, что въ нихъ входятъ элементарныя причины α и β , но будутъ отличаться отъ F_1 и другъ отъ друга присутствіемъ, вмѣсто λ , иныхъ элементовъ— μ , дающаго въ сочетаніи съ $\alpha + \beta$ явленіе F_2 ; ν , дающаго съ $\alpha + \beta$ явленіе F_3 и т. д. Съ подысканія характеристики связи для явленій такого типа и представлялось бы наиболѣе естественнымъ начать анализъ случая множественности причинъ, чтобы затѣмъ уже перейти къ болѣе общему случаю свободной причинной связи,—тому, когда на лицо какъ множественность причинъ, такъ и множественность слѣдствій. Подобный ходъ разсужденія увлекъ бы насъ, однако, на путь, плохо проторенный. Возникнувъ на почвѣ множественности дѣйствій, теорія вѣроятностей не упускаетъ множественности дѣйствій изъ вида

и тогда, когда приступаетъ къ изученію множественности причинъ. Въмѣсто того, чтобъ начинать съ того случая, когда явленіе E имѣетъ n разныхъ причинъ $F_1, F_2, F_3 \dots F_n$, но каждая изъ этихъ n причинъ имѣетъ лишь одно слѣдствіе E , она сразу вводитъ предположеніе, что m явленій $E_1, E_2, \dots E_m$ имѣютъ каждое n разныхъ причинъ $F_1, F_2 \dots F_n$, а каждая изъ числа этихъ n причинъ $F_1, F_2 \dots F_n$, имѣетъ m разныхъ слѣдствій $E_1, E_2 \dots E_m$. Въ нашей структурной схемѣ такого рода отношенія между событіями возникаютъ, если слѣдствіе E_1 слагается изъ элементовъ $\alpha' + \varphi'$, слѣдствіе $E_2 = \alpha' + \zeta'$, $E_3 = \alpha' + \psi'$ $E_m = \alpha' + \omega'$, а причины $F_1 = \alpha + \lambda$, $F_2 = \alpha + \mu$, $F_3 = \alpha + \nu$, $F_n = \alpha + \sigma$.

Чтобъ не усложнять задачи введеніемъ непривычныхъ примѣровъ, удобнѣе и намъ придерживаться традиціоннаго способа изложенія и начать анализъ со случая, когда m разныхъ дѣйствій и n разныхъ причинъ стоятъ между собою въ такомъ соотношеніи, что каждое изъ числа дѣйствій можетъ слѣдовать за любой причиною и каждая причина можетъ предшествовать любому изъ числа дѣйствій. При этомъ весьма существенно отмѣтить, что соотношенія подобнаго типа неизмѣнно предполагаютъ наличность въ составѣ всѣхъ n причинъ нѣкотораго комплекса обстоятельствъ, общаго имъ всѣмъ,—въ нашей схемѣ элемента α . Въ зависимости отъ того, присоединится ли къ причинѣ α элементарная причина λ или элементарная причина μ или ν или σ , будетъ имѣть мѣсто или F_1 или F_2 или F_3 или F_n , а въ зависимости отъ того, присоединится ли къ α сверхъ того еще φ или ζ или ψ или ω , за этою причиною послѣдуетъ или E_1 или E_2 или E_3 или E_m .

Передъ нами двѣ урны; въ одной только бѣлые шары, въ другой только черные. Подбрасываніе монеты рѣшаетъ, изъ какой урны извлекать шаръ: если выпадетъ орелъ, то изъ первой; если выпадетъ рѣшетка,—изъ второй. Лицо, подбрасывающее монету, беретъ, не сообщая, орломъ или рѣшеткою выпала монета, соответствующую урну и вынимаетъ шаръ. Вынутый шаръ оказывается бѣлымъ. Мы увѣренно заключаемъ: при подбрасываніи монеты выпалъ орелъ и шаръ вынимался изъ первой урны. Увѣренность наша по-

коится на томъ фактѣ, что бѣлые шары только и были въ первой урнѣ. Изъ двухъ альтернативъ—извлеченія шара изъ первой и извлеченія его изъ второй урны—вторая отпадаетъ, разъ оказывается, что вынуть шаръ бѣлый. Данное слѣдствіе—появленіе бѣлаго шара—связано въ такихъ условіяхъ неразрывно съ выниманіемъ шара изъ первой урны. Предположимъ, съ другой стороны, что какъ въ первой, такъ и во второй урнѣ есть шары того и другого цвѣта: въ первой урнѣ лежитъ, напримѣръ, три бѣлыхъ шара и одинъ черный, а во второй одинъ бѣлый шаръ и три черныхъ. Лицо, подбрасывающее монету, беретъ указанную монетой урну и вынимаетъ шаръ. Шаръ, какъ и ранѣе, называется бѣлымъ. Теперь мы уже не можемъ утверждать, что, разъ шаръ бѣлый, то вынуть онъ изъ первой урны. Въ этихъ условіяхъ бѣлый шаръ можетъ вынуться и изъ первой и изъ второй урны. Наше слѣдствіе—появленіе бѣлаго шара—можетъ слѣдовать за двумя разными комплексами обстоятельствъ—за выпаденіемъ орла и сопровождающимъ его извлеченіемъ шара изъ первой урны такъ же, какъ за выпаденіемъ рѣшетки и связаннымъ съ нимъ извлеченіемъ шара изъ второй урны. Возможныхъ причинъ двѣ, но дѣйствіе не стоитъ къ обѣимъ въ одинаковомъ отношеніи: то обстоятельство, что въ первой урнѣ численно перевѣшиваютъ бѣлые шары, а во второй черные, вноситъ бросающееся въ глаза различіе въ характеръ связи дѣйствія съ тою и съ другою изъ числа его возможныхъ причинъ. Какъ же ближе характеризовать эту связь? На помощь опять приходитъ математическая вѣроятность. Возможность использовать понятіе вѣроятности въ этихъ цѣляхъ Czuber обнаруживаетъ путемъ слѣдующаго разсужденія ¹⁾).

Пусть передъ нами урна съ четырьмя бѣлыми шарами, изъ которыхъ три помѣчены № 1, а одинъ носитъ № 2. Вѣроятность вынуть изъ этой урны шаръ за № 1 равна $\frac{3}{4}$. Предположимъ, что въ этой урнѣ, кромѣ бѣлыхъ шаровъ, лежатъ также черные. Вѣроятность среди бѣлыхъ шаровъ попасть на шаръ за № 1 величины своей отъ этого не мѣ-

¹⁾ Ср. Czuber, W-rechnung, I, S. 171—173.

няеть; согласно нашимъ опредѣленіямъ, условная вѣроятность попасть на шаръ за № 1 въ предположеніи, что вынулся шаръ бѣлый, остается равною $\frac{3}{4}$, сколько бы черныхъ шаровъ въ урнѣ ни было. Пусть въ урнѣ черныхъ шаровъ, какъ и бѣлыхъ, четыре, и три изъ нихъ носятъ № 2, а одинъ помѣченъ № 1. Въ постановкѣ задачи ничто не перемѣнится, если мы вмѣсто того, чтобы держать эти восемь шаровъ въ одной урнѣ, рассылемъ ихъ поровну въ двѣ урны: необходимо лишь обезпечить, чтобы рука запускаясь въ ту или другую изъ этихъ двухъ урнъ не по какимъ-либо особымъ соображеніямъ, а столь же независимо отъ характера урны и цвѣта лежащихъ въ ней шаровъ, какъ при движеніи руки внутри урны. Если этого достигъ, если, на примѣръ, руководствоваться при выборѣ урны результатами подбрасыванія монеты, то совершенно безразлично, лежатъ ли шары, распредѣлившіеся послѣ перетряхиванія урны опредѣленнымъ образомъ, въ одной оболочкѣ или въ двухъ; всѣ восемь разныхъ статочностей и при той и при другой постановкѣ опыта остаются одинаково равновозможными, и, какъ бы мы ни распредѣляли наши восемь шаровъ по урнамъ, условная вѣроятность попасть на № 1 въ предположеніи, что вынулся бѣлый шаръ, будетъ оставаться равною $\frac{3}{4}$. Распредѣлимъ же шары такъ, чтобы въ первую урну пошли всѣ шары за № 1,—въ томъ числѣ три бѣлыхъ и одинъ черный,—а во вторую урну шары за № 2. Условная вѣроятность попасть на № 1 въ предположеніи, что вынулся бѣлый шаръ, продолжаетъ быть равна $\frac{3}{4}$. Но теперь передъ нами уже наша первоначальная задача: шаръ за № 1—это шаръ, вынутый изъ первой урны, и вѣроятность въ $\frac{3}{4}$ характеризуетъ намъ, слѣдовательно, въ условіяхъ поставленной задачи связь появленія бѣлаго шара съ одною изъ двухъ его возможныхъ причинъ: съ выниманіемъ шара изъ первой урны.

Возвращаясь отъ этого частнаго примѣра къ общей схемѣ, мы видимъ, что характеристикою связи слѣдствія E_1 съ каждою изъ числа n его различныхъ причинъ $F_1, K_2 \dots F_n$ могутъ служить условныя вѣроятности этихъ причинъ въ предположеніи, что къ причинѣ α присоединяется явленіе E_1 . Ранѣе, считаясь лишь съ множественностью дѣйствій,

мы пришли къ тому, что, въ условіяхъ разсматриваемой задачи слѣдуетъ различать три группы вѣроятностей: 1) вѣроятности—въ числѣ n —явленій $F_1, F_2 \dots F_n$, опредѣляемая отношеніемъ ко всему числу равновозможныхъ статочностей, намѣчающихся при общихъ причинахъ α , того числа ихъ, которое благопріятно присоединенію къ α элемента λ для F_1 , μ для F_2 и т. д.; 2) условныя вѣроятности—въ числѣ $m \cdot n$ —каждаго изъ явленій $E_1, E_2 \dots E_m$ въ предположеніи, что осуществилось то или другое изъ явленій $F_1, F_2 \dots F_n$ —вѣроятности, опредѣляемые, на примѣръ, для явленій E_1 и F_1 отношеніемъ ко всему числу равновозможныхъ статочностей, намѣчающихся при общихъ причинахъ $\alpha + \lambda$, того числа ихъ, которое благопріятно присоединенію φ къ $\alpha + \lambda$; 3) вѣроятности—въ числѣ m —явленій $E_1, E_2, \dots E_m$, опредѣляемая отношеніемъ ко всему числу равновозможныхъ статочностей при общихъ причинахъ α того ихъ числа, которое благопріятно присоединенію къ α элемента φ для явленія E_1 , χ для явленія E_2 и т. д. Теперь мы видимъ, что исчерпать всѣ отношенія, существующія между явленіями $E_1, E_2 \dots E_m$, съ одной стороны, и $F_1, F_2 \dots F_n$, съ другой, мы можемъ лишь, присоединяя къ этимъ тремъ группамъ вѣроятностей еще четвертую: 4) условныя вѣроятности—въ числѣ $m \cdot n$ —явленій $E_1, E_2 \dots E_m$, въ предположеніи, что осуществилось то или другое изъ явленій $E_1, E_2 \dots E_m$.

Эти $m \cdot n$ вѣроятностей четвертой группы могутъ быть вычисляемы, какъ и всѣ остальные выдѣленные нами $n + m \cdot n + m$ вѣроятностей, путемъ перече́та статочностей. Но путь счета статочностей, какъ мы знаемъ, громоздокъ, и предпочтительно поэтому замѣнить его вычисленіемъ искомымъ вѣроятностей по вѣроятностямъ извѣстнымъ. Подобно тому, какъ, опираясь на правило сложенія и правило умноженія вѣроятностей, можно m вѣроятностей третьей группы выразить черезъ $n + m \cdot n$ вѣроятностей первыхъ двухъ группъ, такъ же точно можно свести къ тѣмъ же $n + m \cdot n$ вѣроятностямъ и интересующія насъ сейчасъ $m \cdot n$ вѣроятностей четвертой группы. Найденное выше значеніе $\frac{3}{4}$ для вѣроятности, характеризующей связь появленія бѣлаго шара съ выниманіемъ шара изъ первой урны, зависитъ,

напримѣръ, отъ вѣроятностей: 1) что придется вынимать шаръ изъ первой урны ($\frac{1}{2}$) и что придется вынимать его изъ второй урны (также $\frac{1}{2}$) и 2) отъ условныхъ вѣроятностей, что вынется бѣлый шаръ при извлеченіи изъ первой урны ($\frac{3}{4}$) и что вынется бѣлый шаръ при извлеченіи изъ второй урны ($\frac{1}{4}$). Но какъ оно связано съ значеніями этихъ четырехъ вѣроятностей? На этотъ вопросъ отвѣчаетъ пресловутая теорема Bayes, англійскаго математика, предложившаго въ 1764 году общій пріемъ рѣшенія этой задачи ¹⁾.

Предположимъ, что общее число равновозможныхъ несовмѣстныхъ статочностей, намѣчающихся при причинахъ a , равняется a , а изъ числа ихъ c_1 благоприятны явленію F_1 , c_2 благоприятны F_2 , c_3 благоприятны F_3 и т. д.; c_n благоприятны F_n ; вѣроятности явленій $F_1, F_2, F_3 \dots F_n$ равны, слѣдовательно, $\frac{c_1}{a} = p_1, \frac{c_2}{a} = p_2, \frac{c_3}{a} = p_3, \dots \frac{c_n}{a} = p_n$. Пусть, далѣе, изъ числа c_1 статочностей, благоприятныхъ F_1 , c'_1 благоприятствуютъ явленію E_1 , такъ что условная вѣроятность E_1 въ предположеніи, что F_1 имѣло мѣсто, — ее мы обозначимъ черезъ p'_1 — измѣряется отношеніемъ $\frac{c'_1}{c_1}$; пусть изъ c_2 статочностей, благоприятныхъ F_2 , c'_2 благоприятны E_1 , и условная вѣроятность E_1 въ предположеніи, что имѣло мѣсто F_2 , — p'_2 — равняется $\frac{c'_2}{c_2}$ и т. д. вплоть до явленія F_n , изъ числа статочностей благоприятныхъ которому c'_n благоприятствуютъ E_1 , такъ что условная вѣроятность E_1 въ предположеніи, что имѣло мѣсто F_n , равняется $\frac{c'_n}{c_n} = p'_n$. Всего статочностей, благоприятныхъ E_1 , насчитывается, слѣдовательно, $c'_1 + c'_2 + \dots + c'_n$. Если мы теперь къ причинѣ a присоединимъ дополнительное усло-

¹⁾ Ср. Czuber, W-rechnung, I, S. 171. („Die Ableitung soll an schematischen Problemen vorgenommen werden um deutlich erkennen zu lassen, dass sie keiner neuen Principien bedarf und lediglich auf der Wahrscheinlichkeitsdefinition beruht“) и Hausdorff, Beiträge zur W-rechnung, S. 159 — 161 („Die Bayessche Regel ist kein besonderes „Princip“; sie bleibt durchaus innerhalb des einmal gezogenen Gedankenkreises“ и представляетъ изъ себя „nichts als eine elementare Folgerung aus den allerersten Grundbegriffen“), взгляды которыхъ на теорему Bayes'a я вполне раздѣляю; ср. Broggi, Die Axiome, S. 28.

вѣе, что явленіе E_1 имѣло мѣсто, то этимъ будутъ исклю-
чены всѣ комбинаціи обстоятельствъ, несопряженные съ осу-
ществленіемъ E_1 ¹⁾, и число подлежащихъ учету статочно-
стей сведется къ $c_1' + c_2' + \dots + c_n'$. Изъ нихъ явленію
 F_1 благоприятны c_1' ; слѣдовательно, условная вѣроят-
ность F_1 въ предположеніи, что E_1 имѣло мѣсто, равняется

$\frac{c_1'}{c_1' + c_2' + \dots + c_n'}$. Сходнымъ образомъ мы находимъ,

что условная вѣроятность F_2 въ предположеніи, что E_1 имѣло
мѣсто, равняется $\frac{c_2'}{c_1' + c_2' + \dots + c_n'}$; что условная вѣ-

роятность F_3 въ предположеніи, что E_1 имѣло мѣсто, рав-
няется $\frac{c_3'}{c_1' + c_2' + \dots + c_n'}$; и т. д. вплоть до F_n , ус-

ловная вѣроятность котораго въ предположеніи, что E_1
имѣло мѣсто, равняется $\frac{c_n'}{c_1' + c_2' + \dots + c_n'}$. Раздѣляя во

всѣхъ полученныхъ дробяхъ числителя и знаменателя на a и
замѣчая, что $\frac{c_1'}{a} = \frac{c_1'}{c_1} \cdot \frac{c_1}{a} = p_1' p_1$, что $\frac{c_2'}{a} = \frac{c_2'}{c_2} \cdot \frac{c_2}{a} = p_2' p_2$, и т. д.

вплоть до $\frac{c_n'}{a}$, которое равно $p_n' p_n$, мы можемъ выразить

искомыя вѣроятности уже не черезъ числа статочностей, а че-
резъ извѣстныя намъ вѣроятности $p_1, p_2, \dots, p_n; p_1', p_2' \dots, p_n'$.

Для величины, характеризующей собою связь E_1 съ при-
чиною F_1 , мы получимъ при этомъ $\frac{p_1 p_1'}{p_1 p_1' + p_2 p_2' + \dots + p_n p_n'}$;

для характеристики связи E_1 съ F_2 мы получимъ значеніе
 $\frac{p_2 p_2'}{p_1 p_1' + p_2 p_2' + \dots + p_n p_n'}$; и т. д. Отсюда общее правило:

въ случаѣ множественности причинъ и дѣйствій условная
вѣроятность, характеризующая связь даннаго дѣйствія съ
какою-либо изъ числа его причинъ, измѣряется отношеніемъ
произведенія вѣроятности этой причины на условную вѣ-
роятность разсматриваемаго дѣйствія въ предположеніи, что
данная причина имѣла мѣсто, къ суммѣ подобныхъ произ-
веденій, взятой для всѣхъ различныхъ причинъ разсматри-
ваемаго дѣйствія. Вѣроятность, что въ условіяхъ выше разо-
бранной задачи бѣлый шаръ вынулся изъ первой урны, мы

1) Ср. А. Марковъ, Исчисленіе вѣроятностей, стр. 9.

находимъ, умножая $1/2$ —вѣроятность, что шаръ будетъ выниматься изъ первой урны,—на $3/4$ —условную вѣроятность, что при извлеченіи изъ первой урны вынется бѣлый шаръ,—и раздѣляя полученное произведеніе на сумму $1/2 \cdot 3/4$ и $1/2 \cdot 1/4$ — аналогичнаго произведенія для альтернативы извлеченія шара изъ второй урны. Она равняется, слѣдовательно, $\frac{1/2 \cdot 3/4}{1/2 \cdot 3/4 + 1/2 \cdot 1/4} = \frac{3/8}{4/8} = 3/4$ какъ мы нашли и ранѣе путемъ прямого перечеа статочностей.

Въ случаѣ, если причины F_1, F_2, \dots, F_n между собою равновѣроятны, т.-е. $p_1 = p_2 = \dots = p_n = p$, выраженіе для искомой характеристики связи слѣдствія E_1 съ каждою изъ числа его возможныхъ причинъ замѣтно упрощается. Мы можемъ сократить дроби на p ; это дастъ для вѣроятности, характеризующей связь E_1 съ F_1 , выраженіе $\frac{p_1'}{p_1' + p_2' + \dots + p_n'}$; для связи E_1 съ F_2 характеристика окажется равною $\frac{p_2'}{p_1' + p_2' + \dots + p_n'}$; и т. д. Другими словами: вѣроятность, характеризующая собою связь дѣйствія съ каждою изъ числа его различныхъ причинъ, измѣняется въ такихъ условіяхъ отношеніемъ условной вѣроятности даннаго дѣйствія въ предположеніи, что эта причина имѣла мѣсто, къ суммѣ подобныхъ вѣроятностей, взятой для всѣхъ причинъ.

Это выраженіе для характеристики связи слѣдствія съ различными его причинами своею обманчивой простотою неоднократно вводило изслѣдователей въ искушеніе. Въ него не входятъ вѣроятности причинъ $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$. Отсутствуютъ онѣ, какъ мы видѣли, потому, что, будучи между собою равными, могутъ быть вынесены въ знаменателѣ дроби за скобку и затѣмъ сокращены. Но сократить на нихъ дробь можно лишь въ томъ случаѣ, если извѣстно, что онѣ равны. Только въ этомъ предположеніи упрощенная формула и имѣетъ смыслъ. Между тѣмъ ее иногда пытаются примѣнять и въ томъ случаѣ, когда относительно величины вѣроятностей $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ ничего не извѣстно. Естественно, что это порою приводитъ къ нелѣпѣйшимъ противорѣчіямъ. Въ нашемъ примѣрѣ съ урнами мы

могли бы вычислять искомую вѣроятность по упрощенной формулѣ, такъ какъ вѣроятность, что шаръ придется вынимать изъ первой урны, и вѣроятность, что его придется вынимать изъ второй урны, между собою равны. Отношеніе $\frac{3}{4}$ къ суммѣ $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{4}$ и дастъ намъ опять ту же величину $\frac{3}{4}$, къ которой мы приходили ранѣе иными путями. Но если бы вѣроятность, что шаръ будетъ выниматься изъ первой урны, и вѣроятность, что онъ будетъ выниматься изъ второй урны, не были между собою равны, а первая равнялась, напри- мѣръ, $\frac{1}{3}$, тогда какъ вторая была бы равна $\frac{2}{3}$, то, вычисляя, какъ должно, мы пришли бы къ значенію искомой характери- стики $\frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{3}{5}$; упрощенная же формула продолжала бы давать $\frac{3}{4}$. Будемъ ли мы дивиться такому расхожденію результатовъ вычисленій? Ясно, что противорѣчія здѣсь такъ же мало, какъ между тѣмъ, что дважды два равно че- тыремъ, а дважды три равно шести. На вопросъ, какъ велика вѣроятность, что бѣлый шаръ вынулся изъ первой урны, мы даемъ опредѣленный отвѣтъ, если знаемъ, что вѣроятность попасть при выниманіи шара на первую урну и вѣроятность попасть на вторую урну равны между собою. Мы даемъ на него иной, но столь же опредѣленный отвѣтъ и въ томъ случаѣ, когда эти вѣроятности не равны, если знаемъ, какъ велики эти вѣроятности: если первая равна $\frac{1}{3}$, а вторая $\frac{2}{3}$, то искомая вѣроятность равняется $\frac{3}{5}$. Но если мы, зная, что вѣроятности между собою неравны, не знаемъ, какъ онѣ велики, то опредѣленнаго отвѣта дано быть уже не можетъ. Если же мы не знаемъ даже того, равны ли онѣ между собою или нѣтъ, то и подавно объ опредѣленномъ отвѣтѣ не приходится мечтать. Les formules ne donnent que ce qu'on y a mis—повторимъ еще разъ слова Пуансо: если въ формулы намъ нечего вложить, то не на формулы при- ходится пенять за то, что нечего изъ нихъ извлечь. Подоб- ныхъ трюизмовъ, казалось бы, можно и не повторять. Къ нимъ, приходится, однако, возвращаться, такъ какъ непони- маніе того, что и теорія вѣроятностей не въ состояніи при- водить къ опредѣленнымъ выводамъ, если не исходить изъ

опредѣленныхъ заданий ¹⁾, играло въ исторіи теоріи вѣроятностей крайне печальную роль. Въ частности злоупотребленія упрощенною формулою Bayes'a лежатъ въ корнѣ цѣлаго ряда нелѣпыхъ методологическихъ построеній, опирающихся якобы на авторитетъ математической теоріи вѣроятностей и своимъ очевиднымъ противорѣчіемъ здравому смыслу компрометирующихъ теорію вѣроятностей въ глазахъ логиковъ-нематематиковъ.

IV.

Въ понятіи математической вѣроятности мы находимъ численно опредѣленную характеристику связи причины со слѣдствіемъ для случая множественности причинъ и слѣдствій. Что мы выигрываемъ, вводя въ кругъ нашихъ приѣмовъ работы этотъ способъ тѣснѣе опредѣлять характеръ связи между причиной и слѣдствіемъ? На первый взглядъ, вычисленіе вѣроятностей мало подвигаетъ насъ на пути номографическаго изслѣдованія. Чтобъ найти численное значеніе вѣроятности, надо предварительно установить систему равновозможныхъ несовмѣстныхъ статочностей. Для этого, какъ мы видѣли, необходимо исчерпывающе полно знать всѣ обстоятельства, вліяющія на ходъ изучаемыхъ явленій. Вѣроятность не раскрываетъ намъ, такимъ образомъ, никакихъ новыхъ, дотолѣ невѣдомыхъ причинныхъ соотношеній между явленіями, а лишь вкратцѣ резюмируетъ то, что намъ и безъ нея извѣстно. Когда мы говоримъ: „вѣроятность орла равна $\frac{1}{2}$ “, это означаетъ, что, какъ мы доподлинно знаемъ, монета отчеканена правильно. Когда мы говоримъ: „вѣроятность очка шесть больше одной шестой“, это

¹⁾ Ср. *Bruns*, W-rechnung und K-lehre, S. 240: „Aus einem Nichtwissen lässt sich kein Wissen erzeugen,—über diesen Satz hilft keine Kunst der Wahrscheinlichkeitsrechnung hinweg“; см. также *Hausdorff*, Beiträge, S. 161. При этомъ слѣдуетъ, однако, имѣть въ виду, что для полученія отвѣта нѣтъ необходимости непременно располагать знаніемъ точной величины вѣроятностей причинъ: въ извѣстныхъ условіяхъ (ср. *Poincaré*, Calcul des probabilités, p. 126—130; *Réflexions*, p. 265—268; *Borel*, Eléments, chapitre VIII) и знаніе, менѣе полное, можетъ приводить къ достаточно опредѣленному рѣшенію.

означаетъ, что, какъ намъ извѣстно, кость построена неправильно и центръ тяжести ея лежитъ дальше отъ той грани, на которой изображено б, нежели отъ противоположной. Въ системѣ приемовъ научной работы такія краткія выраженія для сложной совокупности данныхъ имѣютъ свою цѣну, и понятіе математической вѣроятности, подобно понятію центра тяжести, не утрачивало бы права на существованіе даже въ томъ случаѣ, если бы мы дальше и не шли въ его использованіи. Но не этому удобству концентраціи матеріала обязана математическая вѣроятность тою выдающеюся ролью, которую она играетъ въ методологіи номографическаго изслѣдованія. Ея логическія функціи покоятся главнѣйше на возможности устанавливать численныя значенія вѣроятностей путемъ не умозрительнымъ, а эмпирическимъ, — безъ предварительнаго исчерпывающаго знакомства съ взаимоотношеніями между интересующими насъ причинами и слѣдствіями, на почвѣ статистическаго учета частостей явленій. Свое методологическое оправданіе понятіе вѣроятности находитъ въ той тѣсной связи между математическими вѣроятностями явленій и ихъ эмпирическими частостями, которая устанавливается знаменитымъ „закономъ большихъ чиселъ“.

Въ закрытой урнѣ лежитъ 25 бѣлыхъ и 75 черныхъ шаровъ. Шары всѣ одинаковаго радиуса, одинаковаго вѣса и т. д. — словомъ, соблюдены всѣ условія равновозможности статочностей, состоящихъ въ извлеченіи перваго, второго и т. д. шара. Вѣроятность вынуть изъ урны бѣлый шаръ равна, слѣдовательно, $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; вѣроятность вынуть черный шаръ равна $\frac{3}{4}$. Изъ урны вынимается одинъ шаръ; цвѣтъ шара записывается, и шаръ бросается обратно въ урну. Послѣ перетряхиванія, обезпечивающаго независимость появленія шаровъ бѣлаго и чернаго цвѣта при новомъ извлеченіи отъ того, какой шаръ вынулъ при предшествующемъ (см. выше, стр. 185), вынимается вновь одинъ шаръ; цвѣтъ шара записывается, шаръ бросается назадъ въ урну, и опытъ повторяется тысячу разъ. Среди тысячи вынутыхъ изъ урны шаровъ, цвѣтъ которыхъ отмѣченъ, часть будетъ бѣлаго и часть чернаго цвѣта. Какъ велико будетъ число тѣхъ и другихъ? Законъ большихъ чиселъ утверждаетъ, что бѣ-

лыхъ будетъ около 250, а черныхъ около 750, такъ что частости появленія шаровъ того и другого цвѣта ($\frac{250}{1000}$ и $\frac{750}{1000}$) будутъ приблизительно равны вѣроятностямъ извлеченія бѣлаго и чернаго шара ($\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{4}$).

Придавая той же мысли болѣе общую формулировку, вернемся къ нашей привычной схемѣ. Причина A имѣетъ k различныхъ слѣдствій $A'_1, A'_2 \dots A'_k$. Такого рода связь возникаетъ, какъ мы знаемъ, въ томъ случаѣ, когда причина менѣе сложна, нежели разсматриваемыя слѣдствія: если A распадается на элементы $\alpha + \beta$, то слѣдствія должны представлять изъ себя комплексы явленій, въ которые кромѣ α' и β' входятъ также иныя слагающія, такъ что A'_1 равняется, на примѣръ, $\alpha' + \beta' + \gamma'$, $A'_2 = \alpha' + \beta' + \delta'$, $A'_3 = \alpha' + \beta' + \epsilon'$ и т. д. Для того, чтобы вычислить вѣроятности, характеризующія связь A съ A'_1, A'_2 и т. д., намъ надо на основаніи знанія взаимоотношеній между α и β , съ одной стороны, и $\gamma, \delta, \epsilon \dots$, съ другой, установить систему равновозможныхъ несовмѣстныхъ статочностей и затѣмъ подсчитать какъ все число статочностей, такъ и числа тѣхъ изъ нихъ, которыя благопріятствуютъ отдѣльнымъ слѣдствіямъ: пусть все число статочностей равняется m ; число статочностей, благопріятныхъ A'_1 , равняется n_1 ; число статочностей, благопріятныхъ A'_2 , равняется n_2 и т. д. Вѣроятность A'_1 будетъ, слѣдовательно, равна $\frac{n_1}{m}$, вѣроятность A'_2 равна $\frac{n_2}{m}$ и т. д. Предположимъ теперь, что мы подвергаемъ разсмотрѣнію длинный рядъ такихъ явленій, которыя всѣ стоятъ подъ дѣйствіемъ причинъ $\alpha + \beta$. Въ этомъ ряду будутъ встрѣчаться различныя явленія изъ цикла k разныхъ слѣдствій A , такъ какъ „общія“, какъ мы ихъ будемъ называть, причины α и β , остающіяся неизмѣнными во всѣхъ случаяхъ, не опредѣляютъ собою слѣдствія; смотря по тому, какая группа „индивидуальныхъ“ причинъ ¹⁾, мѣняющихся отъ одного разсмат-

1) Въ такой формулировкѣ классификація причинъ на общія и индивидуальныя свободна отъ тѣхъ противорѣчій, которыя отбѣняетъ Кнаппъ въ своихъ возраженіяхъ противъ классификаціи причинъ Кетле (см. *Knaapp, Quetelet als Theoretiker*, S. 112—115). Принадлежность къ той или другой категоріи опредѣляется не свойствами самихъ причинъ, а тою связью, въ

риваемаго случая къ другому, къ нимъ присоединится, онѣ могутъ повлечь за собою и A'_1 и A'_2 и A'_k . Сколько разъ повторится въ нашемъ ряду то или другое изъ явленій $A'_1, A'_2 \dots A'_k$? Если мы составляемъ рядъ совершенно свободно по собственному произволу, это, очевидно, непосредственно зависитъ отъ нашего усмотрѣнія: захотимъ, и включимъ въ рядъ только тѣ, а не иныя изъ слѣдствій A ; смотря по произволению, мы можемъ отобрать или одни A'_1 или A'_1 и A'_2 въ любой пропорціи. Допустимъ, однако, что отбора не производится. Пусть опытъ поставленъ такъ, что въ строгости соблюдены всѣ условія, обезпечивающія равновозможность статочностей (см. выше, стр. 184). Казалось бы, что при подобныхъ обстоятельствахъ нѣтъ способа предугадать, въ какомъ числѣ „слѣпой случай“ включить событія $A'_1, A'_2 \dots A'_k$ въ рассматриваемый рядъ. Долгое время такъ, дѣйствительно, и думали. Законъ большихъ чиселъ, мысль о которомъ впервые блеснула на склонѣ XVII вѣка знаменитому математику Якову Бернулли, утверждаетъ, напротивъ, что при такой постановкѣ опыта можно съ значительною степенью точности—большею или меньшею, смотря по длинѣ ряда—предсказать числа повтореній различныхъ слѣдствій причины A : именно, если рядъ охватываетъ не слишкомъ мало испытаній, то частоты $A'_1, A'_2 \dots A'_k$ установятся приблизительно равными ихъ вѣроятностямъ $\frac{n_1}{m}, \frac{n_2}{m} \dots \frac{n_k}{m}$, и степень близости частостей къ вѣроятностямъ будетъ тѣмъ выше, чѣмъ больше включено испытаній въ рассматриваемый рядъ,—основаніе, по которому законъ большихъ чиселъ и получилъ свое наименованіе.

Къ выводу этого „закона большихъ чиселъ“ можно итти разными путями. Всего естественнѣе, казалось бы, обосновывать его на соображеніяхъ чисто логическаго характера. Къ сожалѣнію, предложенныя доселѣ доказательства такого рода не отличаются полною строгостью. Тѣмъ не менѣе,

какой онѣ рассматриваются: смотря по постановкѣ изслѣдованія одно и то же явленіе можетъ отойти и въ группу причинъ общихъ, и въ группу причинъ индивидуальныхъ.

они не лишены значенія и, въ виду первостепенной важности закона большихъ чиселъ для обоснованія теоріи статистики, я приведу обычную схему вывода ¹⁾.

Въ закрытой урнѣ лежитъ три шара, различающихся только цвѣтомъ, во всѣхъ же прочихъ отношеніяхъ совершенно одинаковыхъ: два изъ этихъ шаровъ бѣлые, одинъ черный. Мы опускаемъ въ урну руку и вынимаемъ одинъ изъ трехъ шаровъ. Какой шаръ вынется, зависитъ отъ того, какъ въ данную минуту распредѣлены шары въ урнѣ и какъ двинется наша рука. Замѣтивъ цвѣтъ вынутаго шара, мы опускаемъ его назадъ въ урну; послѣ этого перемѣшиваемъ шары и вынимаемъ снова одинъ изъ нихъ. Что это будетъ за шаръ, опредѣлится опять сочетаніемъ—на этотъ разъ уже иного—расположенія шаровъ въ урнѣ съ движеніемъ руки—въ свою очередь, также отличнымъ отъ прежняго. И такъ далѣе: при каждомъ новомъ извлеченіи будетъ появляться тотъ или другой шаръ; что это будетъ за шаръ, будетъ всякій разъ опредѣляться присоединеніемъ къ неизмѣннымъ общимъ причинамъ—закрытая урна съ тремя опредѣленнаго свойства шарами въ ней—того или иного расположения шаровъ въ урнѣ и того или иного движенія руки. Но, въ силу того обстоятельства, что шары различаются другъ отъ друга только цвѣтомъ, во всемъ же остальномъ схожи, они стоятъ въ совершенно одинаковомъ отношеніи и къ тѣмъ условіямъ, которыя опредѣляютъ собою размѣщеніе шаровъ въ урнѣ, и къ тѣмъ, которыя вліяютъ на движеніе руки. Будь одинъ шаръ тяжелѣе другихъ, онъ падалъ бы при перемѣшиваніи книзу; будь одинъ шаръ пріятнѣе другихъ на ошупь, мы либо брали бы рукою преимущественно его, либо, напротивъ, зная за собою эту слабость, старались его избѣгать. Но ничего подобнаго, по условію, нѣтъ, и при безконечно длинномъ рядѣ извлеченій всѣ наши шары перебиваютъ во всѣхъ положеніяхъ и въ каждомъ изъ нихъ будутъ вынуты всѣми возможными движеніями руки. Мѣняющіяся причины, чѣмъ болѣе мы

¹⁾ Ср., напримѣръ, В. А. Косинскій, О приемахъ научной разработки статистическихъ данныхъ, стр. 9—10.

будемъ брать отдѣльныхъ случаевъ, тѣмъ больше будутъ терять способность вліять на результатъ въ опредѣленномъ смыслѣ: одинъ разъ онѣ сложатся благопріятно для одного шара, а въ слѣдующій разъ будутъ благопріятствовать другому. По мѣрѣ увеличенія числа испытаній онѣ будутъ все болѣе и болѣе стушеываться. Напротивъ, вмѣстѣ съ ростомъ числа испытаній, все съ болѣею мощью будутъ налагать на результатъ свою печать тѣ причины, которыя остаются неизмѣнными: въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ ихъ дѣйствіе маскируется перевѣсомъ присоединяющихся къ нимъ добавочныхъ, индивидуальныхъ причинъ; въ массѣ же случаевъ, въ силу того, что эти добавочныя причины все время безъ всякаго порядка и системы мѣняются, постоянныя причины оказываются единственно-опредѣляющимъ факторомъ и, такъ какъ случаи извлеченія разныхъ шаровъ стоятъ къ нимъ въ одинаковыхъ отношеніяхъ, то каждый шаръ и появится равно часто. „Безконечно большаго числа повтореній, конечно, быть не можетъ; можетъ быть только болѣе или менѣе значительное число повтореній; но чѣмъ больше число повтореній, тѣмъ отношенія между числами появленій (различныхъ) шаровъ должны подходить все ближе и ближе“ къ равенству. „Правильности, которыя мы наблюдаемъ при массовыхъ наблюденіяхъ, являются ничѣмъ инымъ какъ дѣйствіями постоянныхъ причинъ: благодаря большому числу наблюдений, дѣйствія случайныхъ причинъ парализованы или, вѣрнѣе, почти парализованы, и почти во всей силѣ выражается связь наблюдаемаго явленія съ его постоянными неслучайными причинами“ ¹⁾.

Составивъ себѣ, такимъ образомъ, представленіе о томъ, почему при многократномъ повтореніи событій, стоящихъ подъ дѣйствіемъ нѣкоторыхъ неизмѣнныхъ общихъ причинъ, всѣ равновозможныя статочности должны повторяться приблизительно одинаково часто, мы уже безъ труда приходимъ къ выводу, что неравновозможныя дѣйствія общихъ причинъ повторятся въ числахъ разъ, приблизительно пропорціональныхъ ихъ вѣроятностямъ. Величина вѣроятности

¹⁾ Косинскій, О приемахъ научной разработки, стр. 10.

опредѣляется, вѣдь, числомъ благопріятныхъ равновозможныхъ статочностей. Всѣ равновозможныя статочности повторяются приблизительно по равному числу разъ; событіе же, которому благопріятно нѣсколько статочностей, повторится во столько разъ чаще, сколько статочностей ему благопріятствуетъ.

Вотъ въ общихъ чертахъ схема, пользующагося у статистиковъ популярностью вывода закона большихъ чиселъ. Большою строгостью это разсужденіе не отличается. Оно не столько аргументируетъ, сколько иллюстрируетъ: обращая наше вниманіе на характеръ и образъ поведенія причинъ, опредѣляющихъ ходъ разсматриваемыхъ событій, оно апеллируетъ къ инстинкту антропоморфизма; оно рисуетъ намъ картину того, какъ общія причины своей неизмѣнностью и упорствомъ преодолеваютъ мало-по-малу причины индивидуальныя, перекрывающія ихъ въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ, но въ характерѣ своемъ непостоянныя. Капля точитъ камень *pop vi, sed saepe cadendo*,—образъ яркій, но полного доказательства здѣсь, въ сущности, нѣтъ.

Другой способъ вывода закона большихъ чиселъ опирается на сложныя математическія выкладки. Онъ не обладаетъ тою же наглядностью, но позволяетъ предъявить нѣсколько болѣе высокія требованія къ логической конструкціи аргумента и, сверхъ того, даетъ оцѣнку степени приближенія частостей къ вѣроятностямъ. Въ своей канонической формѣ, выработанной Авг. Курно, этотъ выводъ распадается на три части: на двѣ леммы, изъ которыхъ одна носитъ логическій характеръ, а другая представляетъ математическую теорему, и на самое доказательство.

Первая изъ леммъ по своему содержанію тѣсно соприкасается съ изложеннымъ выше выводомъ закона большихъ чиселъ. Статочности равновозможныя повторяются приблизительно равно часто—было тамъ *thema probandum*. Мы это показали, но не доказали. Выводъ закона большихъ чиселъ, предложенный Курно, опирается на менѣе широкую базу: онъ требуетъ лишь доказательства того, что событія, вѣроятности которыхъ очень малы, не будутъ повторяться часто. Въ такой формулировкѣ наличность связи между вѣроятностями событій и числами ихъ повтореній почти не

требуетъ доказательствъ. Мы знаемъ, до чего трудно разыскать въ большой массѣ похожихъ другъ на друга предметовъ тотъ, который, именно, нуженъ. Пусть въ урнѣ лежитъ тысяча бѣлыхъ шаровъ, изъ которыхъ одинъ помѣченъ красной крапинкой. Если мы даже раскроемъ урну и начнемъ разыскивать этотъ шаръ, то сколько немѣченныхъ шаровъ пройдетъ черезъ наши руки, прежде чѣмъ мы нападёмъ на тотъ, который ищемъ. А во сколько разъ розыски затруднятся, если выборъ дѣлается въ темную, въ закрытой урнѣ! „Un jour, à Naples, un homme de la Basilicate, en présence de l'Abbé Galiani, agita trois dés dans un cornet et paria d'amener raflé de six; il l'amena sur le champ. Cette chance est possible, dit-on: l'homme réussit une seconde fois, et l'on répéta la même chose; il remit les dés dans le cornet trois, quatre, cinq fois, et toujours raflé de 6. „Sangue di Vaccò! s'écria l'Abbé, les dés sont pipés!“ et ils l'étaient“¹⁾. Если маловѣроятное событіе повторяется часто, мы, не колеблясь, утверждаемъ, что les dés sont pipés,—что между обстоятельствами эксперимента существуютъ ускользающія отъ насъ связи и статочности, которыя намъ кажутся равновозможными, въ дѣйствительности не равновозможны. Трудно со всею строгостью доказать, что два равновозможныхъ и маловѣроятныхъ событія повторятся одинаковое число разъ, но что ни то, ни другое не будетъ повторяться часто,—это заключеніе вытекаетъ изъ приведенной выше схемы доказательства закона большихъ чиселъ съ достаточною степенью убѣдительности²⁾.

¹⁾ *Diderot* (цитирую по Bertrand, Calcul des probabilités, p. 142): „Однажды въ Неаполѣ какой-то уроженецъ Базиликаты въ присутствіи аббата Галиани встряхнулъ три кости въ стаканчикъ и подержалъ пари, что выброситъ три шестерки; и, дѣйствительно, всѣ три кости выпали шестерками. „Это не невозможно“,—раздались голоса. Нашъ игрокъ съ тѣмъ же успѣхомъ бросилъ кости во второй разъ, и зрители повторили то же самое. Онъ подобралъ кости и бросилъ ихъ въ третій, въ четвертый, въ пятый разъ, и каждый разъ—три шестерки. „Чортъ побери!“—воскликнулъ аббатъ, — „кости фальшивыя!“. И онѣ, дѣйствительно, были фальшивыя“.

²⁾ Ср. *Mansion* (La portée objective, p. 12: „On peut prédire presque à coup sûr le contraire d'un événement très improbable“), полагающаго рѣдкость маловѣроятныхъ событій въ основу вывода закона большихъ чиселъ.

Къ этой первой леммѣ, связывающей малую вѣроятность событій съ ихъ рѣдкостью, присоединяется въ выводѣ Курно вторая лемма математическаго содержанія. Эта вторая лемма можетъ облекаться въ весьма разнообразныя математическія формы, повторяющія въ разныхъ варьянтахъ одну общую мысль: представляется, гласятъ онѣ, крайне маловѣроятнымъ, чтобы въ длинномъ рядѣ событій, стоящихъ подъ дѣйствіемъ нѣкоторыхъ общихъ причинъ, частости разныхъ слѣдствій этихъ причинъ значительно уклонялись отъ ихъ вѣроятностей.

Сопоставляя обѣ леммы, мы и приходимъ къ закону большихъ чиселъ. Мы сперва показываемъ, что малая вѣроятность обуславливаетъ собою рѣдкость. Затѣмъ мы доказываемъ, что сильныя отклоненія частостей событій отъ ихъ вѣроятностей при большомъ числѣ испытаній маловѣроятны. Отсюда вытекаетъ, что подобныя отклоненія встрѣчаются рѣдко, и, какъ правило, частости событій держатся близко къ ихъ вѣроятностямъ.

Для того, чтобы дать себѣ точный отчетъ въ значеніи закона большихъ чиселъ, крайне существенно ясно представлять ту роль, которую играетъ при его выводѣ вторая математическая лемма. Среди математиковъ есть склонность отождествлять ее съ самымъ закономъ большихъ чиселъ. Эта тенденція внесла много излишней путаницы въ пониманіе логическаго характера закона большихъ чиселъ. Всѣ эти математическія построенія, начиная съ первоначальной теоремы Бернулли какъ въ ея математически безхитростныхъ формахъ въ *Arg. coniectandi*, такъ и въ ея элегантномъ нарядѣ у Лапласа, и кончая болѣе общимъ „закономъ большихъ чиселъ“ Пуассона, еще болѣе общемою теоремою Чебышева и, наиболѣе общими изъ всѣхъ, построеніями проф. П. А. Некрасова и Bruns'a, отдѣлены пропастью отъ закона большихъ чиселъ, устанавливающаго связь между вѣроятностями явленій и ихъ частостями ¹⁾. Они пред-

¹⁾ Первымъ обратилъ вниманіе на это обстоятельство Эллисъ, см. *On the foundations of the Theory of Probabilities*, p. 2—3. Ср. *Renouvier, Traité de Logique*, p. 427, 455.

ставляютъ собою лишь теоремы изъ области теории сочетаній. Мало вѣроятно, говорятъ они, чтобы частоты событій и ихъ вѣроятности при большомъ числѣ испытаній сильно различались. Но требуется новая предпосылка—первая лемма, устанавливающая фактъ связи между малою вѣроятностью и рѣдкостью,—для того, чтобы изъ міра вѣроятностей, большихъ или малыхъ, перенестись въ міръ частостей. На этой предпосылкѣ и покоится переходъ отъ математики къ статистикѣ, составляющій содержаніе закона большихъ чиселъ.

Выводъ Курно обрисовываетъ съ полною ясностью логическій характеръ закона большихъ чиселъ. Законъ большихъ чиселъ не представляетъ собою ни математической теоремы, ни самостоятельнаго логическаго принципа, равноцѣннаго закону причинности ¹⁾. Законъ причинности лежитъ въ его основѣ. Говоря о приблизительномъ равенствѣ вѣроятностей событій и ихъ частостей, законъ большихъ чиселъ допускаетъ, что всѣ явленія, входящія въ рядъ, причинно обусловлены. Подобно той вѣроятности, съ которою онъ имѣетъ дѣло, онъ представляетъ синтезъ элементовъ номографическихъ и идиографическихъ. Чисто номографическое, соотношеніе, скрывающее узамы неразрывной связи причину a со слѣдствиемъ a' , можетъ отвлекаться отъ того, гдѣ и когда a имѣетъ мѣсто въ дѣйствительности. Напротивъ того, вѣроятность, характеризующая связь a съ $a'+\beta'$ —причины a съ тѣмъ слѣдствиемъ, которое имѣетъ мѣсто, если къ a присоединяется причина β ,—свидѣтельствуеетъ не только о неразрывной связи между a и a' , между β и β' , но и о томъ, что a и β извѣстнымъ образомъ сталкиваются другъ съ другомъ во времени и въ пространствѣ: она говоритъ намъ не только о вѣчныхъ законахъ, но также и о фактическомъ состояніи того угла вселенной, который нами изучается. Если бы a и β фактически никогда не встрѣчались одновременно, то вѣроятность $a'+\beta'$ равнялась бы нулю, и между a и $a'+\beta'$ не было бы никакой связи.

¹⁾ Ср. замѣчанія *Зиггарта* въ рецензій на изслѣдованіе Криса, стр. 105, 108.

Если бы, напротивъ, α и β въ данномъ углу вселенной въ разсматриваемое время фактически всегда сопровождали другъ друга, то, хотя бы между ними не существовало номографической связи, въ силу которой они и въ другихъ мѣстахъ и въ иное время неизмѣнно сопутствовали бы одинъ другому, между α , съ одной стороны, и $\alpha' + \beta'$, съ другой, установилась бы для окружающей насъ обстановки связь, внѣшне не отличимая отъ той, которая существуетъ между α и α' , и вѣроятность получила бы значеніе 1. Между этими двумя предѣлами мыслимы разнообразныя переходныя состоянія: номографически независимые элементы α и β могутъ въ данное время въ данномъ мѣстѣ скрещиваться другъ съ другомъ и чаще и рѣже, могутъ сплетаться болѣе или менѣе тѣсно идиографически. Определенная величина вѣроятности, какъ характеристики связи α съ $\alpha' + \beta'$, проводитъ нѣкоторую идеальную грань, классифицирующую разные типы теоретически мыслимыхъ фактическихъ соотношеній между α и $\alpha' + \beta'$. Она резюмируетъ данныя какъ номографическія, такъ и идиографическія, а законъ большихъ чиселъ, связывающій вѣроятности съ статистически уловимыми частотами, служить, въ свою очередь, для ознакомленія не только съ законами причинныхъ соотношеній, но и для характеристики идиографической констелляціи того угла вселенной, въ которомъ производится измѣреніе частостей ¹⁾.

Выраженіе „законъ большихъ чиселъ“ вызываетъ съ разныхъ сторонъ нареканія. Законно ли такое употребленіе слова „законъ“? Цѣлесообразно ли терминъ, употребляемый для обозначенія причинной связи, примѣнять также къ соотношеніямъ связи „безпричинной“? Не выгоднѣе ли, удер-

¹⁾ Ср. *Sigwart*, Bd. II, S. 690: „Die Voraussetzungen, welche die früher entwickelten Methoden der Auffindung von Causalgesetzen bestätigen wollen, sind hypothetische Urtheile, welche sagen: wenn *A* geschieht, geschieht *B*. Die Voraussetzungen, auf welche sich die Bearbeitung statistischer Resultate gründet, enthalten nicht nur das Gesetz, welches *B* von *A* abhängig macht, sondern zugleich den factischen Bestand von *A*, die Zahl oder die Grösse, in welcher es wirksam ist; sie müssen also ein doppeltes Unbekanntes suchen. Nur wenn das Gesetz bekannt wäre, liesse sich bloss der factische Bestand, wenn der factische Bestand von Ursachen bekannt ist, ihr Gesetz gewinnen; aber

живая его исключительно для формулъ неразрывной связи между a и a' , β и β' , $a+\beta$ и $a'+\beta'$ и т. п., всегда и вездѣ сохраняющихъ силу, покрывать инымъ терминомъ не сводимыя къ такого рода „законамъ“ и мѣняющіяся отъ мѣста къ мѣсту и отъ одного момента времени къ другому идиографическія сплетенія между a и β и, вмѣстѣ съ тѣмъ, отказать отъ пользованія словомъ „законъ“ и для обозначенія соотношеній между a и $a'+\beta'$? Отвѣтъ на эти вопросы возможенъ, разумѣется, лишь утвердительный. Но, къ сожалѣнію, въ научномъ словоупотребленіи не выдѣлилось еще достаточно устойчивыхъ терминовъ для обозначенія характеризованныхъ выше трехъ типовъ связи между явленіями.

Съ употребленіемъ слова „законъ“ въ выраженіи „законъ большихъ чиселъ“ связывается еще одно неудобство. Терминъ „законъ“, въ своемъ обычномъ словоупотребленіи, примѣняется для обозначенія какъ отдѣльныхъ связей между a и a' , β и β' , которыя говорятъ о неразрывной причинной связи между тѣми или иными опредѣленными явленіями, такъ и общаго логическаго принципа: мы говоримъ „законъ тяготѣнія“, „законъ Бойля и Мариотта“ и т. д.; но говоримъ также „законъ причинности“. Было бы выгодно дифференцировать термины и „законамъ природы“ противопоставлять, напримѣръ, „принципъ причинности“. Въ такомъ случаѣ, и „законъ большихъ чиселъ“ слѣдовало бы переименовать въ „принципъ“, и общая формула „принципа большихъ чиселъ“, говорящаго о томъ, что вѣроятности событій и частости ихъ при большомъ числѣ испытаній оказываются приблизительно равными другъ другу, противостояла бы отдѣльнымъ „законамъ большихъ чиселъ“ въ родѣ, напримѣръ, того, что при большомъ числѣ подбрасываній правильно отчеканенной монеты частости орла и рѣшетки приблизительно равны $1/2$.

diese günstigen Fälle sind die verhältnissweise seltenen; in dem blossen Resultate der Zählung ist ungetrennt, was Resultat der Notwendigkeit des Gesetzes und des bloss factischen Bestandes der Bedingungen ist, die ja eben nicht isoliert und einzeln untersucht werden können“.

Не менѣе справедливыя терминологическія возраженія вызываетъ и вторая половина словосочетанія „законъ большихъ чиселъ“. Слова „законъ большихъ чиселъ“—замѣчаетъ Бьенэмэ—„могли бы, собственно, служить лишь для обозначенія правила, приложимаго ко всѣмъ числамъ, обладающимъ свойствомъ быть большими“¹⁾. А между тѣмъ есть числа, и даже весьма большія, которыя этому правилу не отвѣчаютъ²⁾.

Если къ приведеннымъ возраженіямъ добавить, что самый терминъ „законъ большихъ чиселъ“ не представляется въ своемъ употребленіи вполнѣ устойчивымъ³⁾, то малая

1) „Sauf à s'entendre sur leur grandeur“—иронически добавляетъ онъ. См. *Bienaimé*, Sur un principe, p. 6—7.

2) Обстоятельство, о которомъ статистики, недостаточно ориентировавшіеся въ математической теоріи вѣроятности и слѣпо вѣрующіе въ магическую силу большого числа, порою позабываютъ; ср., напримѣръ, слѣдующее разсужденіе Майорана, наивно полагающаго, что ростъ числа наблюдений въ силахъ повысить значеніе возрастнаго состава умершихъ, какъ показателя смертности населенія: „Tuttavia, un estesissimo numero di morti per età, facendo astrazione dalla statistica della popolazione, basterebbe per dare idea della mortalità. Le accidentali differenze, nel grandissimo numero, troverebbero compenso; e il costante rapporto che si troverebbe fra i morti delle singole età sarebbe elemento bastevole, per indurne la legge generale di mortalità“ (*Majorana*, La legge del grande numero, p. 39—40). Ср. замѣчаніе *Wundt'a*, *Logik*, Bd. I, S. 443: „Könnte doch dieser Name (законъ большихъ чиселъ)... die falsche Meinung erwecken, als sei überhaupt überall, wo Fälle ähnlicher Art in grosser Zahl gesammelt werden, eine Constanz zu erwarten“.

3) Пуассонъ ввелъ этотъ терминъ для обозначенія того, что отличаетъ содержаніе его формулъ отъ теоремы Бернулли. Въ математической литературѣ и понынѣ законъ большихъ чиселъ Пуассона отличается обычно отъ теоремы Бернулли, но математическое содержаніе его формулируется при этомъ различно: одни (см., напримѣръ, *Meyer*, *Vorlesungen*, S. 109; *Марковъ*, Исчисленіе вѣроятностей, § 15) ограничиваютъ его лишь частью того, что законъ большихъ чиселъ охватываетъ въ пониманіи самого Пуассона; другіе склонны, напротивъ, (см., напримѣръ, *Mansion*, Sur la loi des grands nombres; cf. Sur la portée objective, p. 18) придавать ему чрезвычайно расплывчатая очертанія (Дѣйствительное различіе формулъ Пуассона отъ теоремы Бернулли отчетливо выясняется въ изслѣдованіи *Борткевича* *Kritische Betrachtungen zur theoretischen Statistik*, точка зрѣнія котораго проводится и въ настоящей работѣ). Въ отличіе отъ математиковъ, статистики подъ закономъ большихъ чиселъ обычно разумѣютъ общій логическій принципъ, покрывающій собою въ равной мѣрѣ и теорему Бернулли и теоремы Пуас-

его цѣлесообразность станетъ очевидно. Тѣмъ не менѣе, по мотивамъ, которые заставляютъ держаться, хоть и многозначнаго, но всеѣмъ привычнаго термина „вѣроятность“, приходится удерживать и это придуманное Пуассономъ и вошедшее во всеобщій оборотъ неудачное обозначеніе.

Своеобразныя недоразумѣнія, уже не терминологическаго свойства, связываются съ вопросомъ о роли „большаго числа“ въ „законѣ большихъ чиселъ“. Что это за причудливые законы, которые властны только надъ большими числами, а въ малыхъ числахъ и въ единичныхъ случаяхъ безсильны? Настоящій законъ,—напримѣръ, законъ тяготѣнія,—дѣйствуетъ всегда, когда на лицо двѣ матеріальныя частицы. А тутъ передъ нами какіе-то „полу-законы“ такого рода, что если мы подбросимъ монету тысячу разъ, то, въ силу закона, орелъ и рѣшетка выпадутъ приблизительно равно часто, а если подбросимъ одинъ разъ, то отъ закона и тѣни не останется, такъ какъ выпадетъ либо орелъ либо рѣшетка. Такой укоръ поражае нѣкоторыхъ статисти-

сона. У нѣкоторыхъ статистиковъ есть склонность разсматривать законъ большихъ чиселъ, какъ своего рода заповѣдь: бери большія числа, и благодать будетъ. Другіе (къ этой интерпретаціи склоняется, отчасти, и самъ Пуассонъ,—см. *Recherches*, p. 7, 145) вкладываютъ въ законъ большихъ чиселъ чисто статистическое содержаніе, сводя его къ признанію того эмпирически констатируемаго факта, что колебанія статистическихъ чиселъ въ большинствѣ случаевъ становятся меньше по мѣрѣ увеличенія числа наблюдений. Наконецъ, въ послѣднее время Эджвортъ даетъ термину „законъ большихъ чиселъ“ своеобразное и, пожалуй, болѣе удачное примѣненіе: законъ большихъ чиселъ „states that if numerous observations, each obeying (almost) any particular law of frequency, are taken at random, their sum (or more generally linear function, or approximation thereto) will approximately obey the normal law of error“ (*On the probable errors of frequency constants*, p. 389; въ мемуарѣ „The generalised law of error, or law of great numbers“, о которомъ упоминаетъ Борткевичъ, Задачи и концепціи, стр. 356, нѣтъ краткой и отчетливой формулировки опредѣленія). Своеобразно и ново въ этомъ положеніи, разумѣется, не содержаніе, — связь работы Edgeworth'a съ трудами предшественниковъ, подчеркиваемая Борткевичемъ (тамъ же), достаточно отгѣнена и самимъ Edgeworth'омъ, — а словоупотребленіе. Обозначеніе „законъ большихъ чиселъ“ для этой теоремы — „теоремы“ Гаусса, какъ ее иногда называютъ въ отличіе отъ „закона“ Гаусса (см., напримѣръ, *Richard-Foy*, *L'existence et le fondement des lois du hasard*, p. 399) — мнѣ, кромѣ какъ у Edgeworth'a, не встрѣчалось.

ковъ въ самое сердце, и для того, чтобы смыть съ закона большихъ чиселъ пятно неприменимости къ единичнымъ наблюденіямъ, предлагались весьма рискованныя построения. Ад. Вагнеръ аргументируетъ, напримѣръ, такъ: „Beim sogenannten Gesetz der grossen Zahl—ein nicht glücklich gewählter Ausdruck—denkt man häufig, die in den grossen Zahlen offen hervortretende Gesetzmässigkeit gelte in den kleinen Zahlen gar nicht. Das ist aber durchaus unrichtig, die grossen Zahlen bilden sich ja nur aus den kleinen; auch in den Individualitäten, welche den Inhalt dieser kleinen und schliesslich der grossen Zahlen ausmachen, wirkt offenbar der Impuls, welchen man im Grossen aus der Gesetzmässigkeit der grossen Zahl ableitet. Jede Einzelheit ist eine Fraktion des Ganzen und so beschaffen, dass in der Gesamtheit der Einzelheiten die gesetzmässige Bewegung unmittelbar eintreten muss und erkannt werden kann. Wenn dies im Einzelnen und in kleinen Zahlen nicht geschieht, so erklärt es sich daraus, dass hier der in jedem Einzelnen waltende Impuls, dessen Ausdruck das aus den grossen Zahlen abgeleitete Gesetz ist, paralytisiert oder latent gemacht wird durch störende accidentelle Ursachen“ 1).

Неудовлетворительность этой туманной аргументаціи очевидна. Что, собственно, хочетъ сказать Вагнеръ, утверждая, что законъ большихъ чиселъ только раскрываетъ законо-

1) *Ad. Wagner*, Gesetzmässigkeit, S. 54, Anm. 22 zu S. 8: Такъ называемый законъ большого числа—обозначеніе, неудачно подобранное—толкуютъ нерѣдко въ томъ смыслѣ, будто закономерность, явственно обнаруживающаяся въ большихъ числахъ, совсѣмъ не дѣйствуетъ въ малыхъ числахъ. Но это совершенно невѣрно. Большія числа образуются вѣдь, въ свою очередь, изъ малыхъ; даже въ единицахъ, которыя входятъ въ составъ этихъ малыхъ, а затѣмъ и большихъ чиселъ, дѣйствуетъ, очевидно, тотъ же импульсъ, который усматривается въ большихъ числахъ изъ ихъ закономерности. Всякое недѣлимое есть часть цѣлаго и притомъ такого рода, что въ совокупности недѣлимыхъ законосообразное движеніе наступаетъ непосредственно и тотчасъ же можетъ быть опредѣлено. Если въ недѣлимыхъ или въ малыхъ числахъ этого не происходитъ, то это объясняется тѣмъ, что дѣйствующій въ каждомъ недѣлимомъ импульсъ, выраженіемъ котораго служить выведенный изъ большого числа законъ, парализуется или приводится въ скрытое состояніе дѣйствіемъ случайныхъ причинъ“ (Переводъ конца цитаты заимствованъ у *Янсона*, Исторія и теорія статистики въ монографіяхъ, стр. 223, примѣч.).

мѣрность, дѣйствующую и въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ? Что всѣ отдѣльные случаи причинно обусловлены? Это безспорно, но мало подвигаетъ насъ впередъ. Если же Вагнеръ, дѣйствительно, приурочиваетъ къ отдѣльному случаю „импульсъ“, который обнаруживается въ рядѣ такихъ случаевъ, то это прямо невѣрно. Въ отдѣльномъ случаѣ, разсматриваемомъ независимо отъ ряда, никакого „импульса“ не таится, никакія случайныя и неслучайныя причины въ немъ не борются. При данномъ расположеніи шаровъ въ урнѣ и опредѣленномъ движеніи руки вынимается опредѣленный шаръ. Гдѣ здѣсь импульсъ? Почему, разсматривая этотъ случай изолированно, мы однѣ причины признаемъ за случайныя, другія за неслучайныя? Почему припишемъ однѣмъ большее вліяніе, другимъ меньшее? Дѣленіе причинъ на двѣ категоріи возникаетъ на почвѣ объединенія отдѣльныхъ случаевъ въ рядъ, и только съ точки зрѣнія ряда могутъ быть выдѣлены причины общія и причины индивидуальныя. Если мы объединимъ отдѣльные случаи въ рядъ по одному, то къ общимъ причинамъ отойдутъ одни элементы; если объединимъ по другому, общими станутъ элементы иные. Въ изслѣдованіи о вліяніи возраста родителей на полъ дѣтей возрастъ отца будетъ причиною общею, а возрастъ матери причиною индивидуальною, если мы объединимъ отдѣльные случаи въ группы по возрасту отцовъ, и, наоборотъ, возрастъ отца будетъ причиною индивидуальною, а возрастъ матери причиною общею, если мы соединимъ вмѣстѣ тѣ случаи, гдѣ матери одного возраста. Который же изъ „импульсовъ“ скрытъ въ „латентной формѣ“ въ единичномъ случаѣ,—тотъ ли, который обнаруживаетъ при массовой группировкѣ вліяніе возраста отца, или тотъ, который раскрываетъ вліяніе возраста матери?

Если желать спасти честь закона большихъ чиселъ путемъ приуроченія его къ единичнымъ явленіямъ, то удобнѣе избрать иной путь: модифицировать понятіе единичнаго явленія. Анализъ задачъ идіографическаго изслѣдованія привелъ насъ къ понятію совокупности. Эти совокупности, съ которыми и имѣетъ дѣло законъ большихъ чиселъ, могутъ быть разсматриваемы, въ свою очередь, какъ единицы выс-

шаго порядка. И если стремиться во чтобы то ни стало сохранить формальное сходство между закономъ большихъ чиселъ и иными „законами“, то исходъ можетъ быть найденъ въ томъ, что законъ большихъ чиселъ приложимъ къ единичнымъ явленіямъ, но особаго рода, именно, къ совокупностямъ. Ясно, однако, что черезъ это мы ничего не выигрываемъ въ пониманіи закона большихъ чиселъ и его отношенія къ единичному случаю, въ обычномъ смыслѣ слова ¹⁾. Цѣлесообразнѣе признать, не играя словами, что съ единичнымъ случаемъ ни объективная вѣроятность ²⁾, ни законъ большихъ чиселъ не имѣютъ дѣла ³⁾. Для цѣлей научнаго

¹⁾ Не много мы, на мой взглядъ, выигрываемъ, и становясь на точку зрѣнія, намѣчаемую *Борткевичемъ* въ рецензій на мои „Очерки“ (Задачи и концепціи, стр. 359). „Внесеніе понятія математической вѣроятности въ статистическую область“, пишетъ Борткевичъ, „неминуемо приводитъ къ тому заключенію, что каждый статистическій коэффициентъ, поскольку онъ можетъ быть разсматриваемъ, какъ приближенное значеніе опредѣленной вѣроятности, относится именно къ единичному случаю, взятому, конечно, не во всей его конкретной обстановкѣ, а больше или меньше абстрактно, въ обобщенномъ видѣ“ (курсивъ мой). Что, собственно, представляетъ собою понятіе „абстрактно взятаго“ единичнаго случая, въ смѣшеніи котораго съ понятіемъ „конкретно взятаго“ единичнаго случая Борткевичъ упрекаетъ *Gini*, Борткевичъ не поясняетъ. При болѣе точной формулировкѣ понятіе абстрактно взятаго единичнаго случая, думается мнѣ, настолько приблизилось бы къ понятію „общихъ условій“ и отъ „единичнаго случая“ въ немъ осталось бы такъ мало, что цѣлесообразнѣе не присваивать ему такого наименованія во избѣжаніе недоразумѣній и опасной игры словами, а приурочивать статистическіе коэффициенты, какъ приближенные значенія опредѣленныхъ вѣроятностей, непосредственно къ комплексу общихъ условій или употреблять какой-нибудь иной эквивалентный терминъ.

²⁾ Напротивъ, вѣроятность субъективная именно въ связи съ единичнымъ случаемъ почерпаетъ замѣтную долю своего значенія.

³⁾ Ср. отчетливое изложеніе *Gini*, *Che cos'è la probabilità*, p. 342—343: „La probabilità non si riferisce mai a un fatto singolo“; въ ожиданіи рожденія первенца родители начинаютъ учитывать вѣроятность, что это будетъ мальчикъ; пусть они примутъ во вниманіе, что въ Италіи на 1000 новорожденныхъ приходится 515 мальчиковъ, что для городского населенія, къ которому они принадлежатъ, доля мальчиковъ понижается на 0,003, что среди перво-рожденныхъ доля мальчиковъ въ Италіи поднимается на 0,005 и т. д.; сколько бы разныхъ элементовъ они ни ввели въ свои выкладки, они все же вычислятъ „la probabilità non del sesso maschile del (loro) primogenito, ma del sesso maschile di un primogenito di conjughi italiani, nati e vissuti in città etc.“. „Quan-

изслѣдованія имѣеть въ извѣстныхъ условіяхъ смыслъ объединять отдѣльные явленія въ группы, массы или совокупности, какъ ихъ называютъ статистики. Эти совокупности—независимо отъ того, обладаютъ онѣ реальнымъ единствомъ или нѣтъ (см. выше стр. 111)—подлежать научному изслѣдованію, для чего потребны особые приемы, спеціально къ этой задачѣ приспособленные. Когда мы говоримъ, что въ Германской Имперіи въ 1900 году на сто дѣвочекъ родилось сто шесть мальчиковъ, то это отношеніе 100:106 не имѣеть касательства къ тому, что въ этомъ году у X' а родился сынъ, а у Y' а родилась дочь: оно служитъ лишь для характеристики всей совокупности рожденій. Если мы, измѣривъ ростъ тысячи рекрутъ, найдемъ, что средняя величина роста равна a сантиметрамъ, то число a ничего не скажетъ намъ о томъ или иномъ изъ перемѣренныхъ новобранцевъ: оно можетъ быть использовано лишь какъ характеристика всей ихъ массы. Равнымъ образомъ, утвержденіе, что вѣроятность рѣшетки равна половинѣ, вмѣстѣ съ вытекающимъ отсюда, въ силу закона большихъ чиселъ, выводомъ, что при значительномъ числѣ подбрасываній частость появленія рѣшетки будетъ равна приблизительно 50%, не касаются отдѣльныхъ случаевъ подбрасыванія монеты, при которыхъ выпадаетъ то орелъ, то рѣшетка; все ихъ содержаніе, весь ихъ научный смыслъ въ томъ, что они открываютъ путь методическаго трактованія совокупностей единичныхъ случаевъ. Въ какихъ, именно, цѣляхъ единичныя явленія объединяются въ совокупности,—представляется основнымъ вопросомъ статистической методологіи. Но какимъ бы цѣлямъ этотъ приемъ научнаго изслѣдованія ни служилъ, онъ обладаетъ своими оригинальными формами, которыя вправѣ требовать теоретическаго освѣщенія, пріуроченнаго къ ихъ особенностямъ, а не гонящагося за тѣмъ, чтобы подвести ихъ правдами и неправдами подъ шаблонъ выработанныхъ не для нихъ теоретическихъ схемъ. Путемъ натянутыхъ аналогій съ

do egli (отецъ) avesse potuto tener conto di tutte le circostanze in correlazione col sesso del nascituro, non avrebbe piú parlato della probabilità che fosse maschio o femmina, ma della certezza che avesse l'uno o l'altro sesso“.

привычными формами „естественно-научнаго образованія понятій“ мы не выяснимъ смысла и значенія статистическихъ пріемовъ работы. Лишь открытое признаніе вопроса о роли „совокупности“, какъ методологической категоріи, за самостоятельную логическую проблему можетъ поставить насъ на путь рациональнаго обоснованія правилъ статистическихъ методовъ и, вмѣстѣ съ тѣмъ, указать закону большихъ чиселъ должное мѣсто въ системѣ логики.

V.

Законъ большихъ чиселъ, приводя въ связь частости событій съ ихъ вѣроятностями, открываетъ путь къ эмпирическому изученію тѣхъ сложныхъ полу-номографическихъ полу-идіографическихъ сплетеній между явленіями, которыя выливаются въ форму свободной причинной связи. Но для безпрепятственнаго движенія по этому пути теорія статистики должна озаботиться приведеніемъ его въ порядокъ: необходимо прочно замостить его, чтобъ онъ могъ выдержать не легкій грузъ методологическихъ построеній. Законъ большихъ чиселъ въ томъ видѣ, въ какомъ онъ изложенъ выше, не можетъ быть положенъ въ основу правилъ статистическаго изслѣдованія. Мы видѣли, что въ длинномъ ряду однородныхъ событій, при соблюденіи извѣстныхъ условій, частости явленій болѣе или менѣе точно воспроизводятъ ихъ вѣроятности и, чѣмъ длиннѣе рядъ, тѣмъ выше степень точности, съ которою частости отвѣчаютъ вѣроятностямъ. Для того, чтобъ опереться на эти положенія на практикѣ научной работы, необходимо опредѣленнѣе знать, что слѣдуетъ разумѣть подъ этими „болѣе или менѣе“: необходимо найти ту мѣру точности, съ какою при данной длинѣ ряда частость воспроизводитъ вѣроятность; необходимо отчетливо формулировать тѣ условія, въ которыхъ наблюдается та или иная степень соотвѣтствія между частостями и вѣроятностями. Этимъ задачамъ отвѣчаютъ упомянутыя выше (см. стр. 229) математическія формулировки средней части вывода закона большихъ чиселъ. Я не буду излагать во всѣхъ подробно-

стяхъ математическаго вывода этихъ теоремъ, требующаго сложныхъ математическихъ соображеній. Я намѣчу лишь общій ходъ мысли, приводящій, послѣ болѣе или менѣе запутанныхъ выкладокъ, къ окончательнымъ формуламъ, ибо нѣкоторое знакомство съ планомъ разсужденія необходимо для сознательнаго пользованія формулами.

Начнемъ съ примѣра игры въ орлянку. Вѣроятность бросить рѣшетку и вѣроятность бросить орла при условіяхъ, на которыхъ мы неоднократно останавливались, равны $\frac{1}{2}$. Предположимъ, что бросаются двѣ монеты сразу или что одна и та же монета подбрасывается два раза. Можетъ случиться, что обѣ монеты упадутъ орломъ, что обѣ упадутъ рѣшеткою, и что одна упадетъ рѣшеткою, а другая орломъ. Вѣроятности этихъ случаевъ не одинаково велики: изъ всего числа четырехъ равновозможныхъ статочностей (*ор*, *оо*, *ро*, *рр*) двѣ (*ор* и *ро*) благопріятны тому, что монеты выпадутъ разными сторонами, и лишь по одной статочности благопріятствуетъ появленію двухъ орловъ или двухъ рѣшетокъ. Комбинація орелъ и орелъ имѣетъ, слѣдовательно, вѣроятность $\frac{1}{4}$; комбинація орелъ и рѣшетка—вѣроятность $\frac{3}{4}$; комбинація рѣшетка и рѣшетка—вѣроятность $\frac{1}{4}$. Пусть мы бросаемъ не двѣ монеты, а три. Число разныхъ комбинацій орловъ и рѣшетокъ вырастаетъ при этомъ до четырехъ: можетъ выпасть рѣшетка всѣ три раза, могутъ выпасть двѣ рѣшетки и одинъ орелъ, могутъ выпасть одна рѣшетка и два орла, и, наконецъ, могутъ выпасть три орла. Вычисляя вѣроятности всѣхъ этихъ трехъ комбинацій путемъ прямого перечета статочностей или при помощи тѣхъ вспомогательныхъ теоремъ сложения и умноженія вѣроятностей, которыя изложены выше, мы находимъ что

комбинація три орла имѣетъ вѣроятность	$\frac{1}{8}$
„ 2 орла, 1 рѣшетка	„ $\frac{3}{8}$
„ 1 орелъ, 2 рѣшетки	„ $\frac{3}{8}$
„ 3 рѣшетки	„ $\frac{1}{8}$

При четырехъ монетахъ различныхъ комбинацій намѣчается пять, причемъ

вѣроятность четырехъ орловъ	равняется	$\frac{4}{16}$
„ 3 орловъ и 1 рѣшетки	„	$\frac{4}{16}$

вѣроятность 2 орловъ и 2 рѣшетокъ равняется	$\frac{6}{16}$
„ 1 орла и 3 рѣшетокъ	„ $\frac{4}{16}$
„ 4 рѣшетокъ	„ $\frac{1}{16}$

Если бросается десять монетъ, то различныхъ комбинацій оказывается на лицо одиннадцать, и

вѣроятность 10 орловъ		равна $\frac{1}{1024} = 0,001$
„ 9 „ 1 рѣшетки	„	$\frac{10}{1024} = 0,009$
„ 8 „ 2 рѣшетокъ	„	$\frac{45}{1024} = 0,044$
„ 7 „ 3 „	„	$\frac{120}{1024} = 0,117$
„ 6 „ 4 „	„	$\frac{210}{1024} = 0,205$
„ 5 „ 5 „	„	$\frac{252}{1024} = 0,246$
„ 4 „ 6 „	„	$\frac{210}{1024} = 0,205$
„ 3 „ 7 „	„	$\frac{120}{1024} = 0,117$
„ 2 „ 8 „	„	$\frac{45}{1024} = 0,044$
„ 1 орла, 9 „	„	$\frac{10}{1024} = 0,009$
„ 10 „	„	$\frac{1}{1024} = 0,001$

Сходнымъ образомъ можно было бы вычислить вѣроятности всѣхъ комбинацій, которыя получаются при двадцати подбрасываніяхъ, при ста подбрасываніяхъ и т. д. ¹⁾ Для нашихъ соображеній достаточно, однако, и приведенныхъ выше примѣровъ.

Присматриваясь къ этимъ рядамъ вѣроятностей, мы подмѣчаемъ въ нихъ нѣкоторыя правильности. Мы убѣждаемся, прежде всего, что съ ростомъ числа различныхъ возможныхъ комбинацій вѣроятность каждой изъ нихъ убываетъ. При двухъ подбрасываніяхъ вѣроятность, что орелъ и рѣшетка выпадутъ равно часто, т.-е. по одному разу, равняется $\frac{1}{2}$. При четырехъ подбрасываніяхъ вѣроятность, что орелъ и рѣшетка выпадутъ равно часто, т.-е. по два раза, равняется $\frac{6}{16}$. При десяти подбрасываніяхъ вѣроятность, что орелъ и рѣшетка выпадутъ по пяти разъ, равняется лишь 0,246: она уже меньше $\frac{1}{4}$. Мы видимъ далѣе, что въ предѣлахъ каждаго ряда, взятаго въ отдѣльности, вѣроятности разныхъ комбинацій не равны между собою: больше другихъ вѣроятности такихъ комбинацій, гдѣ числа выпаденія орла и рѣшетки не сильно отклоняются отъ равенства.

¹⁾ См. *Quetelet*, *Lettres*, p. 375—377 (случай 999 подбрасываній).

Наибольшею изъ всѣхъ неизмѣнно оказывается вѣроятность такой комбинаціи, гдѣ числа орловъ и рѣшетокъ равны между собою, гдѣ, слѣдовательно, частость каждаго изъ разсматриваемыхъ событій—выпаденія орла и выпаденія рѣшетки—равна его вѣроятности.

Справедливость этихъ наблюденій можетъ быть подтверждена съ полной строгостью путемъ математическаго анализа. Не очень сложныя алгебраическія выкладки позволяютъ обнаружить, что при повтореніи испытанія въ неизмѣнныхъ условіяхъ, каковы бы ни были вѣроятности разныхъ мыслимыхъ при этихъ условіяхъ событій, наибольшею вѣроятностью среди различныхъ сочетаній чиселъ разъ повторенія разныхъ событій обладаетъ такое, гдѣ частости всѣхъ событій равны ихъ вѣроятностямъ. Если подбрасывается монета, то при десяткѣ подбрасываній наибольшею вѣроятностью обладаетъ такая комбинація, въ которую и орелъ и рѣшетка входятъ по пяти разъ, а при 60 подбрасываній наиболѣе вѣроятною будетъ такая комбинація, въ которую орелъ и рѣшетка входятъ по 30 разъ. Если подбрасывается кость и вѣроятность выпаденія любого очка равна $\frac{1}{6}$, то при 60 подбрасываній среди разнообразныхъ комбинацій чиселъ, въ которыхъ могутъ выпасть очко 1, очко 2, очко 3 и т. д., наибольшею вѣроятностью обладаетъ та, гдѣ очко 1, очко 2 и всѣ остальные повторяются по десяти разъ, а иныя комбинаціи, напримѣръ, такія, гдѣ очко 6 входитъ 11 или 9 разъ, будутъ имѣть за себя меньшія вѣроятности. Если изъ урны, содержащей три бѣлыхъ и семь черныхъ шаровъ, будетъ произведено сто извлеченій, при чемъ каждый разъ вынутый шаръ кладется въ урну назадъ и урна перетряхивается, то можетъ вынуться и сто бѣлыхъ шаровъ, и 99 бѣлыхъ при одномъ черномъ, и 98 бѣлыхъ при 2 черныхъ и т. д. вплоть до ста черныхъ; но эти 101 комбинація не равновѣроятны, и наибольшею вѣроятностью среди нихъ обладаетъ та, гдѣ бѣлыхъ шаровъ 30, а черныхъ 70. Вообще, если вѣроятность событія A при нѣкоторыхъ общихъ условіяхъ равна p , то въ ряду n явленій, стоящихъ подъ дѣйствіемъ этихъ общихъ причинъ, событіе A можетъ повториться и n разъ, и $n-1$ разъ и т. д., но изъ всѣхъ комбинацій чиселъ наступленія

событія A и его ненаступленія наибольшей вѣроятностью обладаетъ та, въ которой частость A равняется p , т.-е. A повторяется np разъ. При этомъ возможенъ, конечно, такой случай, что подобной комбинаціи среди разсматриваемыхъ вовсе нѣтъ: если мы монету бросаемъ 75 разъ, то частость орловъ не можетъ быть въ точности равна половинѣ; если число подбрасываній кости не представляется кратнымъ 6, то частость очка 1 не можетъ оказаться въ точности равною одной шестой,—при ста подбрасываніяхъ, сколько бы разъ ни выпало очко 1, одной шестой ста это не составитъ, такъ какъ очко можетъ выпасть и 16 и 17 разъ, но не можетъ выпасть $16\frac{2}{3}$ раза ($=\frac{100}{6}$). Въ такихъ условіяхъ наивѣроятнѣйшее число разъ повтореній событія A , очевидно, уже не можетъ равняться въ точности np ; но оно уклоняется отъ np менѣе, чѣмъ на единицу, такъ что наивѣроятнѣйшая частость событія A и въ этомъ случаѣ мало разнится отъ p ¹⁾.

Математика подтверждаетъ, далѣе, и то наблюденіе, что вѣроятности остальныхъ комбинацій тѣмъ меньше, чѣмъ больше частость A уклоняется отъ p . Вѣроятность комбинацій, гдѣ частость A не далека отъ p , еще не очень уступаетъ наибольшей. Но вѣроятности такихъ комбинацій, гдѣ частость A сильно отличается отъ p , весьма не велики. При десяти подбрасываніяхъ монеты наивысшее значеніе вѣроятности для той комбинаціи, гдѣ входитъ поровну орловъ и рѣшетокъ, равняется 0,246; вѣроятности такихъ комбинацій, гдѣ одна сторона входитъ на два раза чаще другой, равны 0,205, т.-е. всего на 17% меньше; значеніе же вѣроятностей такихъ комбинацій, гдѣ входятъ только орлы или только рѣшетки, меньше 0,001, — оно уступаетъ наибольшему уже въ 252 раза.

1) Математическій анализъ обнаруживаетъ, что наивѣроятнѣйшее число разъ повтореній событія A меньше $np+p$, но больше $np-(1-p)$. Въ случаѣ, если $np+p$ — число дробное, въ этихъ границахъ лежитъ лишь одно цѣлое число, которому и равняется наивѣроятнѣйшее число разъ повторенія A . Но въ случаѣ, если $np+p$ число цѣлое, то и $np-(1-p)$ также цѣлое число, и какъ то, такъ и другое число повтореній A представляются равновѣроятными и въ то же время болѣе вѣроятными, чѣмъ всякое иное число повтореній A .

Этотъ выводъ, вмѣстѣ съ изложенною выше леммою, гласящею, что событія маловѣроятныя случаются не часто (см. выше стр. 227), могъ бы, собственно, быть уже использованъ для доказательства того положенія, что частоты событій, какъ правило, не сильно уклоняются отъ ихъ вѣроятностей. Однако, удобнѣе облечь обоснованіе закона большихъ чиселъ въ иную форму.

Вѣроятность комбинаціи пяти орловъ и пяти рѣшетокъ при десяти подбрасываніяхъ монеты равна, какъ мы видѣли, 0,246; вѣроятность четырехъ орловъ и шести рѣшетокъ равна 0,205; вѣроятность шести орловъ и четырехъ рѣшетокъ равна также 0,205. Спросимъ теперь, какъ велика вѣроятность, что число орловъ отклонится отъ того, при которомъ частость орла равна $\frac{1}{2}$, не болѣе чѣмъ на единицу. По теоремѣ сложенія вѣроятностей вѣроятность такого событія вычисляется, безъ труда. Оно можетъ произойти въ трехъ разныхъ видахъ: при пяти орлахъ, при четырехъ орлахъ и при шести орлахъ. Благопріятными представляются, слѣдовательно, тѣ статочности, которыя благопріятствуютъ одной изъ этихъ трехъ комбинацій, и искомая вѣроятность равняется: $0,246 + 0,205 + 0,205 = 0,656$. Попробуемъ нѣсколько видоизмѣнить постановку вопроса; спросимъ, какъ велика вѣроятность, что частость орла отклонится отъ половины не больше, чѣмъ на 25%, т.-е., что она будетъ не меньше 25% ($=0,50 - 0,25$) и не больше 75% ($=0,50 + 0,25$). Какія комбинаціи среди одиннадцати, стоящихъ въ нашей таблицѣ, благопріятны этому? Комбинаціи первая, вторая и третья неблагопріятны, такъ какъ въ нихъ частость орла больше 75%. Неблагопріятны и три послѣднія комбинаціи, такъ какъ въ нихъ частость орла ниже 25%. Благопріятными представляются только пять среднихъ комбинацій. По теоремѣ сложенія вѣроятность того, что частость орла будетъ не меньше 25% и не больше 75%, оказывается, слѣдовательно, равною:

$$0,117 + 0,205 + 0,246 + 0,205 + 0,117 = 0,890.$$

Поставимъ разсматриваемую задачу въ общей формѣ. Событіе A имѣетъ при нѣкоторыхъ общихъ условіяхъ вѣ-

роятность p . Производится n испытаний. Найти вѣроятность, что частость A въ ряду n испытаний уклонится отъ p не болѣе какъ на опредѣленную величину Δ . Для рѣшенія этой задачи необходимо выдѣлить среди $n+1$ разныхъ мыслимыхъ комбинацій чисель повторенія и неповторенія A (событіе A повторяется всѣ n разъ, повторяется $n-1$ разъ, $n-2$ разъ и т. д. вплоть до того случая, когда оно не повторяется ни разу) такія, гдѣ частость A больше $p-\Delta$, но меньше $p+\Delta$, и затѣмъ сложить ихъ вѣроятности подобно тому, какъ мы дѣлали въ случаѣ десятикратнаго подбрасыванія монеты. Съ логической стороны задача не представляетъ сложности. Но математически она весьма трудна, и только генію Лапласа, примыкавшаго къ трудамъ де-Муавра, удалось дать для искомой суммы общую формулу, удобную для дальнѣйшаго пользованія. На эту формулу Лапласа и опирается примѣненіе закона большихъ чисель въ статистикѣ.

Въ формулу Лапласа входитъ опредѣленный интеграль

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt, \text{ который мы будемъ обозначать черезъ } F(u).$$

Значенія этого интеграла для разныхъ значеній u вычислены и могутъ быть находимы въ таблицахъ, подобныхъ таблицамъ логарифмовъ. Для пользованія таблицами $F(u)$ такъ же мало нужды знать способы ихъ вычисленія, какъ для работы съ таблицами логарифмовъ быть въ подробностяхъ знакому съ теоріей логарифмовъ. Таблица $F(u)$ приложена ко многимъ руководствамъ по теоріи вѣроятностей и по теоріи статистики и помѣщена ниже въ приложеніи. Имѣя въ рукахъ такую таблицу, статистикъ можетъ примѣнять формулу Лапласа, даже если не знакомъ съ основами интегральнаго исчисленія.

Обозначимъ черезъ m число разъ повторенія событія A при n испытаніяхъ. m можетъ равняться и n , и $n-1$, и $n-2$ и т. д. до 0: частость же A , измѣряемая отношеніемъ $m : n$, можетъ колебаться въ предѣлахъ между $0 : n=0$ и $n : n = 1$. Мы ищемъ вѣроятность, что частость событія

$A \left(\frac{m}{n} \right)$ отклонится отъ его вѣроятности (p) не болѣе, какъ на Δ . Лапласъ показалъ, что искомая вѣроятность въ случаѣ, если p не слишкомъ близко къ нулю или къ 1, можетъ быть приближенно приравнена $F(u)$, если положить $u = \Delta \sqrt{\frac{2np(1-p)}{n}}$. Пусть, напримѣръ, монета подбрасывается 500 разъ. Орелъ можетъ выпасть и всѣ 500 разъ, и 449 разъ, и одинъ разъ, и ни раза. Наибольшую вѣроятность имѣетъ за себя тотъ случай, когда орелъ выпадаетъ 250 разъ. Намъ интересуется, однако, величина не этой вѣроятности, а вѣроятности, что частость появленія орла отклонится отъ $250/500$ не болѣе, какъ на нѣкоторую данную величину, напримѣръ, на $25/500$. Мы могли бы итти къ рѣшенію этой задачи тѣмъ же путемъ, какимъ мы ранѣе пользовались для случая десяти подбрасываній: вычислить всѣ отдѣльныя вѣроятности разныхъ чиселъ выпаденія орла; отобрать затѣмъ тѣ случаи, въ которыхъ частость орла превышаетъ $\frac{250}{500} - \frac{25}{500} = \frac{225}{500}$, но не достигаетъ $\frac{250}{500} + \frac{25}{500} = \frac{275}{500}$, и сложить вѣроятности этихъ комбинацій. Но при 500 под-

1) Въ Лапласову формулу входитъ, собственно, еще добавочный членъ

$$e^{-u^2}.$$

$\sqrt{2 \pi n p (1-p)}$. Въ виду его незначительныхъ размѣровъ и громоздкости вычисленія, статистики имъ обычно пренебрегаютъ. Ошибка, получающаяся при этомъ, настолько невелика по сравненію съ иными неизбѣжными погрѣшностями (Ср. *Cournot*, Exposition, p. 59—62, примѣчаніе), что съ нею можно примириться. Ее, однако, безъ большихъ хлопотъ можно устранить. *Эггенбергеру* удалось показать, что добавочный членъ можетъ быть введенъ подъ знакъ интеграла безъ всякихъ осложнений для дальнѣйшихъ вычислений: это требуетъ лишь замѣны Δ въ выраженіи для u черезъ $\Delta + \frac{1}{2n}$.

Формула Эггенбергера представляется теоретически болѣе совершенною, нежели та, которою обычно пользуются статистики; она не повышаетъ и размѣровъ вычислительной работы. Въ силу этого она, безспорно, заслуживала бы предпочтенія. Въ настоящемъ сочиненіи, не преслѣдуя цѣли усовершенствованія математическихъ основъ статистической теоріи, я тѣмъ не менѣе придерживаюсь обычной формулы для того, чтобы не отклонять вниманія читателя отъ главной темы.

брасываніяхъ путь этотъ становится громоздкимъ. Формула Лапласа скорѣе ведетъ къ цѣли; ошибка же, обусловленная ея приближеннымъ характеромъ; при $n=500$ не велика ¹⁾. Положимъ въ формулѣ Лапласа $p=1/2$, $n=500$,

$\Delta = \frac{25}{500}$. Это даетъ для u , равнаго $\Delta / \sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$, значеніе $\frac{25}{500} / \sqrt{\frac{2 \cdot 1/2 \cdot 1/2}{500}} = 1,58$. Въ таблицѣ значеній $F(u)$ мы

находимъ, что $u=1,58$ соотвѣтствуетъ $F(u)=0,975$. Искомая вѣроятность, что при 500 подбрасываніяхъ частость орловъ не упадетъ ниже $225/500$ и не превыситъ $275/500$ (или что число выпаденій орловъ будетъ не менѣе 225 и не болѣе 275) равняется, слѣдовательно, 0,975.

Разсмотримъ другой примѣръ. Изъ урны, содержащей три бѣлыхъ и семь черныхъ шаровъ, производится сто извлеченій, при чемъ вынутый шаръ помѣщается обратно въ урну ранѣе, чѣмъ производится слѣдующее извлеченіе. Наиболѣе вѣроятнымъ числомъ появленій бѣлыхъ шаровъ при ста испытаніяхъ является то, при которомъ частость равна вѣроятности, т.е. 0,30. Чему равна вѣроятность, что частость появленія бѣлыхъ шаровъ уклонится отъ $30/100$ не болѣе, какъ на $10/100$, т.е., что она будетъ держаться между $20/100$ и $40/100$? Полагая въ формулѣ Лапласа $p = \frac{3}{10}$, $n=100$,

$\Delta = \frac{10}{100}$, мы найдемъ $u = \frac{10}{100} / \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{7}{10}}{100}} = 1,54$, и

отсюда, по таблицѣ значеній $F(u)$, $F(u)=0,971$. Искомая вѣроятность, что бѣлыхъ шаровъ вынется не меньше двадцати, но не больше сорока, равняется, слѣдовательно, 0,971.

Формула Лапласа и таблица значеній $F(u)$ позволяютъ поставить выводъ закона большихъ чиселъ на прочную почву. Разсматривая таблицу $F(u)$, мы видимъ, что $F(u)$ съ ростомъ u очень быстро приближается къ 1. При $u=2$ $F(u)$ отличается отъ единицы лишь на 0,0047; при $u=3$

¹⁾ Cournot (Exposition, p. 124—125, примѣчаніе) указываетъ, что уже при числѣ испытаній, равномъ 100, формула Лапласа даетъ достаточное приближеніе: погрѣшность представляется „tout à fait négligeable“.

$F(u)$ меньше единицы на 0,00002; при $u=4$ до единицы не хватает 0,000000015; при $u=5$ разница спускается до 0,00000000002. Но величина u опредѣляется тѣмъ, во сколько

разъ Δ — отклоненіе частоты $\frac{m}{n}$ отъ вѣроятности p — превосходитъ $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$. Такимъ образомъ, вѣроятность, что отклоненіе частоты событія отъ вѣроятности превзойдетъ при n испытаніяхъ въ 3 раза величину $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$, измѣняется двумя стотысячными; вѣроятность же, что отклоненіе превыситъ $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ въ пять разъ, измѣняется двумя тысячемилліардными. Сопоставляя эти данныя, полученныя путемъ математическихъ выкладокъ, съ леммою, утверждающей, что событія мало вѣроятныя случаются рѣдко, мы приходимъ къ выводу: до чрезвычайности рѣдко случается, чтобы разница между частотой событія при повтореніи испытаній въ нѣкоторомъ числѣ разъ и его вѣроятностью была въ пять разъ больше $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ и не часто она превосходитъ $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ въ три и даже въ два раза.

Замѣчая теперь, что величина $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ тѣмъ меньше, чѣмъ больше n , что при $p = \frac{1}{2}$ она, напримѣръ, для $n = 100$ равняется 0,07, для $n = 1000$ равна 0,02, для $n = 10000$ равна 0,007 и т. д., мы убѣждаемся, что предѣлы, изъ которыхъ не выходитъ разница между частотой событія и его вѣроятностью, замѣтно сужаются съ ростомъ числа испытаній. Одну и ту же степень рѣдкости имѣетъ расхожденіе между частотой и вѣроятностью въ 21/100 при ста испытаніяхъ и въ 21/1000 при 10000 испытаній. Если мы возьмемъ число испытаній чрезвычайно большое, то $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ будетъ крайне малою величиною; въ предѣлѣ, при n , обращающемся въ безконечность, $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ обращается въ нуль; нулю

при этомъ равняется и $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ при всякомъ конечномъ n ,—при n , не только равномъ 5, но хотя бы даже и много большемъ 5. Мы можемъ, слѣдовательно, заключить, что при бесконечно большомъ числѣ испытаній самое ничтожное уклоненіе частоты отъ вѣроятности представляется рѣдкимъ превыше всякой мѣры.

Полное совпаденіе частотъ и вѣроятностей при бесконечно большомъ числѣ испытаній представляетъ практически малый интересъ, такъ какъ съ бесконечно длинными рядами научное изслѣдованіе никогда не имѣетъ дѣла, и для методологическихъ построеній предположеніе бесконечнаго числа испытаній опоры дать не можетъ. Напротивъ, первостепенную важность имѣетъ для статистика схватываемая формулою Лапласа связь степени рѣдкости расхожденія между частотой и вѣроятностью съ его размѣрами при каждомъ данномъ конечномъ числѣ испытаній. Для тѣхъ, хотя бы и длинныхъ, но не бесконечныхъ рядовъ, для которыхъ мы статистически учитываемъ частоты явленій, мы никогда не имѣемъ права уповать на полное совпаденіе частоты съ вѣроятностью. Въ частоты мы имѣемъ не вполне отчетливое, а лишь болѣе или менѣе расплывчатое изображеніе вѣроятности, и для того, чтобы по вѣроятностямъ гадать о частотяхъ или по частотямъ судить о вѣроятностяхъ, необходимо располагать мѣрою этой расплывчатости. Для случая, когда вѣроятность событія извѣстна и требуется составить предположеніе относительно возможной его частоты, такая мѣра дается величиною $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$, именуемой обычно модулемъ.

Въ урнѣ столько же бѣлыхъ, сколько и не бѣлыхъ шаровъ. Какъ часто появится бѣлый шаръ при n извлеченійхъ? Если бы n —число испытаній, которое предположено произвести,—было бесконечно велико, мы могли бы съ увѣренностью ожидать, что частотъ бѣлыхъ шаровъ будетъ въ точности равна 50%, ибо при бесконечно большомъ числѣ испытаній мы почти не рискуемъ натолкнуться хотя бы на малѣйшее отклоненіе частоты отъ вѣроятности. Но если n , хотя и велико, но не бесконечно, то ручаться, что бѣлый шаръ

вынется ровно въ 50^{0/0} всѣхъ случаевъ, мы не можемъ. Мы вправѣ лишь ожидать, что частость бѣлаго шара не очень далеко отойдетъ отъ 50^{0/0}. Пусть n равняется 1000. Мы не можемъ гарантировать, что бѣлый шаръ вынется ровно 500 разъ; онъ можетъ появиться и 499 разъ, и 502 раза и т. д. Но мы до крайности рѣдко встрѣтимся съ частостью, отклоняющеюся отъ $\frac{1}{2}$ болѣе нежели на тройной модуль, т.-е. на $3\sqrt{\frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{1000}} = 0,067$ и превышающею, слѣдовательно, 0,567 или недоходящею до 0,433. При n болѣе значительномъ, — если n , на примѣръ, равняется 100000, мы столь же рѣдко натолкнемся на частость, превосходящую 0,5067 ($3\sqrt{\frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{100000}} = 0,0067$) или не достигающую 0,4933. При $n = 1000$ мы можемъ, такимъ образомъ, увѣренно ожидать, что частость не выйдетъ изъ предѣловъ 0,433 и 0,567, а при $n = 100000$ мы можемъ эти границы сузить и принять, что частость бѣлаго шара будетъ лежать между 0,4933 и 0,5067.

Для того случая, когда даны не вѣроятности, а частости, величина $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ не можетъ служить удобною мѣрою степени соотвѣтствія между частостью и вѣроятностью, такъ какъ въ нее входитъ неизвѣстная величина p . Математическій анализъ показываетъ, что въ такихъ условіяхъ вѣроятность p , являющаяся въ задачѣ искомою, можетъ быть въ выраженіи для модуля $\left[\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}\right]$ замѣнена черезъ частость $\frac{m}{n}$, величина которой устанавливается эмпирически путемъ статистическаго подсчета. Выполняя это преобразование, мы получаемъ для модуля выраженіе $\sqrt{\frac{2\frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{n}\right)}{n}} = \sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$. Пусть, на примѣръ, изъ урны, содержащей въ неизвѣстномъ отношеніи шары бѣлые и не-бѣлые, производится n извлеченій, при которыхъ бѣлый шаръ появляется m разъ. Будь n бесконечно велико, мы могли бы увѣренно

утверждать, что доля бѣлыхъ шаровъ въ урнѣ въ точности равняется $\frac{m}{n}$. Но если n не бесконечно велико, то наблюдаемый нами фактъ свидѣтельствуеетъ лишь о томъ, что доля бѣлыхъ шаровъ въ урнѣ не слишкомъ далека отъ $\frac{m}{n}$. Предположимъ, что при тысячѣ извлеченій бѣлый шаръ вынулся 500 разъ; это не гарантируетъ, что въ урнѣ бѣлыхъ и не-бѣлыхъ шаровъ ровно половина на половину. Если мы для повѣрки начнемъ вскрывать урны, изъ которыхъ намъ случится при 1000 извлеченій вынуть бѣлый шаръ 500 разъ, то мы встрѣтимъ въ числѣ ихъ не только такія, гдѣ на сто шаровъ 50 бѣлыхъ, но и такія, гдѣ бѣлыхъ 49, 52 и т. д.; но мы до крайности рѣдко натолкнемся на такую урну, гдѣ отклоненіе доли бѣлыхъ шаровъ отъ 500/1000 будетъ значительно (напримѣръ, въ три раза) превосходить модуль, гдѣ, слѣдовательно, доля бѣлыхъ шаровъ будетъ меньше 0,433 (ибо $3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 500 \cdot 500}{1000^3}} = 0,067$) или больше 0,567. Равнымъ образомъ, при 100000 извлеченій появленіе бѣлаго шара 50000 разъ не гарантируетъ, что въ урнѣ бѣлыхъ шаровъ ровно 50%. Но зная, что тройной модуль $\left(3 \sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}\right)$ равняется при $m=50000$, $n=100000$ всего лишь 0,0067, мы можемъ увѣренно утверждать, что доля бѣлыхъ шаровъ не меньше 0,4933 и не больше 0,5067: если бы мы стали производить повѣрку, то крайне рѣдко натолкнулись бы на случаи, которые шли бы въ разрѣзъ съ такимъ утверженіемъ. Отъ ошибки мы, правда, не гарантированы: хотъ и не часто, но все же случаются и самыя маловѣроятныя событія; отъ времени до времени можетъ встрѣтиться такой исключительный случай, что въ урнѣ, изъ которой при 1000 извлеченій вынулось 500 бѣлыхъ шаровъ, окажется бѣлыхъ шаровъ и меньше 433/1000. Но это бываетъ такъ рѣдко, что на практикѣ возможностью такого происшествія можно не смущаться.

Пользованіе закономъ большихъ чиселъ опирается, такимъ образомъ, на то, что рѣдко встрѣчающіяся событія не принимаются во вниманіе. На какой степени рѣдкости тѣхъ

мініма, о которыхъ по суратъ статистикъ, остановиться, зависитъ въ значительной мѣрѣ отъ темперамента изслѣдователя. Кто очень остороженъ, найдетъ возможнымъ пренебречь опасностью натолкнуться лишь на отклоненія, превосходящія модуль въ три, въ четыре раза. Кто посмѣлѣе, будетъ довольствоваться и не столь рѣдко встрѣчающимися отклоненіями за предѣлы двойного модуля. Бюффонъ считалъ, какъ извѣстно, что можно пренебрегать событіями, вѣроятность которыхъ ниже 0,0001; онъ мотивировалъ это тѣмъ, что такую величиною измѣряется рискъ для здороваго взрослого человѣка умереть въ теченіе ближайшихъ сутокъ, — опасность, о которой никто не думаетъ. Если имѣть подъ руками таблицу значеній $F(u)$, то задаваться разъ навсегда какимъ-нибудь опредѣленнымъ значеніемъ предѣльной вѣроятности нѣтъ нужды. Цѣлесообразнѣе опредѣлять эту границу болѣе или менѣе строго, смотря по характеру задачи. Граница въ два, три модуля въ большинствѣ случаевъ въ достаточной мѣрѣ гарантируетъ рѣдкость ошибокъ, сопряженныхъ съ заключеніемъ по частотамъ о вѣроятностяхъ.

Помимо модуля, который мы въ дальнѣйшемъ изложеніи будемъ обозначать черезъ M , употребляются также для того, чтобы характеризовать степень соответствія частостей и вѣроятностей, иныя величины, такъ или иначе связанныя съ значеніемъ модуля. Эджвортъ прибѣгаетъ, напримѣръ, охотно къ квадрату модуля, получающему у него названіе „флуктуация“ $(= M^2 = \frac{2p(1-p)}{n} = \frac{2m(n-m)}{n^3})$. Большею популярностью пользуется величина, именуемая обычно мѣрою точности и обозначаемая черезъ h ($h = \frac{1}{M} = \sqrt{\frac{n}{2p(1-p)}} = \sqrt{\frac{n^3}{2m(n-m)}}$). Удобство этой характеристики заключается въ томъ, что степень соответствія между частостью и вѣроятностью тѣмъ выше, чѣмъ мѣра точности больше, тогда какъ между модулемъ и степенью соответствія частости и вѣроятности связь обратная, т. е. соответствіе тѣмъ больше, чѣмъ модуль меньше. Многіе писатели (на-

примѣръ, Лексисъ) склонны пользоваться характеристикой, именуемую „вѣроятная ошибка“; это такое значеніе величины uM , при которомъ $F(u)$ равняется половинѣ; изъ таблицы значеній $F(u)$ мы находимъ, что $F(u) = 1/2$ при $u = 0,4769$; вѣроятная ошибка равняется, слѣдовательно, $0,4769 \cdot M$. Свое названіе эта мѣра получаетъ въ силу того обстоятельства, что для отклоненія, равнаго $0,4769 \cdot M$, $F(u)$ (вѣроятность, что расхожденіе между p и $\frac{m}{n}$ будетъ не больше этой величины) и $1 - F(u)$ (вѣроятность, что расхожденіе между p и $\frac{m}{n}$ будетъ больше нея) равны между собою. Англійскіе писатели часто пользуются величиною $\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \frac{M}{\sqrt{2}}$. На какой изъ этихъ разнообразныхъ мѣръ остановиться, представляется теоретически почти 1) безразличнымъ. По соображеніямъ практическаго удобства (сравнительная простота формулировокъ) я предпочитаю придерживаться модуля.

VI.

Вѣроятности событій, утверждаетъ законъ большихъ чиселъ, отражаются въ частостяхъ, съ которыми событія повторяются въ длинныхъ рядахъ случаевъ, стоящихъ подъ дѣйствиємъ взятыхъ для вычисленія вѣроятности общихъ причинъ. Чѣмъ длиннѣе при этомъ рядъ, чѣмъ больше объединяется въ одно цѣлое отдѣльныхъ случаевъ, тѣмъ съ большею степенью точности частость, устанавливаемая эмпирически путемъ статистическаго учета, воспроизводитъ лежащую въ ея основѣ вѣроятность. Къ этимъ выводамъ насъ приводитъ теоретическій анализъ. Естественно возникаетъ вопросъ объ ихъ провѣркѣ путемъ эксперимента. Обнаруживаютъ ли фактически частости событій такое стре-

1) За выборъ модуля говоритъ, между прочимъ, то обстоятельство, что онъ сравнительно точно поддается вычисленію упрощеннымъ путемъ такъ наз. Auszählung: cf. Hausdorff, Beiträge, S. 166.

мленіе оказываться близкими по величинѣ къ вѣроятностямъ? Подтверждаетъ ли опытъ наши математическія выкладки?

Первымъ, кому пришло въ голову привлечь экспериментальныя данныя къ провѣркѣ положеній математической теоріи вѣроятностей ¹⁾, былъ Бюффонъ. Въ связи съ размышленіями надъ знаменитой въ лѣтописяхъ науки „Петербургской проблемой“, Бюффонъ производитъ 4040 подбрасываній монеты: орелъ выпадаетъ при этомъ 2048 разъ, рѣшетка 1992 раза; частость орла равна 0,507; она уклоняется отъ 0,500—ея наивѣроятнѣйшаго значенія—лишь на 0,007, тогда какъ модуль $M = \sqrt{\frac{2 \cdot 1/2 \cdot 1/2}{4040}} = 0,011$, и наши формулы позволяли бы ожидать отклоненія въ 0,022 и даже въ 0,033.

Съ легкой руки Бюффона подобные эксперименты повторялись неоднократно. При этомъ, какъ ни разнообразилась постановка опыта, результаты получались благопріятные, если только экспериментъ ставился правильно и условія, для которыхъ были выведены теоретическія вѣроятности, оказывались осуществленными ²⁾. Де-Морганъ ³⁾ повторяетъ опытъ Бюффона и подбрасываетъ монету до тѣхъ поръ, пока орелъ не выпадетъ 2048 разъ; рѣшетка появляется при этомъ 2044 раза. Джевонсъ ⁴⁾ подбрасываетъ десятокъ монетъ 2048 разъ: частость орла оказывается равною 0,505. Кетле ⁵⁾ помещаетъ въ урну 20 бѣлыхъ и 20 черныхъ шаровъ и производитъ въ обычныхъ условіяхъ, возвращая вынутый шаръ назадъ въ урну, 4096 извлеченій; частость чернаго шара устанавливается равною 0,496; частость бѣлаго шара 0,504. Вестергордъ ⁶⁾ кладетъ въ мѣшокъ въ равномъ коли-

1) „Comparer le calcul mathématique avec l'expérience“—*Buffon*, Arithmétique morale, p. 84.

2) Нельзя, напримѣръ, и ожидать, что орелъ и рѣшетка выпадутъ равное число разъ или что очко шесть появится въ одной шестой всего числа подбрасываній кости, если центръ тяжести монеты или кости лежитъ значительно ближе къ одной изъ сторонъ.

3) *De Morgan*, Formal Logic, p. 185; cf. On the Symbols of Logic, p. 122.

4) *Джевонсъ*, Основы науки, стр. 200—201.

5) *Quetelet*, Lettres sur la théorie des probabilités, p. 57.

6) *Westergaard*, Grundzüge, S. 22—26

чествъ шары бѣлые и красные и производить 10000 извлеченій; бѣлый шаръ появляется 5011 разъ; черный шаръ 4989 разъ. Аналогичные эксперименты производились во множествѣ съ костями, съ картами,—словомъ для всѣхъ разнообразныхъ игръ, основанныхъ на случайности, ¹⁾ съ которыми имѣеть дѣло математическая теорія вѣроятностей.

Помимо экспериментовъ, производимыхъ непосредственно ради опытной провѣрки закона большихъ чиселъ, въ нашемъ распоряженіи имѣется иной богатый матеріалъ, который не трудно использовать въ этихъ цѣляхъ. Мало ли играютъ люди въ азартныя игры, производя, не во имя науки, тѣ эксперименты, на которые тратили время Бюффонъ, Кетле и др.? Прево въ 1780 году указалъ на возможность привлечь

1) Въ дополненіе къ приведеннымъ выше примѣрамъ укажу изъ чрезвычайной разросшейся литературы такихъ экспериментовъ на многочисленныя статьи *R. Wolf*'a; на обильное, но теоретически безцвѣтное собраніе опытовъ *J. Cohen*'a; на любопытный по замыслу, но неумѣло освѣщаемый экспериментъ *K. Wagner*'a (*Wahrscheinlichkeitsrechnung und Lebensversicherung*, S. 239; правильное теоретическое освѣщеніе дается *Борткевичемъ* въ статьѣ *Der wahrscheinlichkeitstheoretische Standpunkt im Lebensversicherungswesen*); на аналогичный экспериментъ *Эджворта* (*Progressive means*, p. 470); на безынтересную серію экспериментовъ съ двумя костями *R. Livi* (*Anthropometria*, p. 69); на чрезвычайно поучительные эксперименты съ костями *Darbishire*; на разнообразныя данныя, разбросанныя въ статьяхъ *Pearson*'a (*Scientific aspect*, pp. 48, 54; *On the criterion*, pp. 167—168, 169; *On certain properties*, p. 245).

На примѣрахъ изъ области такъ наз. геометрическихъ вѣроятностей я не останавливаюсь, такъ какъ постановка этихъ экспериментовъ опирается на, порою довольно сложныя, геометрическія построенія, для статистика лишенная практическаго значенія. Интересующіеся этимъ вопросомъ найдутъ полезныя указанія въ изслѣдованіи *Czuber*'a *Geometrische Wahrscheinlichkeiten* (экспериментальныя данныя см. стр. 88—91, 101—102, 105—106). Я позволю себѣ лишь обратить вниманіе на любопытный экспериментъ *Forbes*'a (*On the alleged evidence*, p. 411 — 414). Возражая противъ нашумѣвшихъ въ свое время вычисленій *Michell*'я, пытавшагося опредѣлить при помощи теоріи вѣроятностей, случайно или неслучайно размѣщеніе звѣздъ на небосводѣ, *Forbes* для ознакомленія на опытъ съ характеромъ „random scattering“ бросаетъ на шахматную доску съ значительной высоты зерна риса и разсматриваетъ затѣмъ размѣщеніе зеренъ по отдѣльнымъ клѣткамъ доски; для научной интерпретаціи результатовъ этого эксперимента см. интересную статью *Kleiber*'a *On random scattering*, дающую на стр. 444 весьма поучительный вариантъ того же опыта.

такого рода данныя и сопоставилъ съ результатами опыта Бюффона имѣвшіяся въ его рукахъ свѣдѣнія о первыхъ 103 тиражахъ Французской Королевской лотереи ¹⁾. Фехнеръ ²⁾ подвергъ изученію матеріалы Саксонской лотереи; Czuber ³⁾ разработалъ данныя о тиражахъ лотереи въ Брюннѣ и въ Прагѣ за сто съ лишнимъ лѣтъ; Вестергордъ ⁴⁾ привлекъ матеріалы лотереи Копенгагенской и Датской. Опытъ можно при этомъ ставить самыми разнообразными способами. Особенно удобны по богатству различныхъ варьянтовъ, которые могутъ быть придаваемы изслѣдованію, лоттереи типа такъ наз. Zahlenlotto. Обычно игра въ такой лотереѣ заключается въ томъ, что изъ урны, содержащей 90 послѣдовательныхъ номеровъ (1, 2, 3, 90), извлекается пять номеровъ, причемъ вынутый номеръ не бросается въ урну обратно передъ извлеченіемъ слѣдующаго. Въ Италіи такіе тиражи производятся каждую субботу въ 8 городахъ, и вынувшіеся номера публикуются во всѣхъ газетахъ: каждый интересующійся безъ труда можетъ тамъ добыть данныя для провѣрки закона большихъ чиселъ. Поставимъ, примѣнительно къ подобной лотереѣ, вопросъ относительно частоты такого рода случаевъ, когда при тиражѣ среди пяти вынутыхъ номеровъ не попадается ни одного однозначнаго числа. Вѣроятность такого событія, вычисляемая обычнымъ путемъ въ предположеніи, что случаи выхода каждаго изъ содержащихся въ урнѣ номеровъ представляются равновозможными статочностями, равняется 0,58298; частотъ такихъ случаевъ оказалось въ Прагѣ при 2854 тиражахъ равною 0,58655, въ Брюннѣ при 2703 тиражахъ—0,57899. Вѣроятность, что всѣ пять номеровъ тиража выйдутъ либо въ порядкѣ возрастанія либо въ порядкѣ убыванія равняется 0,01667; частотъ такихъ случаевъ оказалась въ Прагѣ равною 0,01612, въ Брюннѣ 0,01739 ⁵⁾.

1) *Prevost*, Observations, p. 429: „On peut répéter ces expériences avec facilité en jouant à pair ou non sur les numéros sortant de quelque Loterie“.

2) *Fechner*, Kollektivmasslehre, S. 229 ff.

3) *Czuber*, Zum Gesetz der grossen Zahlen; см. изложеніе въ *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung*, I, S. 139—142.

4) *Westergaard*, Grundzüge, S. 2, 27—29, 32—33.

5) См. *Czuber*, W-rechnung, I, S. 139—140.

Номера, выходящіе при тиражѣ лотереи, тщательно регистрируются и такъ или иначе публикуются. Не такъ благоприятно обстоитъ дѣло съ иными азартными играми. Записывать, какъ распредѣлялись карты при тѣхъ безчисленныхъ экспериментахъ сдачи картъ, которые каждою ночью производятся любителями, никому, разумѣется, не приходитъ въ голову. Счастливое, съ нашей точки зрѣнія, исключеніе представляетъ въ этомъ отношеніи рулетка въ Монте-Карло: по исторіи выходящихъ въ ней номеровъ опубликованы довольно богатые данныя. Эти данныя неоднократно подвергались разработкѣ съ точки зрѣнія соответствія фактовъ предугазаніямъ теоріи вѣроятностей ¹⁾. Пирсонъ подсчитываетъ, на примѣръ, для 16141 испытанія, сколько разъ шарикъ остановился на красномъ цвѣтѣ: частость оказывается равною 0,5015. Для 16019 испытаній, разработанныхъ De Whalley, частость краснаго цвѣта (по даннымъ, приводимымъ Пирсономъ), равняется 0,5027 ²⁾.

На лотереѣ, гдѣ выходъ того или другаго числа зависитъ отъ случая, законъ большихъ чиселъ оправдывается. Если въ мѣшокъ насыпаны билеты за номерами 0, 1, 2, ... 9 въ одинаковомъ количествѣ, то при послѣдовательныхъ извлеченіяхъ всѣ номера будутъ выходить приблизительно

¹⁾ Наибольшій научный интересъ представляетъ изслѣдованіе *K. Pearson's*, The scientific aspect of Monte-Carlo roulette. Ср. также *K. Marbe*, Naturphilosophische Untersuchungen (неудачная интерпретація экспериментальныхъ данныхъ въ работѣ Марбе вызвала обширную полемическую литературу, — см. *Bortkiewicz*, Wahrscheinlichkeitstheorie und Erfahrung; *Lexis*, Abhandlungen, S. 222—226 (Anmerkung); *Bruns*, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmasslehre, S. 217—219; *Bruns*, Das Gruppenschema für zufällige Ereignisse, S. 623—624; *Lipps*, Die Theorie der Kollektivgegenstände, S. 116—117, 575 и отвѣтъ *Marbe* на замѣчанія *Lipps'a* въ томъ же томѣ *Philosophische Studien*, S. 462—465; *Brömse*, Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitslehre; *Grimsehl*, Mathematische Bemerkungen; отвѣтъ *Marbe* на критику *Brömse* и *Grimsehl'я*; *Grünbaum*, Isolierte und reine Gruppen; *Czuber*, W-rechnung, I, S. 144—149; подъ впечатлѣніемъ возраженій *Лексиса*, *Борткевича* и *Грюнбаума Marbe* и самъ увидаль себя, въ концѣ концовъ, 'вынужденнымъ' отказаться отъ своихъ построений — см. *Beiträge zur Logik*, V, S. 45) и *Ch. Henry*, La loi des petits nombres (работа теоретически столь же слабая, какъ и изслѣдованіе *Marbe*).

²⁾ *K. Pearson*, Scientific aspect, p. 48.

равно часто, такъ что частость каждой цифры будетъ равна приблизительно $1/10$ числа извлеченій. Возьмемъ математическую таблицу и присмотримся къ содержащимся въ ней цифрамъ. Никакой жеребьевки здѣсь не производится; все, напротивъ, строжайше predeterminedено законами алгебры и правилами арифметики. Откуда, казалось бы, взяться здѣсь „случаю“? Вспомнимъ, однако, что, въ дѣйствительности, и выходъ каждаго отдѣльнаго номера при тиражѣ лотереи вполне обусловленъ всею совокупностью дѣйствующихъ причинъ: при данномъ расположеніи номеровъ въ урнѣ и данномъ движеніи вынимающей руки можетъ вынуться только одинъ опредѣленный номеръ. „Случай“, съ которымъ имѣетъ дѣло законъ большихъ чиселъ, порождается не индетерминизмомъ, не отсутствіемъ причинной обусловленности рассматриваемыхъ единичныхъ явленій, а независимостью скрещивающихся между собою рядовъ причинъ. Но съ такими независимыми рядами мы имѣемъ дѣло и въ математикѣ. Неперовъ логарифмъ 3 величина вполне опредѣленная. Но съ десятиричною системою начертанія чиселъ, принятой въ нашей арифметикѣ, его значеніе ничѣмъ не связано, и скрещиваніе этихъ двухъ независимыхъ рядовъ дѣлаетъ появленіе разныхъ цифръ въ начертаніи логарифма явленіемъ того же порядка какъ выходъ ихъ при тиражѣ лотереи ¹⁾. „Случай есть и въ математикѣ“—указываетъ Lambert въ 1770 году. „Изобразимъ, напримѣръ, въ видѣ десятичной дроби корень квадратный изъ 12; ...каждая изъ цифръ занимаетъ въ силу необходимости свое мѣсто, ...но въ то же время онѣ слѣдуютъ одна за другой такъ, какъ если бы ихъ бросать наудачу. Разныя цифры встрѣчаются равно часто,—такъ, какъ было бы, если бы ихъ опредѣлять жеребьевкою“ ²⁾.

¹⁾ Cf. *Borel*, Les probabilités dénombrables, p. 258—261.

²⁾ *Lambert*, Essai de Taxéometrie, p. 330—331: Слѣдуетъ различать ordre de liaison и ordre de ressemblance. Оба „peuvent se trouver ensemble dans un même objet; mais il arrive bien souvent qu'on trouve l'une sans l'autre. Et si le défaut d'ordre de ressemblance devait être nommé hasard, comme en effet c'est la seule définition valable qu'on puisse donner de ce terme, non seulement on pourrait dire qu'il y a du hasard dans le monde, mais qu'il y en a

Въ самомъ дѣлѣ, цифра 0 повторяется, напримѣръ, среди 103 цифръ ряда 11 разъ (частость равна 0,107); цифра пять повторяется 10 разъ, цифра 7—11 разъ. То же самое мы наблюдаемъ въ начертаніи π ¹⁾. Если мы остановимся на

même dans la géometrie. Car en extrayant, par exemple, la racine quarrée du nombre 12 au moyen d'une suite décimale: 3,46410 16151 37754 58705 48926 83011 74473 38856 10507 62067 12561 11613 95890 38660 33817 60007 41622 92373 21449 71513 48 etc. il est clair qu'il y a dans ces nombres un ordre de liaison, et que chacun y occupe nécessairement sa place; mais il est également vrai aussi, qu'il n'y a absolument point d'ordre de ressemblance, et qu'ils se succèdent comme jettées au hasard. Tous les chiffres s'y rencontrent autant de fois l'un que l'autre, et cela aurait également lieu s'ils avaient été jettés au sort ou produits au hasard. Aussi le calcul des probabilités y est parfaitement applicable, quoique l'ordre de liaison qui règne dans ces nombres, ait une nécessité géométrique. Et cela me paraît mériter d'autant plus d'attention, que sans la différence qu'il y a entre ces deux espèces d'ordre, les calculs de probabilité ne seraient guères applicables aux cas où on les applique depuis qu'ils ont été inventés". Я позволяю себѣ привести безъ сокращеній эту длинную выписку въ виду того выдающагося мѣста въ исторіи науки, которое ей сообщаетъ вліяніе Ламбера на философію случайнаго Курно. Курно дважды ссылается на приведенное выше разсужденіе Ламбера (*Essai sur les fondements*, vol. I, p. 57—58; *Materialisme*, p. 311—313), не дѣлая, однако, точныхъ библиографическихъ указаній и приурочивая его къ случайному въ начертаніи не корня квадратнаго изъ 12, а π : послѣднее, насколько я могу судить, lapsus памяти.

1) Элементы случайнаго въ начертаніи π привлекали къ себѣ многократно вниманіе изслѣдователей. Выдающееся значеніе этотъ вопросъ имѣетъ въ системѣ философіи Курно. Примыкая отчасти къ Курно, а отчасти къ неизвѣстному мнѣ изслѣдованію Де-Моргана (*De Morgan*, Budget of paradoxes, p. 291) неоднократно возвращается къ нему *Edgeworth* (*Sp. Chance and law*, p. 159; *On discordant observations*, p. 370). О Де-Морганѣ упоминають также *Джевонсъ*, Основы науки, стр. 46 и *Venn*, *The Logic of chance*, p. 247. Разсужденія Венна по этому вопросу (*The Logic of chance*, p. 111 — 118, 247—248) настолько интересны, что я позволю себѣ привести in extenso двѣ выписки: „Take the well-known constant π for consideration. This stands for a quantity which presents itself in a vast number of arithmetical and geometrical relations; let us take for examination the best known of these, by regarding it as standing for the ratio of the circumference to the diameter of a circle. So regarded, it is nothing more than a simple case of the measurement of a magnitude by an arbitrarily selected unit. Conceive then that we had before us a rod or line and that we wished to measure it with absolute accuracy. We must suppose—if we are to have a suitable analogue to the determination of π to several hundred figures—that by the application of continued higher mag-

тѣхъ 707 десятичныхъ знакахъ, съ которыми π вычислено Шанксомъ, ¹⁾ то найдемъ среди нихъ 71 нуль, 79 единицъ, 72 двойки, 74 тройки и т. д.

Вмѣсто того, чтобы останавливать свое вниманіе на порядкѣ цифръ въ одномъ какомъ-нибудь числѣ, мы можемъ, слѣдуя примѣру Гаусса ²⁾, который первый привлекъ теорію вѣроятностей къ изученію таблицы логарифмовъ, взять серію разныхъ чиселъ, напримѣръ, послѣдовательныхъ логарифмовъ въ той или иной таблицѣ логарифмовъ. Разсматривая десятизначные логарифмы Веги, Бертранъ ³⁾ выбираетъ для изслѣдованія седьмой десятичный знакъ. Цифры 0, 1, 2 ...9

nifying power we can detect ever finer subdivisions in the graduation. We lay our rod against the scale and find it, say, fall between 31 and 32 inches; we then look at the next division of the scale, viz, that into tenths of an inch. Can we see the slightest reason why the number of these tenths should be other than independent of the number of whole inches? The „piece over“ which we are measuring may in fact be regarded as an entirely new piece which had fallen into our hands after that of 31 inches had been measured and done with; and similarly with every successive piece over, as we proceed to the ever finer divisions. Similar remarks may be made about most other incommensurable quantities, such as irreducible roots“ (p. 112—113). „We must be cautious when we decide upon the random character by mere inspection. It is very instructive here to compare the digits in π with those within the „period“ of a circulating decimal of very long period. That of 1/7699, which yields the full period of 7698 figures, was calculated some years ago by two Cambridge graduates (Mr. Lunn and Mr. Suffield) and privately printed. If we confine our examination to a portion of the succession, the random character seems plausible; i. e. the digits, and their various combinations, come out in nearly, but not exactly, equal numbers. So if we take batches of 10; the averages hover nicely about 45. But if we took the whole period which „circulates“, we should find these characteristics overdone, and the random character would disappear“ (p. 248);—cp. *Edgeworth*, On the application, p. 10—11; The law of error, p. 129—130.

См. также весьма интересныя разсужденія *Poincaré*, Réflexions sur le calcul des probabilités, (p. 264—265); возраженія противъ Курно *Renouvier*, Traité de Logique, p. 447—451; разборъ ихъ въ статьѣ *Lechâles*, Le hasard, p. 151—155 и довольно поверхностныя замѣчанія *Mansion*, Sur la portée objective, p. 37—39; cp. *Mentré*, Cournot et la renaissance du probabilisme, p. 194—196; *Darbon*, Le concept du hasard, p. 14—15, 41—55, 57—60.

¹⁾ См. *Shanks*, On the extension of the numerical value of π .

²⁾ См. *Gauss*, Einige Bemerkungen zu Vega's Thesaurus Logarithmorum (Werke, Bd. III, p. 259—260).

³⁾ *J. Bertrand*, Calcul des probabilités, p. XXIV.

чередуются въ нёмъ безъ всякаго видимаго порядка. Но подсчитывая для 10000 послѣдовательныхъ логарифмовъ частотъ каждой изъ нихъ, Бертранъ находитъ, что 0 повторяется 990 разъ, 1—997 разъ, 2—993 раза, 4—1012 разъ. Jordan ¹⁾ останавливается на 6 знакъ логарифмовъ Веги. Онъ подсчитываетъ для 1800 столбцовъ по 50 чиселъ, сколько разъ встрѣчается въ нихъ цифра 0. Вѣроятность встрѣтить 0 равняется 0,1; частотъ въ среднемъ для всѣхъ 1800 столбцовъ оказывается равною 0,0981. Брунсъ ²⁾ беретъ десятый знакъ тѣхъ же логарифмовъ и подсчитываетъ частотъ цифры 0 для 1000 столбцовъ по 60 чиселъ; частотъ оказывается равною 0,01004 ³⁾.

Любопытную эмпирическую провѣрку закона большихъ чиселъ даютъ намъ нѣкоторыя отрасли хозяйственной дѣятельности человѣка. Когда хлѣбный торговецъ, желая опредѣлить „натуру“ хлѣба, беретъ пурку, онъ полагается на то, что частотъ зеренъ разнаго вѣса во взятой имъ пробѣ будетъ съ достаточною степенью точности отвѣчать пропорціи ихъ во всей массѣ хлѣба,—подобно тому, какъ частотъ бѣлыхъ и черныхъ шаровъ въ ряду извлеченій отвѣчаетъ ихъ пропорціи въ урнѣ. Широкое распространеніе подобныхъ приѣмовъ въ торговой практикѣ свидѣтельствуешь о томъ, въ какой мѣрѣ дѣйствительность оправдываетъ довѣріе коммерціи къ закону большихъ чиселъ.

Сходную съ хлѣботорговлей провѣрку закона большихъ чиселъ предлагаетъ намъ метеорологія. Коммерсантъ взвѣшиваетъ горсточку зеренъ, чтобъ опредѣлить натуру хлѣба въ покупаемой партіи. Метеорологъ выставляетъ небольшой дождемѣръ, чтобы судить о количествѣ выпадающаго въ данной мѣстности дождя. Оба полагаются на то, что, въ силу закона большихъ чиселъ, ихъ проба будетъ съ доста-

¹⁾ *Jordan*, Handbuch, Bd. I, S. 560.

²⁾ *Brun*s, W—rechnung und Kollektivmasslehre, S. 256—257; Ср. *Werner*, Beiträge, S. 458—459, 465.

³⁾ См. также *Edgeworth*, Math. theory of banking, 119—120; Statistics of examinations, p. 628—632; Problems in probabilities, p. 384 (Phil. Mag., 1886); Chance and law, p. 159 (со ссылкой на *Proctor*, Universe and coming transits, p. 100); *Bowley*, Elements of Statistics, p. 288—291.

точною степенью приближенія отражать на себѣ составъ той „урны“, которая ихъ, собственно, интересуетъ ¹⁾.

Къ экспериментальной провѣркѣ закона большихъ чиселъ можно подойти также съ иной стороны, представляющей для статистика особый интересъ. Подбрасывая 2048 разъ десятокъ монетъ, Джевонсъ ²⁾ встрѣтилъ въ общемъ итогѣ почти столько же орловъ, сколько рѣшетокъ (частость орловъ оказалась равною 0,505). Но въ отдѣльныхъ десяткахъ орлы и рѣшетки далеко не всегда распредѣлялись съ такою равномерностью. Пять орловъ и пять рѣшетокъ выпало лишь 489 разъ; въ большинствѣ же случаевъ частости орловъ и рѣшетокъ отклонялись отъ $1/2$ —и порою весьма значительно: четыре раза выпали одни орлы, одинъ разъ выпало десять рѣшетокъ. Цифра 0 встрѣчается въ первыхъ 707 десятичныхъ знакахъ π съ частостью, равною $1/10$. Но если разбить 707 цифръ на группы по десяти цифръ, то далеко не въ каждомъ десяткѣ мы встрѣтимъ ровно по одному нулю: въ первомъ десяткѣ нѣтъ, напри- мѣръ, ни одного нуля, но зато среди дальнѣйшихъ десятковъ попадаютъ такіе, гдѣ входитъ два нуля, три нуля и даже [въ одномъ случаѣ] пять нулей. То же самое мы встрѣчаемъ при всѣхъ экспериментахъ, направленныхъ къ про- вѣркѣ закона большихъ чиселъ. Равенство между частостью и вѣроятностью оказывается неполнымъ: обычно наблю- дается нѣкоторое расхожденіе между ними, и, если экспе- риментъ повторяется въ неизмѣнныхъ условіяхъ нѣсколько разъ, то частости не сохраняютъ одного и того же значенія, а болѣе или менѣе колеблются,—устанавливаются то выше, то ниже вѣроятности. Эти колебанія частостей и даютъ почву для новой провѣрки закона большихъ чиселъ.

При десятикратномъ подбрасываніи монеты можетъ вы- пасть и въ дѣйствительности выпадаетъ и пять орловъ, и

¹⁾ Законъ большихъ чиселъ въ явленіи дождя съ неподражаемой ярко- стью изображенъ Бертраномъ (*Calcul des probabilités*, p. XIV—XV, p. 69).

Сходныя мысли развиваются Г. Майромъ (Закономѣрность въ обще- ственной жизни, стр. 77) и *Gabaglio* (*Teoria generale della statistica*, vol. II, p. 406) примѣнительно къ картинѣ падающаго снѣга.

²⁾ *Джевонсъ*, Основы науки, стр. 200.

шесть орловъ, и три орла и т. д. При этомъ каждая комбинація имѣеть, какъ мы видѣли (см. выше, стр. 241), свою вѣроятность. Вѣроятность 5 орловъ равняется 0,246; вѣроятность шести орловъ равняется 0,205. Если мы, слѣдовательно, повторимъ опытъ подбрасыванія десятка монетъ безконечно большое число разъ, то частости этихъ комбинацій, въ силу закона большихъ чиселъ, должны установиться въ точности равными 0,246 и 0,205. Если же мы подбросимъ десятокъ монетъ много, но не безконечно много разъ, то частости должны установиться болѣе или менѣе близко къ 0,246 и 0,205,— тѣмъ ближе, чѣмъ больше разъ будетъ повторенъ опытъ. Отвѣчаютъ ли этимъ предуканіямъ теоріи экспериментальныя данныя? Въ нижеслѣдующей табличкѣ вѣроятности разныхъ комбинацій сопоставлены съ частостями, установившимися при опытѣ Джевонса:

	Вѣроятность	Частость
10 орловъ	0,001	0,002
9 " 1 рѣшетка	0,009	0,017
8 " 2 рѣшетки	0,044	0,063
7 " 3 "	0,117	0,123
6 " 4 "	0,205	0,181
5 " 5 рѣшетокъ	0,246	0,239
4 орла, 6 "	0,205	0,194
3 " 7 "	0,117	0,112
2 " 8 "	0,044	0,050
1 орелъ, 9 "	0,009	0,018
10 "	0,001	0,0005

Наивѣроятнѣйшая комбинація—5 орловъ и 5 рѣшетоковъ—обладаетъ и наибольшею частостью. Чѣмъ значительнѣе число орловъ отходитъ отъ пяти, тѣмъ менѣе вѣроятна такая комбинація и тѣмъ рѣже она встрѣчается. Комбинаціи равновѣроятныя и встрѣчаются болѣе или менѣе одинаково часто: частость случаевъ, когда орловъ больше чѣмъ рѣшетоковъ, равняется 0,386 и лишь на 0,01 превышаетъ частость такихъ случаевъ, когда орловъ меньше чѣмъ рѣшетоковъ. Словомъ, все складывается болѣе или менѣе такъ, какъ за-

ставляетъ ожидать законъ большихъ чиселъ ¹⁾. Полнаго совпаденія между вѣроятностями и частостями отдѣльныхъ комбинацій, правда, нѣтъ; но его и нѣтъ оснований ожидать: полное равенство установилось бы лишь, если бы Джевонсъ подбросилъ свой десятокъ монетъ не 2048 разъ, а безконечное число разъ.

Подобно тому, какъ среди десятка подброшенныхъ монетъ любое число можетъ выпасть рѣшеткой, такъ же точно и среди десяти выходящихъ въ лотереѣ номеровъ можетъ оказаться любое число четныхъ. Такъ какъ вѣроятности выхода номера четнаго и номера нечетнаго равны между собою, то наиболѣе вѣроятною представляется при этомъ такая комбинація, при которой число четныхъ номеровъ равно числу нечетныхъ и обоихъ выходитъ по пяти. Но четныхъ номеровъ можетъ оказаться больше или меньше чѣмъ нечетныхъ. Разница между числомъ тѣхъ и другихъ будетъ, напримѣръ, равна 2, если четныхъ выйдетъ 6, а нечетныхъ 4, или, наоборотъ, четныхъ 4, а нечетныхъ 6. Не трудно вычислить вѣроятность такого событія: по теоремѣ сложенія вѣроятностей она равняется суммѣ вѣроятностей тѣхъ двухъ варьянтовъ, въ какихъ событіе можетъ представиться. Но вѣроятность, что четныхъ будетъ 6, а нечетныхъ 4, равняется, какъ мы знаемъ [см. выше стр. 263] 0,205; той же величинѣ равняется и вѣроятность того, что четныхъ будетъ 4, а нечетныхъ 6. Искомая вѣроятность устанавливается, слѣдовательно, равною 0,410. Вычислимъ тѣмъ же путемъ вѣроятности того, что разница между числомъ четныхъ и нечетныхъ номеровъ будетъ равняться 4, 6, 8 и 10 и сопоставимъ съ данными Саксонской лотереи ²⁾:

Разница между числомъ четныхъ и нечетныхъ номеровъ	Вѣроятность	Частость [въ 5000 испытаній]
0	0,2460	0,2402
2	0,4102	0,4054

¹⁾ Ср. *Elderton*, *Primer*, p. 11—12, 24, 75 (аналогичные эксперименты съ 150 подбрасываніями 14 монетъ и съ 45 серіями по 20 подбрасываній 6 монетъ); *Гатлихъ*, *Записки*, стр. 40—41.

²⁾ См. *Fechner*, *Kollektivmasslehre*, S. 229.

4	0,2344	0,2450
6	0,0878	0,0884
8	0,0196	0,0194
10	0,0020	0,0016

Степень частоты, съ какою встрѣчаются въ дѣйствительности разнаго размѣра отклоненія чиселъ четныхъ, и нечетныхъ номеровъ отъ равенства, полностью отвѣчаетъ предугазаніямъ теоріи.

Брунсъ подсчитываетъ, какъ часто повторяются нули въ десятомъ знакѣ логарифмовъ Вега. Онъ образуетъ группы по 60 логарифмовъ и изучаетъ 1000 такихъ группъ. Наивѣроятнѣйшая комбинація та, въ которую входитъ 6 нулей [частость нуля $6/60=0,1$ равняется вѣроятности попасть на нуль]. Эта комбинація, дѣйствительно, и встрѣчается всего чаще,—именно, 183 раза. Брунсъ ¹⁾ вычисляетъ вѣроятности всѣхъ комбинацій и сопоставляетъ ихъ съ наблюденнымъ частостями:

Число нулей въ группѣ	вѣроятность такой комби- націи	частость такой комбинаціи
0	0,0018	0,000
1	0,0120	0,0060
2	0,0393	0,0360
3	0,0843	0,0780
4	0,1336	0,1490
5	0,1662	0,1610
6	0,1693	0,1830
7	0,1451	0,1340
8	0,1068	0,1140
9	0,0686	0,0740
10	0,0389	0,0340
11	0,0196	0,0190
12	0,0089	0,0100
13	0,0036	0,0000
14	0,0014	0,0020
15—60	0,0006	0,0000

¹⁾ *Brunns, W—rechnung und Kollektivmasslehre, S. 280.*

Соотвѣтствіе между рядами, по мнѣнію Брунса, можно признать вполне удовлетворительнымъ.

Тотъ путь, какимъ идутъ Джевонсъ, Фехнеръ и Брунсъ къ сопоставленію выводовъ теоріи съ результатами эксперимента, представляется наиболѣе нагляднымъ. Но на практикѣ онъ неудобенъ, если число испытаній въ сравниваемыхъ серияхъ экспериментовъ сколько-нибудь значительно. Вычислить вѣроятности всѣхъ различныхъ комбинацій орловъ и рѣшетокъ при десяти подбрасываніяхъ монеты не трудно. Но при сотнѣ и даже при поль-сотнѣ подбрасываній задача становится слишкомъ хлопотливой. Въ виду этого представляется цѣлесообразнымъ нѣсколько видоизмѣнить пріемъ изслѣдованія и воспользоваться для проверки закона большихъ чиселъ формулою Лапласа и таблицю значеній $F(u)$.

Вестергордъ ¹⁾ производитъ изъ мѣшка съ равнымъ количествомъ бѣлыхъ и красныхъ шаровъ сто извлеченій и повторяетъ этотъ опытъ сто разъ. Частость бѣлыхъ шаровъ устанавливается для всей совокупности 10000 извлеченій равною 0,5011. Но въ предѣлахъ отдѣльныхъ сотенъ частость бѣлыхъ шаровъ нерѣдко замѣтно уклоняется отъ половины. Вестергордъ встрѣчаетъ въ 1 случаѣ 34 бѣлыхъ шара;

”	1	”	39	”	”
”	2	”	40	”	”
”	2	”	41	”	”
”	2	”	42	”	”
”	3	”	43	”	”
”	3	”	44	”	”
”	4	”	45	”	”
”	5	”	46	”	”
”	6	”	47	”	”
”	5	”	48	”	”
”	11	”	49	”	”
”	9	”	50	”	”

¹⁾ См. *Westergaard*, Grundzüge, S. 22. Ср. аналогичные эксперименты *Czuber'a* (*W—rechnung*, I, S. 286—292) и *Dormoy* (*Théorie mathématique*, vol. I, p. 31—33).

Вестергордъ встрѣчаетъ въ 5 случаѣ	51 бѣлыхъ шара;
„ 10 „	52 „ „
„ 4 „	53 „ „
„ 8 „	54 „ „
„ 3 „	55 „ „
„ 5 „	56 „ „
„ 4 „	57 „ „
„ 4 „	58 „ „
„ 1 „	61 „ „
„ 1 „	62 „ „
„ 1 „	63 „ „

Чтобъ провѣрить, отвѣчаютъ ли частоты, съ которыми встрѣтились разныя числа бѣлыхъ шаровъ при опытѣ Вестергорда, предуканіямъ теоріи вѣроятностей, обратимся къ формулѣ Лапласа. Согласно этой формулѣ, вѣроятность, что отклоненіе частоты бѣлыхъ шаровъ отъ 0,5 пре-

взойдетъ модуль $M \left(= \sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{100}} = 0,071 \right)$

не болѣе чѣмъ въ u разъ, равняется $F(u)$. Но $F(u)$ равняется приблизительно половинѣ при $u=0,48$; слѣдовательно, съ вѣроятностью, равною $\frac{1}{2}$, мы можемъ ожидать, что частость бѣлыхъ шаровъ не отклонится отъ 0,5 больше чѣмъ на $0,48 \cdot 0,071=0,034$, т.-е., что она не будетъ ниже 0,466 или выше 0,534. Въ дѣйствительности въ этихъ предѣлахъ держится 50 серій изъ ста. $F(u)$ равняется приблизительно $\frac{2}{3}$ при $u=0,68$. Но $0,68 \cdot 0,071=0,48$. Слѣдовательно, около двухъ третей частостей должны лежать въ предѣлахъ: $0,5 - 0,048=0,452$ и $0,5 + 0,048=0,548$; въ дѣйствительности въ этихъ предѣлахъ держится 63 серіи. $F(u)$ равна приблизительно 0,9 при $u=1,16$; въ предѣлахъ $0,5 - 1,16 \cdot 0,071 = 0,418$ и $0,5 + 1,16 \cdot 0,071 = 0,582$ лежитъ 91 частость изъ ста. Согласіе между экспериментальными данными и теоретическими выкладками, какъ видимъ, полнѣйшее.

Экспериментальная провѣрка закона большихъ чиселъ, опирающаяся на формулу Лапласа, можетъ облекаться въ двѣ формы. Можно, съ одной стороны, задаваясь опредѣленными значеніями вѣроятности $F(u)$, подыскивать тѣ пре-

дѣлы, изъ какихъ, согласно теоріи, не должна бы выходить частость разсматриваемаго событія съ данною степенью вѣроятности. Вѣроятность $F(u)$ равна, на примѣръ, половинѣ при $u=0,48$; слѣдовательно, въ силу закона большихъ чиселъ, приблизительно въ половинѣ случаевъ частость бѣлыхъ шаровъ при сотнѣ извлеченій не должна бы выходить изъ предѣловъ 0,466 и 0,534; въ дѣйствительности, въ этихъ предѣлахъ и держится 50 случаевъ изъ ста. Такъ разсуждали мы выше при анализѣ эксперимента Вестергорда. Но можно вести разсужденіе по-иному,—именно, задаваться опредѣленными предѣлами для отклоненія частостей отъ ихъ наивѣроятнѣйшаго значенія и затѣмъ подыскивать въ таблицѣ $F(u)$, съ какою степенью вѣроятности законъ большихъ чиселъ заставляетъ насъ ожидать, что отклоненія не выйдутъ изъ этихъ предѣловъ. Если въ урнѣ лежитъ поровну шаровъ бѣлыхъ и не бѣлыхъ, то при ста извлеченіяхъ модуль равняется 0,071. Какъ велика вѣроятность, что отклоненіе частости бѣлаго шара отъ 50% не будетъ больше модуля? Таблица значеній $F(u)$ даетъ намъ для $u=1$ величину $F(u)=0,84$. Слѣдовательно, приблизительно въ 84% случаевъ частость бѣлыхъ шаровъ при опытѣ Вестергорда не должна бы выходить изъ предѣловъ 0,43 и 0,57. Въ дѣйствительности, въ этихъ предѣлахъ держится 86 частостей изъ ста.

Во всѣхъ разсмотрѣнныхъ случаяхъ отвѣтъ на вопросъ, отвѣчаетъ ли дѣйствительно наблюденная картина распределенія частостей около ихъ наивѣроятнѣйшаго значенія предугазаніямъ теоріи вѣроятностей, опирается на сопоставленіе ряда конкретныхъ частостей съ теоретически вычисленными ихъ значеніями. Въ опытѣ Джевонса мы вычисляемъ, на примѣръ, предварительно, какъ часто слѣдуетъ ожидать при десяти подбрасываніяхъ монеты появленія пяти орловъ, четырехъ орловъ, шести орловъ и т. д.; затѣмъ мы сравниваемъ для всѣхъ одиннадцати различныхъ комбинацій ихъ дѣйствительныя частости, наблюдавшіяся при экспериментѣ, съ вычисленными и такъ или иначе сводимъ итоги этихъ одиннадцати отдѣльныхъ сопоставленій въ одно общее сужденіе: результаты опыта въ достаточной мѣрѣ отвѣчаютъ

указаніямъ теоріи. Если при такомъ суммированіи впечатлѣній мы не руководствуемся опредѣленными правилами, то выводъ получаетъ нѣсколько произвольный характеръ. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ наблюдается почти полное совпаденіе теоретической величины съ дѣйствительной, въ другихъ онѣ значительно расходятся. Смотри по темпераменту, одинъ изслѣдователь дастъ перевѣсъ однимъ элементамъ картины, другой другимъ, и окончательный приговоръ будетъ вынесенъ разными судьями разный. Подобной субъективности въ оцѣнкѣ общаго впечатлѣнія отъ сравниваемыхъ рядовъ чиселъ можно избѣгать, если ввести такую характеристику степени ихъ взаимнаго соотвѣтствія, которая непосредственно давала бы ея численную мѣру, резюмирующую въ одномъ числѣ въ слитной формѣ всѣ единичныя слагаемыя. Такого рода характеристики могутъ принимать самыя разнообразныя формы. Наибольшею популярностью пользуется среди статистиковъ слѣдующая. Обозначимъ черезъ p вѣроятность событія, черезъ n , какъ и ранѣе, число испытаній при каждомъ опытѣ и черезъ μ число разъ, которое мы повторяемъ опытъ. Обозначимъ черезъ p' дѣйствительную частоту событія при первомъ опытѣ, черезъ p'' —его частоту при второмъ опытѣ и т. д., черезъ $p^{(\mu)}$ —частоту событія при послѣднемъ опытѣ. Обозначимъ, далѣе, дѣйствительныя размѣры отклоненія частоты событія при первомъ опытѣ отъ ея наивѣроятнѣйшаго значенія черезъ δ' [δ' , слѣдовательно, равняется $p' - p$]; обозначимъ черезъ δ'' разность p'' и p , и т. д. черезъ $\delta^{(\mu)}$ разность $p^{(\mu)}$ и p . Математическія выкладки обнаруживаютъ, что, въ случаѣ полного соотвѣтствія между дѣйствительностью и теоріей, величина

$\sqrt{\frac{2[\delta'^2 + \delta''^2 + \dots + \delta^{(\mu)2}]}{\mu}}$ должна приблизительно равняться моду-

лю $M = \sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$, а частное отъ дѣленія $\sqrt{\frac{2[\delta'^2 + \delta''^2 + \dots + \delta^{(\mu)2}]}{\mu}}$

на $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$, которое мы будемъ обозначать черезъ Q ,

должно быть приблизительно равно 1. Въ опытѣ Вестергорда p равняется, на примѣръ, 0,5; n , число извлеченій въ каждой серіи, равняется 100; μ , число серій по ста извле-

чений, равняется также 100. Модуль, вычисляемый по формулѣ $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$, оказывается равнымъ, какъ мы видѣли, 0,071. Дѣйствительныя частоты появленія бѣлаго шара въ каждой изъ разсматриваемыхъ ста серій по ста извлеченій сгруппированы выше на стр. 266. Одинъ разъ бѣлый шаръ вынулся 34 раза; частота его появленія, равная 0,34, отклоняется отъ наивѣроятнѣйшаго значенія на 0,16; δ' должна быть, слѣдовательно, приравнена 0,16. Одинъ разъ бѣлый шаръ вынулся 39 разъ; $\delta'' = 0,11$. Два раза бѣлый шаръ вынулся по сорокъ разъ; δ''' и $\delta^{(iv)}$ равны 0,10. Продолжая такимъ путемъ вычислять отдѣльныя δ и замѣчая, что при равенствѣ нѣсколькихъ δ мы можемъ получить сумму ихъ квадратовъ, помножая на ихъ число значеніе δ^2 , вычисленное для первой изъ нихъ, мы приходимъ къ слѣдующей табличкѣ, гдѣ черезъ N обозначено число разъ, въ какомъ встрѣтилась помѣченная въ той же строкѣ перваго столбца частота бѣлаго шара: N , равное 11, указываетъ, напри- мѣръ, на то, что частота бѣлаго шара, равная 0,49, встрѣ- тилась въ 11 случаяхъ.

Частота бѣлаго шара.	N	δ	$N\delta^2$
0,34	1	— 0,16	0,0256
0,39	1	— 0,11	0,0121
0,40	2	— 0,10	0,0200
0,41	2	— 0,09	0,0162
0,42	2	— 0,08	0,0128
0,43	3	— 0,07	0,0147
0,44	3	— 0,06	0,0108
0,45	4	— 0,05	0,0100
0,46	5	— 0,04	0,0080
0,47	6	— 0,03	0,0054
0,48	5	— 0,02	0,0020
0,49	11	— 0,01	0,0011
0,50	9	0	0
0,51	5	+ 0,01	0,0005
0,52	10	+ 0,02	0,0040
0,53	4	+ 0,03	0,0036

0,54	8	+ 0,04	0,0128
0,55	3	+ 0,05	0,0075
0,56	5	+ 0,06	0,0180
0,57	4	+ 0,07	0,0196
0,58	4	+ 0,08	0,0256
0,61	1	+ 0,11	0,0121
0,62	1	+ 0,12	0,0144
0,63	1	+ 0,13	0,0169

Складывая теперь числа крайняго справа столбца, мы получаемъ $[\delta'^2 + \delta''^2 + \dots + \delta^{(100)^2}] = 0,2737$. Отсюда,

$$\sqrt{\frac{(\delta'^2 + \delta''^2 + \dots + \delta^{(100)^2})}{2 \cdot 100}} = 0,074. \text{ Раздѣляя } 0,074 \text{ на } 0,071,$$

находимъ $Q = 1,03$. Значеніе Q въ достаточной мѣрѣ близко къ 1, и согласіе результатовъ эксперимента съ теоріей можетъ быть признано вполне удовлетворительнымъ, тѣмъ болѣе, что полного равенства Q единицъ не заставляетъ ожидать и теорія: лишь, если бы μ было бесконечно велико, Q должно было бы, согласно теоріи, строго равняться 1, и малѣйшее отклоненіе Q отъ 1 свидѣтельствовало бы о расхожденіи между опытомъ и теоріей. При числѣ же серій испытаній, хоть и большомъ, но не бесконечно большомъ, теорія намѣчаетъ значеніе 1 для Q лишь, какъ наивѣроятнѣйшее, допуская, какъ вполне возможныя, большія или меньшія, въ зависимости отъ величины μ , отклоненія отъ 1 ¹⁾.

¹⁾ Другой сходный по формѣ, несмотря на иную по существу постановку проблемы (cf. *Gini*, *Il sesso*, p. 89—85, 122; *Борткевичъ*, *Задачи и концепціи*, стр. 362, прим.), приемъ свѣрки экспериментальныхъ данныхъ съ указаніями теоріи заключается въ слѣдующемъ. Обозначимъ черезъ $[\delta]$ сумму первыхъ степеней всѣхъ отклоненій, взятыхъ съ положительнымъ знакомъ; обозначимъ черезъ $[\delta^2]$ сумму квадратовъ отклоненій. Математическая теорія показываетъ, что, при полномъ согласіи между опытомъ и теоріей, между этими двумя величинами должно установиться довольно простое соотношеніе, именно: $\pi[\delta]^2 = 2\mu[\delta^2]$. Мы можемъ, слѣдовательно, вычислить $[\delta]$ и $[\delta^2]$ и характеризовать степень согласія между данными опыта и теоріей близостью величины $\frac{2\mu[\delta^2]}{[\delta]^2}$ къ π . Въ опытѣ Вестергорда $[\delta] = 4,09$, $[\delta^2] = 0,2737$. Отсюда $\pi = 3,27$,—величина не очень далекая отъ дѣйствительнаго значенія π . Берранъ произвелъ подобную провѣрку надъ десятизначными логарифмами Вега-

Какъ велики могутъ быть отклоненія величины Q отъ 1? Гдѣ тотъ предѣлъ, отклоненіе за который позволяетъ утверждать, что опытъ и теорія не сходятся? Q , равное 1,04,— утверждаемъ мы—достаточно близко къ единицѣ. А если бы Q оказалось равнымъ 1,40? Могли бы мы считать, что опытъ подтверждаетъ теорію, или нѣтъ? Рационально обоснованный приемъ для рѣшенія такихъ вопросовъ предложенъ Борткевичемъ. Мы знаемъ (см. выше, стр. 249), что законъ большихъ чиселъ при не безконечномъ числѣ испытаній не позволяетъ съ увѣренностью ожидать полного совпаденія частоты съ ея наивѣроятнѣйшимъ значеніемъ, но даетъ возможность намѣтить нѣкоторыя границы, изъ которыхъ отклоненія частоты отъ ихъ наивѣроятнѣйшаго значенія почти никогда не выходятъ. Въ случаѣ бѣльшаго отклоненія мы вправѣ считать опровергнутымъ предположеніе, будто въ основѣ разсматриваемой частоты лежитъ принятая нами вѣроятность. Если отклоненіе частоты появления орла отъ половины превыситъ модуль въ два или три раза, то мы вправѣ заключить, что вѣроятность выпаденія орла не равна половинѣ и монета неправильно отчеканена. Равнымъ образомъ въ разсматриваемой сейчасъ проблемѣ, если отклоненіе Q отъ 1 превыситъ въ два или три раза модуль, вычисляемый для условій этой задачи, то мысль, будто расхождение между Q и 1 обусловлено, единственно, недостаточнымъ числомъ наблюдений, должна быть отвергнута. Дѣло сводится, слѣдовательно, къ тому, чтобы найти для поставленной задачи значеніе модуля. Какъ показываетъ Борткевичъ ¹⁾, оно равняется $\frac{1}{\sqrt{\mu}}$. При $\mu = 100$, модуль получаетъ,

Взявъ десять серій седьмыхъ десятичныхъ знаковъ по 1000 цифръ въ каждой, онъ подсчиталъ для нихъ, сколько разъ повторяется въ нихъ цифра 0; сопоставляя дѣйствительныя частоты съ теоретически наивѣроятнѣйшей (0,1), Бертранъ получилъ, по приведенной выше формулѣ, $\pi = 3,122$. Повторяя то же изслѣдованіе надъ частотой цифры 1, Бертранъ получилъ $\pi = 3,196$. Среднее арифметическое изъ этихъ двухъ значеній π оказывается равнымъ 3,158;—*Bertrand, Calcul des probabilités, p. XXIV.*

¹⁾ *Borthkiewicz, Ueber den Präcisionsgrad des Divergenzcoefficienten, S. 2.* (Борткевичъ вычисляетъ не модуль, а среднюю квадратическую ошибку, которая меньше модуля въ отношеніи $1 : \sqrt{2}$).

такимъ образомъ, значеніе 0,1, и въ опытѣ Вестергорда мы лишь въ томъ случаѣ могли бы утверждать, что дѣйствительная картина наблюденныхъ частотей не отвѣчаетъ указаніямъ теоріи, если бы Q отклонилось отъ единицы на 0,3 или хотя бы на 0,2 ¹⁾.

1) Опираясь на выведенное Борткевичемъ значеніе модуля для величины Q , можно придать свѣркѣ экспериментальныхъ данныхъ съ теоріей новую постановку. Изъ урны въ обычныхъ условіяхъ вынимается n шаровъ, и отмѣчается частота появленія бѣлаго шара; опытъ повторяется μ разъ и для установленныхъ μ частотей вычисляется значеніе Q . Затѣмъ экспериментъ извлеченія μ разъ по n шаровъ продѣлывается вновь, и вычисляется новое значеніе Q ; и т. д. Зная, что, согласно теоріи, наивѣроятнѣйшимъ значеніемъ Q является 1 и что модуль для отклоненій Q отъ 1 измѣряется величиною

$\frac{1}{\sqrt{\mu}}$, мы можемъ сопоставить колебанія дѣйствительно установленнаго нами ряда значеній Q съ тѣми, какія предугазываются теоріей. При этомъ для большаго удобства сопоставленій можно конструировать мѣру совпаденія фактическихъ колебаній Q съ теоретическими, подобную самому Q и характеризующую однимъ числомъ степень соответствія между фактами и теоріей. Такою мѣрою, въ предположеніи, что мы имѣемъ дѣло съ σ значеніями Q , можетъ служить отношеніе

$$\sqrt{\frac{2[(1 - Q_1)^2 + (1 - Q_2)^2 + \dots + (1 - Q_\sigma)^2]}{\sigma}} : \frac{1}{\sqrt{\mu}}$$

которое, какъ показываетъ Борткевичъ, согласно теоріи, должно приблизительно равняться 1. Для ряда Q , характеризующихъ, по изслѣдованію Лексиса, степень устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди новорожденныхъ для 34 прусскихъ округовъ за 60 мѣсяцевъ 1868—72 гг., Борткевичъ получилъ, на примѣръ, для значенія этой мѣры величину 1,1 (см. *Bortkiewicz, Ueber den Präcisionsgrad*, S. 3). Вычисляя для ряда рядовъ Q значенія предложенной Борткевичемъ мѣры, можно ихъ, въ свою очередь, подвергнуть изученію съ точки зрѣнія соответствія ихъ колебаній тому, что предугазывается теоріей. Если располагать достаточно обильнымъ фактическимъ матеріаломъ, то въ этомъ направленіи можно идти ad infinitum, поднимаясь отъ частотей къ ихъ колебаніямъ, отъ мѣры соответствія этихъ колебаній теоретическимъ предугазаніямъ къ колебаніямъ самой мѣры, и т. д. (ср. *Greiner, Ueber das Fehlersystem*, Kapitel III).

Три четверти вѣка тому назадъ Пуансо, оппонируя Пуассону, издѣвался надъ тѣмъ, что въ теоріи вѣроятностей „après avoir calculé la probabilité de l'erreur dans'une certaine chose, il faudrait calculer la probabilité de l'erreur dans son calcul“. Что сказалъ бы Пуансо, если бы дожилъ до нашихъ дней когда безъ вычисленія вѣроятныхъ ошибокъ и даже вѣроятныхъ ошибокъ вѣроятныхъ ошибокъ строгіе математики не позволяютъ и шага ступить въ обла-

Я не буду описывать во всѣхъ подробностяхъ тѣхъ разнообразныхъ формъ, которыя можетъ принимать и принимаетъ въ дѣйствительности экспериментальная провѣрка закона большихъ чиселъ ¹⁾. Для нашихъ цѣлей достаточно приведенныхъ выше данныхъ. Онѣ убѣдительно свидѣлствуютъ, что опытъ полностью подтверждаетъ теоретическія построения ²⁾. Частоты воспроизводятъ лежащую въ ихъ основѣ вѣроятность съ тою степенью точности, какую указываетъ законъ большихъ чиселъ. Въ мѣрѣ, намѣчаемой теоріею, преобладаютъ при правильно поставленныхъ экспериментахъ такіе случаи, гдѣ частоты событій держатся близко къ вѣроятности. Случаи, гдѣ частоты болѣе или менѣе значительно отклоняются отъ вѣроятности, встрѣчаются рѣже и притомъ тѣмъ рѣже, чѣмъ больше отклоненіе; самое убываніе ихъ числа съ ростомъ размѣра отклоненія слѣдуетъ, въ свою очередь, законамъ, выведеннымъ теоретически. Отвлеченныя умозрѣнія теоріи вѣроятностей стоятъ, какъ оказывается, въ строгомъ соотвѣтствіи съ эмпирическими данными, которыя устанавливаются чуждымъ всякому умствованію экспериментальнымъ изслѣдованіемъ. Такое согласіе теоріи и опыта—вѣрный залогъ того, что построения

сти приложений теоріи вѣроятностей! А насколько они правы въ своей суровости, примѣромъ тому служить неудачная полемика *K. Wagner'a* противъ Лексинсовой теоріи устойчивости статистическихъ чиселъ: главный аргументъ Вагнера (Q оказывается близкимъ къ единицѣ, именно, равнымъ 1,21, для ряда частостей съ вѣроятностью, завѣдомо—въ силу постановки эксперимента—понижающейся отъ одной серіи испытаній къ другой) отпадаетъ, какъ только мы констатируемъ (см. *Bortkiewicz, Der w—theoretische Standpunkt im Lebensversicherungswesen*), что модуль въ условіяхъ вагнеровскаго эксперимента равняется 0,04, и отклоненіе Q отъ 1 превосходитъ модуль въ добрыхъ пять разъ.

¹⁾ Наиболѣе любопытнымъ для статистика варьянтомъ представляется такая постановка эксперимента, которая направлена непосредственно на констатированіе факта убыванія амплитуды колебаній частостей около ихъ наиболѣе вѣроятнѣйшаго значенія съ ростомъ числа испытаній, объединяемыхъ въ одну группу. Классическимъ примѣромъ служитъ экспериментъ *Кетле*,—см. *Lettres sur la théorie des probabilités*, p. 56—58, 93—96, 373—374. Удобный матеріалъ для подобныхъ сопоставленій даетъ *Bowley, Elements of Statistics*, p. 288—291.

²⁾ Ср. *Czuber, W—rechnung*, I, S. 136.

теоріи вѣроятностей покоятся на надежномъ фундаментѣ и могутъ быть —при условіи должной осторожности въ примѣненіи ихъ къ изслѣдованію явленій, менѣе ясныхъ нежели „основанныя на случайности игры“, —используемы въ цѣляхъ рациональнаго обоснованія статистической теоріи, ради которыхъ мы къ нимъ обратились.

VII.

Законъ большихъ чиселъ, связывая вѣроятности событій съ ихъ частостями и намѣчая предѣлы мыслимаго расхожденія между тѣми и другими, открываетъ возможность судить по однѣмъ о другихъ: зная вѣроятность событія, мы съ достаточной степенью увѣренности предугадываемъ, какъ часто событіе будетъ повторяться, и, наоборотъ, установивъ частоту событія, находимъ его вѣроятность съ ошибкою, предѣльные размѣры которой могутъ быть вычислены по формулѣ Лапласа. Примѣненіе этихъ положеній на практикѣ требуетъ, однако, извѣстной осторожности. Дѣло въ томъ, что не при всякихъ условіяхъ частота событія связана съ нѣкоторою вѣроятностью такъ, какъ отвѣчало бы формулѣ Лапласа ¹⁾. Выводъ закона большихъ чиселъ въ формѣ, приданной ему Бернуллі и Лапласомъ, покоится на допущеніи неизмѣнности общихъ условій и полной независимости отдѣльныхъ испытаній другъ отъ друга. Гдѣ эти предпосылки не соблюдены, тамъ нѣтъ между частотой и вѣроятностью той связи, которая характеризуется формулою Лапласа. Пусть, на примѣръ, изъ открытой коробки вынимаются бусы для ожерелья: частота бусъ разнаго цвѣта въ сплетаемомъ шнуркѣ не будетъ, очевидно, имѣть въ своей основѣ никакой вѣроятности, и ея колебанія, не будучи случайными, будутъ слѣдовать не формулѣ Лапласа, а задуманному рисунку ожерелья. Возможны, съ другой стороны, такія условія, въ которыхъ *случайныя* колебанія частостей не соотвѣтствуютъ формулѣ Лапласа: въ зависимости отъ условій

¹⁾ Ср. *Kries*, Die Principien der W—rechnung, S. 133, 149—150.

опыта они могутъ быть и больше и меньше (см. ниже очеркъ IV, глава II). Мыслима даже такая постановка эксперимента, при которой случайныя колебанія частостей не уменьшаются съ увеличеніемъ числа испытаній ¹⁾, такъ что и въ предѣлѣ, при безконечно большомъ числѣ испытаній, нельзя увѣренно рассчитывать на совпаденіе частости и вѣроятности.

Если условія опыта въ точности извѣстны, то, хотя бы они и не отвѣчали предпосылкамъ теоремы Бернулли-Лапласа, математическій анализъ позволяетъ привести въ связь вѣроятности и частости. Задача нахождения однѣхъ по другимъ не представляется, такимъ образомъ, сама по себѣ неразрѣшимою, не смотря на разнообразіе мыслимыхъ типовъ соотношеній между ними. Но статистикъ не располагаетъ обычно столь полнымъ знаніемъ обстановки, въ которой протекають изучаемыя имъ явленія. Въ Москвѣ за 1893/96 гг. появилось на свѣтъ 84563 законнорожденныхъ младенца; среди нихъ было 43495 мальчиковъ. Если бы было извѣстно, что условія, опредѣляющія полъ новорожденного, складываются сходно съ тѣми, какія опредѣляютъ цвѣтъ вынимаемаго шара при извлеченіи изъ урны съ немѣняющимся содержаніемъ, то, установивъ эти два числа, мы имѣли бы право утверждать, что вѣроятность для законнорожденного быть мальчикомъ уклоняется отъ 0,5144 $\left(= \frac{43495}{84563} \right)$ не болѣе, какъ на два, на три модуля, равныхъ въ данномъ случаѣ 0,0024 $\left(M = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5144 \cdot (1 - 0,5144)}{84563}} \right)$, и могли бы предвычислить колебанія доли мальчиковъ среди законнорожденныхъ для будущаго времени. Но обстоятельства, опредѣляющія полъ эмбриона, невѣдомы намъ даже въ общихъ чертахъ, и одно знаніе числа рождающихся и доли мальчиковъ среди нихъ не можетъ служить опорой для подобныхъ выводовъ.

Если, однако, въ обычныхъ условіяхъ статистической работы рисковано пользоваться формулою Лапласа для пере-

¹⁾ Ср. *Bohlmann*, Die Grundbegriffe, S. 264.

хода отъ учитываемой статистикомъ частости къ лежащей въ ея основѣ вѣроятности, то какое же значеніе имѣетъ для статистика законъ большихъ чиселъ, связывающій формулою Лапласа вѣроятности съ частостями? Отвѣтъ на это естественно возникающее недоумѣніе сводится, въ свою очередь, къ вопросу: въ чемъ, именно, смыслъ перехода отъ частостей къ вѣроятностямъ? что, собственно, выигрывается съ замѣною однѣхъ другими? Присматриваясь внимательно къ поставленной такъ проблемѣ, не трудно убѣдиться, что смыслъ перехода можетъ быть весьма различный въ зависимости отъ тѣхъ условій, въ которыхъ онъ совершается.

Галилей пытался опредѣлять площади кривыхъ—въ частности, циклоиды—путемъ взвѣшиванія картонныхъ вырѣзокъ; для него переходъ отъ вѣса вырѣзки къ площади ея поверхности имѣлъ значеніе перехода отъ идиографической характеристики сдѣланной имъ выкройки къ общей геометрической формулѣ. Но представимъ себѣ, что взвѣшиваемая вырѣзка окаймляется не циклоидой или иной опредѣленнаго вида кривой, а причудливой линіей, нацарапанной на картонѣ баловавшимся ребенкомъ; въ такихъ условіяхъ научная цѣнность результата измѣреній не измѣнится отъ перевода его изъ единицъ вѣса въ единицы площади: новое число, какъ и первоначальное, будетъ говорить лишь о данномъ кускѣ картона и ни о чемъ иномъ. Сходнымъ образомъ и переходъ отъ частости къ вѣроятности можетъ представлять и большій и меньшій интересъ. Возьмемъ для примѣра извѣстную изъ исторіи теоріи вѣроятностей Бюффову задачу: на плоскости начертаны равно отстоящія другъ отъ друга параллельныя линіи; ищется вѣроятность, что данной длины игла, брошенная случайно на эту плоскость, пересѣчетъ одну изъ параллелей. Предположимъ, что, отчаявшись найти теоретическое рѣшеніе, которое, дѣйствительно, въ свое время представляло не малыя трудности, мы обращаемся къ экспериментальному пути: начертавъ систему параллельныхъ линій, начинаемъ подбрасывать иглу и считать, какъ часто она пересѣкаетъ эти линіи. Учитываемая нами непосредственно частости не дадутъ отвѣта на

вопросъ, такъ какъ ихъ значенія не свободны отъ воздѣйствія случайностей, что и находитъ себѣ выраженіе въ ихъ колебаніяхъ отъ одной серіи подбрасываній къ другой. Но допустимъ, что намъ удастся освободить ихъ отъ этого налета и опредѣлить съ достаточной степенью точности лежащую въ ихъ основѣ вѣроятность. Тогда для данной длины иглы и даннаго разстоянія между параллелями задача будетъ рѣшена, и намъ останется лишь, повторяя изслѣдованіе при разныхъ соотношеніяхъ между этими величинами, схватить математической формулой связь съ ними искомой вѣроятности, чтобъ получить и вполнѣ общее рѣшеніе поставленной проблемы. Здѣсь, какъ при взвѣшиваніяхъ Галилея, мы отъ данныхъ идиографическаго характера—при выполненномъ такого то числа и года столько то кратномъ подбрасываніи иглы столько то разъ одна изъ параллелей оказалась пересѣченной—переходимъ къ общему положенію, что при извѣстномъ соотношеніи между разстояніемъ параллелей другъ отъ друга и длиною иглы вѣроятность пересѣченія равна тому то. Чтобъ найти аналогію взвѣшиванію дѣтскаго рисунка, разсмотримъ другой примѣръ. Передъ нами игральная кость не совсѣмъ правильной формы. Вѣроятности выпаденія каждой изъ шести граней, видимо, не равны между собою и не равны, какъ въ случаѣ правильной кости, $\frac{1}{6}$. Какъ велики онѣ? Теоретическое рѣшеніе задачи представляетъ почти непреодолимая трудности. Мы начинаемъ экспериментировать. Многократныя подбрасыванія показываютъ, какъ часто выпадаетъ каждое очко. Сами по себѣ эти частоты, какъ не свободныя отъ случайностей, опять таки мало пригодны для характеристики кости въ интересующемъ насъ отношеніи; изъ того, что очко шесть выпало чаще другихъ, еще нельзя увѣренно заключать, что неправильность кости благоприятствуетъ, именно, очку шесть и что оно и впредь будетъ выпадать сравнительно часто: это могло быть и случайностью. Переходъ отъ частостей къ вѣроятностямъ дѣлаетъ нашу позицію болѣе прочною: если и вѣроятность очка шесть болѣе $\frac{1}{6}$, то, несомнѣнно, благоприятствованіе очку шесть—характерное свойство структуры кости. Если мы въ состояніи общимъ образомъ указать, въ

чемъ, именно, состоитъ неправильность кости, то переходъ отъ частости къ вѣроятности пріобрѣтаетъ опять то же значеніе, какъ въ предшествующемъ примѣрѣ: мы получаемъ общій выводъ, что извѣстная форма кости благопріятствуетъ очку шесть. Но если неправильность кости не поддается общей характеристикѣ, то никакого общаго положенія, приложимаго не только къ этой кости, но и ко всѣмъ инымъ костямъ, съ ней въ опредѣленномъ отношеніи схожимъ, мы съ переходомъ отъ частости къ вѣроятности уже не устанавливаемъ.

Вычисленіе вѣроятности сохраняетъ, тѣмъ не менѣе, и въ такихъ условіяхъ нѣкоторое значеніе. Пусть полученный выводъ говоритъ только о данной кости. Но эта то кость удерживаетъ свою форму и въ дальнѣйшемъ, и вычисленная вѣроятность даетъ о ней представленіе, на которое съ увѣренностью можно опираться при послѣдующихъ подбрасываніяхъ.

Для большинства устанавливаемыхъ статистически частостей переходъ къ вѣроятностямъ не сопряженъ и съ такимъ выигрышемъ. Мы не только не въ состояніи характеризовать общимъ образомъ почти невѣдомыя намъ общія условія, но—если нѣтъ къ тому особыхъ основаній—не имѣемъ даже права разсчитывать, что эти невѣдомыя условія останутся въ дальнѣйшемъ безъ существенныхъ перемѣнъ. Въ Москвѣ за 1893/96 гг. на 84563 законнорожденныхъ пришлось мальчиковъ 43495; доля мальчиковъ—0,5144. Допустимъ, что мы имѣли бы возможность, исходя изъ этихъ данныхъ, установить величину вѣроятности рожденія мальчика. Что это дало бы намъ? Мы знали бы, на примѣръ, что въ условіяхъ, которыя имѣли мѣсто въ Москвѣ въ 1893/96 гг., вѣроятность рожденія мальчика больше половины. Но, не вѣдая въ чемъ, собственно, заключаются эти условія, мы не были бы въ состояніи выставить общаго положенія, что при такихъ то обстоятельствахъ вѣроятность рожденія мальчика превышаетъ вѣроятность рожденія дѣвочки; а, съ другой стороны, не зная, какъ сложатся эти невѣдомыя условія въ дальнѣйшемъ, мы все равно лишены были бы права увѣ-

ренно предсказывать, что и въ будущемъ перевѣсъ останется въ Москвѣ на сторонѣ мальчиковъ ¹⁾.

Ясно, что вычисленіе вѣроятности не представляетъ въ такихъ условіяхъ самостоятельнаго номографическаго интереса, ибо вѣроятность говоритъ намъ о неподвергавшихся наблюденію явленіяхъ столь же мало, какъ и частость. Это не дѣлаетъ, однако, приложенія теоріи вѣроятностей къ статистикѣ бесплоднымъ: точка зрѣнія на частости, какъ на расплывчатая отображенія невидимыхъ для невооруженнаго глаза вѣроятностей, сохраняетъ, не смотря на то, высокое научное значеніе. Въ области номографической работы на ея долю выпадаетъ весьма отвѣтственная служебная роль: лишь съ переходомъ отъ полу-случайныхъ частостей къ характернымъ для общихъ условій вѣроятностямъ открывается для насъ возможность распутывать, что съ чѣмъ связано въ сложномъ клубкѣ причудливо переплетающихся въ полѣ нашего наблюденія обстоятельствъ. Въ области же работы идиографической она проливаетъ свѣтъ на пресловутую устойчивость статистическихъ чиселъ, которая своей мнимой загадочностью приводитъ въ смятеніе изслѣдователей, не располагающихъ поддержкой теоріи вѣроятностей. Лишь на почвѣ теоріи вѣроятностей удается осмыслить наблюдаемая въ статистическихъ числахъ колебанія; лишь теорія вѣроятностей открываетъ возможность прагматическаго ихъ истолкованія въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ. Не обращаясь къ ея конструкціямъ, статистикъ не въ силахъ довести до завершения начертываемой имъ идиографической картины ²⁾.

¹⁾ Ср. *Czuber, W—rechnung*, II, S. 8: „Zwischen einer statistischen Wahrscheinlichkeit und einer Wahrscheinlichkeit a.priori, die sich auf eine unveränderliche Urteilmaterie stützt, besteht der wesentliche Unterschied, dass die erstere gerade nur jene Materie kennzeichnet, aus der sie hervorging, und zu begründeten Erwartungsbildungen nur dann berechtigt, wenn besondere Untersuchungen ihre völlige oder wenigstens angenährte Analogie mit einer Wahrscheinlichkeit der zweiten Art erwiesen haben“.

²⁾ Съ большою рельефностью эти различія въ логическихъ функціяхъ учета частостей и вычисленія вѣроятностей выступаютъ въ области лингвистическихъ приложеній „категорическаго исчисленія“. Если мы подсчитываемъ

Какъ, въ какихъ формахъ осуществляются въ статисти-
кѣ номографическія функціи закона большихъ чиселъ и
какъ преодолеваются при этомъ отмѣченныя выше препо-
ны къ приложенію формулы Лапласа,—эти вопросы выхо-
дятъ изъ рамокъ настоящихъ „Очерковъ“: ихъ мѣсто тамъ,
гдѣ будетъ итти рѣчь о построеніи самыхъ пріемовъ науч-
ной статистической работы ¹⁾. Напротивъ, вопроса о при-

для страницы сочиненій какого-нибудь автора, какъ часто встрѣчаются на
ней односложныя слова, то устанавливаемое нами число односложныхъ словъ,
равно какъ и доля ихъ, выраженная въ процентахъ, непосредственно харак-
теризуютъ лишь эту изученную нами страницу. Если отъ случайной частоты
односложныхъ словъ на одной страницѣ мы восходимъ — тѣми или иными
путями—къ вѣроятности односложнаго слова для даннаго автора и убѣжда-
емся, на примѣръ, что есть въ этомъ отношеніи замѣтная разница между про-
зою Гете и прозою Гейне, то полученныя вѣроятности служатъ уже не для
характеристики тѣхъ страницъ, которыя были подвергнуты подсчету, но для
общей характеристики прозаическаго стиля Гете и Гейне. Если, съ другой
стороны, намъ удастся обнаружить, что вѣроятности односложныхъ словъ
различны въ разныхъ родахъ прозы,—для нѣмецкаго языка, на примѣръ, всего
выше въ оживленномъ діалогѣ драмы, нѣсколько меньше въ интимныхъ
письмахъ, не подвергнутыхъ стилистической отдѣлкѣ, еще ниже въ литера-
турно выглаженныхъ письмахъ и всего ниже въ разсужденіяхъ (см. работы
Marbe, Unser, Kullmann и ср. для англійской прозы статью *Lipsky*)—то мы
приходимъ уже къ выводамъ, поднимающимся на значительную номографи-
ческую высоту. Еще богаче нюансами скала переходовъ въ интересно
задуманныхъ и искусно выполненныхъ статистическихъ изслѣдованіяхъ
А. Бѣлаго о ритмѣ русскаго четырехстопнаго ямба (см. Лирика и экспери-
ментъ; Опытъ характеристики русскаго четырехстопнаго ямба; Сравнительная
морфологія ритма русскихъ лириковъ въ ямбическомъ диметрѣ): отъ стати-
стическаго „описанія“ отдѣльныхъ отрывковъ Бѣлый восходитъ къ общей
характеристикѣ ритма поэта на основаніи взятыхъ на выдержку „порцій“
его стиховъ и поднимается затѣмъ до картины ритма разныхъ эпохъ рус-
скаго стихосложенія (ритмической переломъ у Жуковскаго), намѣчая попутно
и еще болѣе общіе выводы (напр. стр. 321—322: связь ритмическаго ри-
сунка съ содержаніемъ текста). Но во всемъ своемъ разнообразіи результаты
статистическихъ наблюденій наль рѣчью могутъ развернуться лишь при
болѣе глубокомъ анализѣ, когда изслѣдователи подвергнутъ систематическому
изученію и колебанія характерныхъ для строя рѣчи частостей.

¹⁾ А вмѣстѣ съ нимъ отходитъ до дальнѣйшаго и анализъ той, возбу-
жденной *Крисомъ*, контроверзы, неупоминаніе о которой поставлено мнѣ въ
упрекъ *Борткевичемъ* (Задачи и концепціи, стр. 367). Интересъ точки зрѣнія
Криса—не въ утвержденіи, что „соотвѣтствіе статистическихъ результатовъ

олженіи концепцій теоріи вѣроятностей къ проблемѣ устойчивости статистическихъ чиселъ нельзя обойти въ общемъ „введеніи въ теорію массовыхъ явленій“, характеръ котораго носятъ „Очерки“: четвертый, заключительный очеркъ ему и посвященъ, въ виду его принципиальной важности и значительной сложности.

предуказаніямъ теоріи вѣроятностей не необходимо должно находить себѣ выраженіе въ нормальной устойчивости“, а исключительно въ тѣхъ „практическихъ выводахъ“, которые примыкають у Криса къ этой самоочевидной мысли.

ОЧЕРКЪ ЧЕТВЕРТЫЙ.

Устойчивость

статистическихъ

рядовъ.

„Daher ist auch die höchste wissenschaftliche Form, in welche die Statistik ihren Stoff fassen kann, das Schema der Wahrscheinlichkeitsrechnung“.

Lexis, Abhandlungen, S. 241.

„Es beruht auf einer gewissen Selbsttäuschung, wenn man glaubt, ganz ohne den Ideenkreis der Wahrscheinlichkeitstheorie auskommen zu können. In Wirklichkeit operiert in der Statistik auch der grimmigste Feind der Analogie mit den Zufallsspielen mit Vorstellungen, die gerade diesem Erscheinungsgebiete entstammen..... (Er) wendet (also) die Wahrscheinlichkeitstheorie an, ohne es zu wollen und ohne es zu wissen, und darum in unmethodischer Weise, nach der rohen Art des reinen Empirikers“.

Bortkiewicz, Die Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik nach *Lexis*, S. 251—252.

I.

Если мы раскроемъ статистическій сборникъ, содержащій данныя за рядъ послѣдовательныхъ лѣтъ, и начнемъ присматриваться къ стоящимъ въ немъ числамъ, то наше вниманіе неизбѣжно будетъ привлечено тѣмъ обстоятельствомъ, что многія изъ чиселъ повторяются отъ года къ году съ незначительными измѣненіями. Повсюду, куда проникаетъ статистическое наблюденіе,—начиная отъ крупнѣйшихъ фактовъ народной жизни, надолго опредѣляющихъ собою весь ея ходъ, и вплоть до ничтожныхъ мелочей,—обнаруживается въ регистрируемыхъ статистикою массовыхъ явленіяхъ такая устойчивость. Возьмемъ статистическій ежегодникъ большого города, на примѣръ, богатый содержаніемъ *Statistisches Jahrbuch der Stadt Berlin, 1900/1902*. Въ любомъ изъ XII отдѣловъ, на которые онъ распадается, мы встрѣтимъ яркіе примѣры свойства статистическихъ чиселъ колебаться лишь въ извѣстныхъ, довольно тѣсныхъ предѣлахъ отъ одного года къ другому. Число рожденій держится въ теченіе десятилѣтія 1893/1902 гг. между 48856 и 52259 новорожденныхъ въ годъ; при этомъ относительное число мальчиковъ среди рождающихся не спускается ниже 105 на 100 дѣвочекъ и не поднимается выше 108. Смертность колеблется между 17‰ и 23‰, брачность не выходитъ изъ предѣловъ 20‰ и 22‰. Въ 1899 году 43 иностранца сочеталось законнымъ бракомъ съ уроженками города Берлина; въ 1900 году число иностранцевъ, вступившихъ въ бракъ съ берлинками, равнялось опять 43; въ 1901 году оно поднялось до 61, но въ 1902 году вновь спусти-

лось до 50. Число иностранокъ, выходившихъ замужъ за берлинцевъ, было значительно выше, но колебалось лишь между 127 [1900 г.] и 147 [1901 г.]. Въ 1900 г. насчитывалось 33 вдовы, вступившихъ въ третій бракъ со вдовцами, и 3 вдовы, вступившихъ со вдовцами въ четвертый бракъ; въ 1901 году число первыхъ поднялось до 37 съ тѣмъ, чтобъ въ 1902 г. вновь спуститься до 26; число же вдовъ, вступившихъ со вдовцами въ четвертый бракъ, равнялось въ 1901 году 3, а въ 1902 г. 4. Въ октябрѣ мѣсяцѣ 1900 г. 125627 берлинскихъ семей переѣхало съ квартиры на квартиру, а въ ноябрѣ того же года перемѣнило квартиру лишь 45210 семей; въ 1901 году октябрь далъ 133937 переѣздовъ, а ноябрь 48493; въ 1902 году на октябрь пришлось 134202, а на ноябрь 46512. Въ январѣ 1900 г. отъѣхало отъ Потсдамскаго вокзала 5205 извозчиковъ съ сѣдоками, а отъ Герлицкаго вокзала 1352; въ 1901 г. отъѣхало въ январѣ отъ Потсдамскаго вокзала 5738 извозчиковъ, отъ Герлицкаго—1306; въ 1902 г.—5945 и 1341. Въ 1900 г. пришлось на воскресенья 5219 несчастныхъ случаевъ разнаго рода, а на понедѣльники 7612; въ слѣдующемъ году воскресенье вновь отличалось сравнительно малымъ числомъ несчастныхъ случаевъ—5316, а понедѣльникъ выдѣлялся ихъ многочисленностью—7446, и то же имѣло мѣсто въ 1902 году—5250 и 7702. Въ Королевскомъ ломбардѣ производится ежегодно въ концѣ января перепись закладовъ. Въ 1899 году оказалось среди заложенныхъ предметовъ 16,40% карманныхъ часовъ, среднею стоимостью въ 21 марку 49 пфениговъ за штуку; въ 1900 году часы составляли 16,02%, и средняя стоимость ихъ равнялась 21 маркѣ 50 пф.; въ слѣдующіе три года доля часовъ среди закладовъ была 16,71%; 16,75%; 17,12%. Средняя стоимость заложенныхъ часовъ равнялась при этомъ: 21 маркѣ 15 пф.; 21 маркѣ 1 пф.; 21 маркѣ 26 пф.

Устойчивость статистическихъ чиселъ, ихъ свойство колебаться отъ года къ году лишь въ извѣстныхъ, ограниченныхъ предѣлахъ представляетъ собою эмпирически установленный фактъ, который, самъ по себѣ, независимо отъ тѣхъ или иныхъ теоретическихъ истолкованій, имѣетъ гро-

мадную научную и жизненную важность. Это одинъ изъ коренныхъ, хоть и малозамѣтныхъ, устоевъ современной культуры. Вѣра въ ограниченную колеблемость статистическихъ чиселъ лежитъ въ основѣ всякаго расчета въ области общественной жизни. Когда земство вырабатываетъ школьную сѣть, когда оно распредѣляетъ по уѣзду больницы и приѣмные пункты, оно предполагаетъ, что въ числахъ дѣтей школьнаго возраста, требующихъ обученія, и въ числахъ заболѣваній не будетъ—по крайней мѣрѣ, въ теченіе нѣкотораго времени—чрезмѣрно рѣзкихъ перемѣнъ противъ того, что наблюдается въ данный моментъ. Представимъ себѣ, что число школьниковъ въ школьномъ районѣ колебалось бы отъ года къ году внѣ всякихъ предѣловъ, то вздымаясь неимоვნно вверхъ, то падая чуть не до нуля. Это лишало бы размѣщеніе школъ по территоріи всякой разумной основы; въ такихъ условіяхъ вся организація школьнаго дѣла должна была бы вылиться въ инныя формы,—напримѣръ, въ форму летучихъ отрядовъ на подобіе того, какъ организуется медицинская помощь въ борьбѣ съ эпидеміями. Когда торговецъ въ большемъ городѣ рассчитываетъ, въ какомъ количествѣ заготовить товаръ, когда булочникъ выпекаетъ въ извѣстной пропорціи калачи и французскія булки или мясникъ припасаетъ къ Рождеству гусей и окорока къ Пасхѣ, они уповаютъ на подмѣченное ими постоянство статистическихъ чиселъ. Это постоянство лежитъ въ основѣ всякой смѣты какъ въ частномъ, такъ и въ общественномъ хозяйствѣ. Оно составляетъ *conditio sine qua* поп всего современнаго экономическаго строя, покоящагося на широкомъ раздѣленіи труда и на обмѣнѣ продуктами, производимыми не для себя и не на заказъ, а на неопредѣленный рынокъ. Если бы числа, въ которыхъ выражаются суммированныя потребности отдѣльныхъ лицъ, подвержены были не знающимъ границъ, причудливымъ колебаніямъ отъ года къ году, механизмъ мірового хозяйства не могъ бы ни сложиться ни держаться ¹⁾.

¹⁾ Ср. *Westergaard*, Grundzüge, S. 2; *Zizek*, Die statistischen Mittelwerthe, S. 217—218, Anmerkung; *Offermann*, Ueber die Zukunft der Gesellschaft, passim, напр., S. 92.

Жизненная важность факта устойчивости статистических чиселъ во времени побуждаетъ ближе присмотрѣться къ нему. Внимательное наблюденіе раскрываетъ въ немъ высокую степень сложности. Устойчивыми оказываются далеко не всѣ числа, устанавливаемые статистиками: встрѣчаются среди нихъ и такія, что растутъ или убываютъ, не обнаруживая наклонности держаться въ какихъ-либо границахъ. Для чиселъ, колебанія которыхъ не выходятъ изъ нѣкоторыхъ предѣловъ, наблюдаются большія различія въ размѣрахъ колебаній. Дать себѣ отчетъ въ этой пестрой картинѣ, понять, что удерживаетъ колебанія статистическихъ чиселъ въ сравнительно тѣсныхъ рамкахъ, подмѣтитъ, въ какихъ условіяхъ эти рамки раздвигаются шире,—представляется на-сущною потребностью какъ для практика, ищущаго въ дан-ныхъ статистики опорной точки при своихъ жизненныхъ расчетахъ, такъ и для теоретика. Съ самаго зарожденія ста-тистической науки проблемы эти привлекаютъ къ себѣ вниманіе изслѣдователей. Съ тѣхъ поръ, какъ оригиналь-ный умъ Граунта открылъ въ „спискахъ умершихъ го-рода Лондона“ новый объектъ для научнаго „наблюде-нія“, а яркій талантъ Зюсмилъха связалъ результаты по-добныхъ наблюденій въ цѣльную картину „божествен-наго порядка въ измѣненіяхъ рода человѣческаго“, пра-вильность, обнаруживаемая численными результатами ста-тистическаго учета въ самыхъ разнообразныхъ областяхъ человѣческой жизни и дѣятельности, не перестаетъ зани-мать статистиковъ. Раскрытіе устойчиваго порядка, вносима-го въ хаосъ случайныхъ единичныхъ явленій объединеніемъ ихъ въ массы, признается чуть не главной задачей ста-тистики. Устойчивость становится осью, около которой вращается работа статистической мысли. Въ особенности разгорается интересъ ученаго міра къ загадочному свойству статистическихъ чиселъ мало мѣняться отъ года къ году послѣ того, какъ созданная трудами Герри и Кетле нрав-ственная статистика связываетъ его съ глубочайшими про-блемами философіи и теоріи научнаго познанія. Кетле и, еще болѣе, его поклонникамъ изъ школы крайняго мате-ріализма казалось, что статистическая правильность не только

открываетъ вѣрный путь къ преобразованію обществовѣдѣнія въ „соціальную физику“,—научную дисциплину, по точности методовъ и по строгости открываемыхъ законовъ не уступающую „небесной механикѣ“,—но и даетъ въ руки ключъ къ эмпирическому разрѣшенію философскихъ проблемъ, къ которымъ дотолѣ дерзало поступаться лишь отвлеченное умозрѣніе. Въ статистической законмѣрности усматривался своеобразный *exregimentum stucis*, не допускающій никакихъ софистическихъ отводовъ и обходовъ и безповоротно рѣшающій вѣковой споръ о детерминизмѣ и свободѣ воли. О какой тамъ свободной волѣ можетъ быть рѣчь, когда статистика вскрываетъ намъ на каждомъ шагу тѣснѣйшую зависимость „кажущихся свободными человѣческихъ дѣйствій“ отъ разнообразныхъ внѣшнихъ обстоятельствъ? „Не темпераменты и желанія отдѣльныхъ лицъ опредѣляютъ число ежегодно заключаемыхъ браковъ;—въ Англіи опытъ цѣлаго столѣтія показалъ, что браки вмѣсто того, чтобы находиться въ связи съ личными чувствованіями, зависятъ просто отъ средняго уровня заработной платы народныхъ массъ“¹⁾. Тѣ измѣненія въ числахъ браковъ, которыя „сами брачующіеся и ихъ родственники сводятъ въ отдѣльныхъ случаяхъ къ разнообразнѣйшимъ личнымъ причинамъ“, объясняются, на самомъ дѣлѣ, движеніемъ цѣны на хлѣбъ. „Сколько раздумья и колебаній предшествуетъ обычно заключенію брака между лицами, очень расходящимися по возрасту, а все же въ концѣ концовъ беретъ верхъ сила обстоятельствъ, какъ мы выражаемся, или, точнѣе, исполняется законъ; лица, вступающія въ бракъ и разводящіяся, думаютъ, что дѣйствуютъ по собственному свободному усмотрѣнію, а на дѣлѣ они являются лишь орудіями исполненія закона“²⁾.

Впечатлѣніе, произведенное на ученый міръ раскрытіемъ факта устойчивости статистическихъ чиселъ въ области

¹⁾ *Buckle*, *History of civilization*, p. 29.

²⁾ *Ad. Wagner*, *Die Gesetzmässigkeit in den scheinbar willkürlichen menschlichen Handlungen*, S. 17—18, 20—21. Впослѣдствіи Вагнеръ отказался отъ взглядовъ, развитыхъ въ этомъ его раннемъ произведеніи—см. *Zeitschr. für die ges. Staatswissenschaften*, Bd. XXXVII (1880), S. 192—193.

свободныхъ дѣйствій человѣка, было громадно. „Wird uns doch noch heute, wenn Einer zum ersten Male hört von diesen Ermittlungen“, повѣствуетъ, напимѣръ, Ренишъ, „bei dieser Kunde zu Muthe, wie in unseren Knabenjahren uns war, wenn wir da lasen von der Entdeckung von America oder sonst von Reisen und Fahrten in Regionen unter den Tropen und am Nordpol, die bis dahin noch keines Europäers Fuss betreten“ ¹⁾. Подъ этимъ впечатлѣніемъ „и сложилось было, въ особенности въ широкихъ кругахъ неспеціалистовъ, убѣжденіе, будто нравственная статистика доказала, что свободы воли нѣтъ“. „Но понемногу воды вошли въ берега. Хмель перваго увлеченія, къ настоящему времени прошелъ. Громовое провозвѣщеніе безсмыслицы смѣнилось нынѣ растерянностью и сумятицей во взглядахъ на смыслъ раскрытыхъ статистикою фактовъ“ ²⁾.

Эта растерянность коренилась въ смутности теоретическихъ представленій о характерѣ и происхожденіи той законмѣрности, которую статистика раскрывала въ массовыхъ явленіяхъ общественной жизни, въ связи съ убѣжденіемъ въ полной недопустимости тѣхъ выводовъ, которые дѣлались изъ данныхъ нравственной статистики первыми провозвѣстниками новыхъ ученій. Утрированный матеріализмъ послѣдователей Кетле вызывалъ негодованіе. Ихъ взгляды, подчеркивавшіе обусловленность волевыхъ рѣшеній внѣшними данными жизненной обстановки и, ссылкой на гнетъ общественныхъ условій, расшатывавшіе чувство личной отвѣтственности за свершенныя дѣянія, не мирились, казалось, съ принципомъ нравственного и юридическаго вмѣненія и въ корнѣ колебали самыя основы общежитія.

Такое состояніе умовъ было мало благопріятно для спокойнаго теоретическаго обсужденія, и, за отсутствіемъ въ арсеналѣ противниковъ Кетле ясныхъ и убѣдитель-

¹⁾ *Rehnsch, Zur Orientierung, S. 243:* „Вѣдь и сейчасъ еще, кто слышитъ въ первый разъ объ этихъ открытіяхъ статистики, чувствуетъ себя какъ въ раннемъ дѣтствѣ, когда читалъ объ открытіи Америки или объ иныхъ путешествіяхъ подъ тропиками или на сѣверный полюсъ, въ мѣста, которыхъ дотолѣ не касалась нога европейца“.

²⁾ *Rehnsch, Zur Orientierung, S. 264.*

ныхъ аргументовъ, критика свелась по преимуществу къ патетическимъ фразамъ, свидѣтельствовавшимъ о подъемѣ настроенія и, въ лучшемъ случаѣ, о литературномъ дарованіи автора, но мало подвигавшимъ впередъ выясненіе спорнаго вопроса. „Если статистика говоритъ мнѣ“,—писалъ, на примѣръ, одинъ изъ талантливѣйшихъ и наиболѣе вліятельныхъ представителей реакціи противъ кетлетизма, Рюмелинъ,—„что я въ теченіе ближайшаго года съ вѣроятностью въ $\frac{1}{40}$ долженъ ожидать своей смерти, что съ еще болшею вѣроятностью мнѣ предстоитъ испытать потерю близкихъ мнѣ лицъ, то мнѣ ничего не остается, какъ смиренно преклониться предъ этимъ суровымъ приговоромъ науки. Но если та же статистика, опираясь на свои среднія числа, вздумаетъ объявить мнѣ, что она съ вѣроятностью такою-то ожидаетъ отъ меня совершенія преступнаго дѣйствія, то я, не колеблясь, отвѣчу ей: Ne sutor ultra crepidam,—сапожникъ не суди превыше сапога“ ¹⁾. „Представляется чудовищнымъ съ психологической точки зрѣнія“,—комментируетъ Шмолеръ слова Рюмелина, вполне къ нимъ присоединяясь,—„когда благороднѣйшему изъ сыновъ народа бросаютъ въ лицо утвержденіе, будто его склонность къ преступленію (penchant au crime) съ математическою точностью выражается дробью 0,00021. Надо подумать о спасеніи понятія и сущности человѣческой личности, о защитѣ ихъ противъ статистическаго детерминизма, безцеремонно нивелирующаго всѣ индивидуальныя различія“ ²⁾. „Понятіе и сущность человѣческой личности“ могли быть и, дѣйствительно, были „спасены“ подобными тирадами; „статистическій детерминизмъ“ кетлетистовъ былъ разбитъ на голову. Но статистика мало отъ того выиграла ³⁾. Уже одно сми-

¹⁾ *Rümelin*, Ueber den Begriff des socialen Gesetzes, S. 25.

²⁾ *Schmoller*, Ueber die Resultate, S. 31—32.

³⁾ Ср. *Fahlbeck*, La régularité dans les choses humaines, p. 189: „Au lieu de poursuivre leurs investigations, la grande masse des statisticiens qui se sont occupés de ces questions ont, avant tout, lutté pour ou contre, la plupart contre les propositions de Quetelet, oubliant ainsi pour une bonne part la question la plus importante pour le statisticien, à savoir le fait même de cette régularité découverte“.

ренное преклоненіе передъ смертными „приговорами науки“ свидѣтельствовало съ достаточной ясностью, что протестъ шель отъ возмущеннаго нравственнаго чувства болѣе нежели отъ попираемаго выводами кетлетистовъ здраваго смысла ¹⁾. „Съ тѣмъ же правомъ добродѣтельнаго чело-вѣка у Шмоллера“—справедливо замѣчаетъ Борткевичъ ²⁾,—человѣкъ, здоровый и цвѣтущій, могъ бы протестовать противъ статистики, которая стала бы предсказывать ему смерть на основаніи установленныхъ ею среднихъ величинъ; такое предсказаніе слѣдовало бы также признать чудовищнымъ, съ точки зрѣнія уже не психологіи, конечно, но физиологіи... Принципіальный вопросъ, съ которымъ мы тутъ имѣемъ дѣло, не мѣняется отъ того, идетъ ли рѣчь о преступности или о смертности или о другомъ какомъ-нибудь массовомъ явленіи;... и тотъ фактъ, что противники Кетле исключительное вниманіе обратили на нравственную статистику, не мало способствовалъ затемненію вопроса“. Не будучи въ силахъ дать устойчивости статистическихъ чиселъ удовлетворительнаго теоретическаго объясненія, которое мирилось бы съ социально-этическими запросами, побуждавшими отвергнуть истолкованіе ея смысла въ системѣ кетлетистовъ, противники Кетле пробуютъ снять вопросъ съ очереди. Ничего въ этой устойчивости нѣтъ удивительнаго,—утверждаютъ нѣкоторые изъ нихъ,—и ни въ какихъ особыхъ объясненіяхъ

¹⁾ Въ качествѣ характеристики общаго строя аргументаціи въ этомъ спорѣ, заслуживаетъ вниманія слѣдующее разсужденіе М. Блока. *Блокъ* (Traité, p. 146, примѣчаніе), цитируя мысль Рюмелина (Ne sutor ultra crepidam); вносить въ нее такую поправку: „Ce passage a été souvent cité avec admiration, et le savant et spirituel auteur a complètement raison, en tant que ses actes, ou en général les actes d'un homme, dépendent du raisonnement, de la réflexion. Mais il y a les passions. Qui sait d'avance jusqu'où ira une légitime colère? Il y a de très-nobles passions qui, selon les temps et les lieux, peuvent pousser loin l'homme le plus honorable, sans qu'on puisse toujours l'acquitter. Nous ne croyons pas que les actes réfléchis, médités, hélas si peu nombreux,—soient du domaine de la statistique; celle-ci ne recueille guère que les actes instinctifs et ceux qu'inspire la passion. Mais le nombre de ces actes est légion“.

²⁾ В. І. Борткевичъ, О статистической законѣрности, стр. 135—136; его же, Kritische Betrachtungen, II, S. 358—359, Anmerkung. Ср. Kries, Die Principien der W—rechnung, S. 153.

она, въ сущности, не нуждается. Да такъ ли ужъ и велика эта пресловутая устойчивость,—заявляютъ другіе: если къ ней присмотрѣться внимательнѣе, отъ нея не остается и слѣда.

„Напрасно Кетле и его адепты окружили устойчивость не идущею къ дѣлу таинственностью“ — характеризуетъ первую точку зрѣнія Борткевичъ. „Въ сущности къ данному случаю находитъ себѣ непосредственное примѣненіе принципъ причинности. Логическая связь между общими условіями, въ которыхъ совершаются извѣстные поступки, и между статистическимъ результатомъ съ свойственнымъ ему характеромъ устойчивости—эта логическая связь есть чисто причинная, говоритъ, на примѣръ, Мейтценъ ¹⁾. Общія условія это—причина, которая остается постоянной и потому производитъ одно и то же слѣдствіе. Кетле и его послѣдователи не имѣли поэтому собственно никакого основанія поражаться постоянствомъ чиселъ... Скорѣе слѣдуетъ дивиться тому, какъ можно было изумляться устойчивости статистическихъ результатовъ“ ²⁾.

„Я думаю“,—отвѣчаетъ Борткевичъ сторонникамъ такого взгляда—„что простая ссылка на принципъ причинности еще не объясняетъ дѣла. Если вмѣстѣ съ Мейтценомъ считать общія условія, въ которыхъ происходитъ извѣстное массовое явленіе, причиной, а статистическій результатъ слѣдствіемъ, то не получается полного согласія съ тѣмъ требованіемъ, чтобы одна и та же причина вызывала всегда одно и то же слѣдствіе. Вѣдь, по заданію, общія условія предполагаются неизмѣнными, между тѣмъ какъ результатъ отнюдь не обладаетъ характеромъ неизмѣнности въ строгомъ смыслѣ. Числа устойчивы, но они не тождественны“. „Но, быть можетъ“, — продолжаетъ Борткевичъ—„къ данному случаю скорѣе приложима такая формула: сходныя причины производятъ сходныя слѣдствія. Нетрудно видѣть, однако, что эта формула, прежде всего, страдаетъ неопредѣленностью,

¹⁾ *Meitzen*, Geschichte, Theorie und Technik, S. 113.

²⁾ См. *Goldschmidt*, Die Wahrscheinlichkeitsrechnung, S. 246; cf. *Windelband*, Ueber Willensfreiheit, S. 144.

которая въ данномъ случаѣ особенно чувствительно даетъ себя знать. Понятіе сходства обнимаетъ всевозможные отѣнки. Примѣняя это понятіе къ статистическимъ результатамъ, т. е. къ численнымъ показаніямъ, естественно, спрашиваешь себя, гдѣ тутъ начинается и гдѣ кончается сходство. Числа, какъ числа, конечно, между собой сходны. Весь вопросъ заключается въ величинѣ измѣненій или колебаній чиселъ. Что сказать о предѣльномъ случаѣ сходства, т. е. о полномъ равенствѣ чиселъ. Я нахожу, напримѣръ, что по даннымъ уголовной статистики въ Германіи число лицъ, осужденныхъ за противозаконное лишеніе свободы, въ 1896, 97 и 98 годахъ составляло 218, 218, 218. Если бы это число въ статистическихъ таблицахъ повторилось не 3 раза, а 15 или 20 разъ сряду, то, я думаю, не нашлось бы человѣка, который успокоился бы на томъ, что сходныя де причины вызываютъ сходныя послѣдствія“ 1).

Но если, такимъ образомъ, въ теоретическомъ истолкованіи статистической закономерности нельзя удовлетвориться безсодержательной ссылкой на принципъ причинности, то, съ другой стороны, и простой отводъ, предъ-являемый нѣкоторыми изъ противниковъ кетлетизма противъ смущающаго ихъ душу „статистическаго детерминизма“,—прямое отрицаніе факта устойчивости—трудно признать удачнымъ. Наиболѣе яркимъ выразителемъ этой мысли является въ статистической литературѣ Ренишь 2). Къ

1) *Борткевичъ*, О статистической закономерности, стр. 133, 136, 137; его же, *Die statistischen Generalisationen*, S. 5; его же, *Kritische Betrachtungen*, II, S. 357—360. Ср. *Fahlbeck*, *La régularité des choses humaines*, p. 194—195: „Pour expliquer ces causes on a eu recours tantôt à la Providence ou à des forces plus ou moins mystérieuses, tantôt aux lieux communs. Ainsi on a allégué à cet égard la proposition que „des causes semblables produisent des effets semblables“, ou, avec Quetelet, que „les effets sont proportionnels aux causes“, ou enfin, avec un auteur moderne, Goldschmidt, qu'il sérail beaucoup plus étonnant de ne pas trouver de régularité du tout qu'il ne l'est d'en trouver,—toutes propositions qui sont évidentes par elles-mêmes, et dont la première peut rendre parfaitement compte de la cause générale de toute régularité, mais qui, précisément pour cela, n'expliquent absolument rien“.

2) Зачатки ея можно встрѣтить у *Huber'a* (*Studien*, S. 362—363) и у *Held'a* (рецензія *Physique sociale* Кетле).

чему же сводится его аргументация? Такъ ли, въ дѣйствительности, высока хваленая устойчивость статистическихъ чиселъ, какъ слыветъ она съ легкой руки Кетле и его поклонниковъ?—спрашиваетъ Ренишъ. Спора нѣтъ, въ картинномъ изложеніи самого Кетле рассказъ о ней производитъ захватывающее впечатлѣніе. Но стоитъ только внимательно приглядѣться къ прославленнымъ, въ качествѣ особо устойчивыхъ, статистическимъ числамъ, чтобъ отъ догмы ученія Кетле не осталось камня на камнѣ. Возьмемъ, на примѣръ, знаменитый на весь свѣтъ Paradebeispiel кетлетистовъ—бюджетъ тюрьмы и эшафота. Точно ли встрѣчаемъ мы здѣсь отъ года къ году *des nombres presque identiques*? Во Франціи за десятилѣтіе 1825—34 г. числа казенныхъ преступниковъ колеблются въ предѣлахъ между 111 и 15: максимумъ превышаетъ минимумъ болѣе чѣмъ въ 7 разъ! ¹⁾ Еще краснорѣчивѣе числа лицъ, осужденныхъ за убійство. Кетле восторгается устойчивостью ряда ихъ за время съ 1826 г. по 1844 г. Но Кетле прозѣвалъ законъ 28 апрѣля 1832 года, который включилъ въ отдѣльную категорію *coups et blessures portés sans intention de donner la mort, et qui l'ont cependant occasionnée*. Если внести должную поправку, то начиная съ 1833 года всѣ числа почти удвоятся ²⁾.

¹⁾ *Rehnisch, Zur Orientierung, S. 55.*

²⁾ Въ виду значенія, которое Ренишъ придаетъ этому аргументу, привожу всю таблицу *in extenso*:

Годъ.	Числа Кетле.	Исправленные числа.
1826	297	297
1827	287	287
1828	269	269
1829	301	301
1830	239	239
1831	363	363
1832	320	320
1833	257	374
1834	235	391
1835	235	510
1836	230	401
1837	189	381

„Если, слѣдовательно,—приходится сказать себѣ—тѣ числа, которыя даетъ намъ Кетле для времени 1826—1844 гг., дѣйствительно *appuement à peu près les mêmes nombres*, то таковымъ не былъ фактическій ходъ социальныхъ явленій, которыя Кетле имѣетъ въ виду. Если же дѣйствительный ходъ явленій обнаруживалъ фактически постоянство, то не могутъ обнаруживать его числа таблицы Кетле. Такъ, казалось бы, слѣдуетъ полагать. А что мы видимъ? Оба ряда—и рядъ Кетле и рядъ исправленный—включаютъ въ себя, точно, съ 1833 года совсѣмъ разныя числа, но общій формальный характеръ обоихъ рядовъ, съ точки зрѣнія *presque identité* чиселъ для отдѣльныхъ лѣтъ, совершенно одинаковый. Хороши тѣ правильность и постоянство, на которыя насъ заставляютъ здѣсь дивиться“¹⁾!

Нанеся этотъ ударъ, Ренишь торжествуетъ побѣду и осыпаетъ творца нравственной статистики язвительнѣйшими сарказмами. Но что, въ сущности, доказываетъ подобный *argumentum ad hominem*? Что *ergare humanum est* и Кетле было свойственно заблуждаться—не болѣе. Колеблетъ ли онъ, какъ мнитъ Ренишь, самый фактъ устойчивости статистическихъ чиселъ? Ясно, что нѣтъ²⁾. Отъ того, что, удвоивъ наименьшія изъ чиселъ ряда, мы получаемъ новый рядъ, столь же устойчивый, какъ и прежній, устойчивость того и другого ряда не становится меньше, какъ не становится больше единицы разница между 3 и 2 отъ того,

Годъ.	Числа Кетле.	Исправленные числа.
1838	169	331
1839	174	376
1840	181	354
1841	206	391
1842	239	404
1843	200	356
1844	163	284

См. *Rehnisch*, Zur Orientierung, S. 59, 75.

¹⁾ *Rehnisch*, Zur Orientierung, S. 75.

²⁾ Ср. *Luzzati*, Precursori, p. 16: „Held e altri affermano che la regolarità dei fenomeni morali non è così grande come si crede; . . . per quanto questa tesi mi possa essere simpatica, non è lecito negare l'evidenza della regolarità dei dati statistici per salvare il libero arbitrio“.

что единицъ же равна разница между дважды двумя [т.-е. 4] и 3. Быть можетъ, устойчивость разсматриваемаго Ренишемъ ряда, дѣйствительно, не велика. Но обнаружить это нельзя тѣми приемами, которые имѣются въ распоряженіи Рениша ¹⁾. Указанія на то, что максимумъ превышаетъ минимумъ въ семь разъ или отличается отъ минимума на 100, на 500, на 5000 единицъ, безспорно, ярко освѣщаютъ гиперболизмъ фразы Кетле о *nombre presque identiques*, но за это выраженіе никто и не держится. Для того же, чтобъ разбить не форму, а содержаніе мысли Кетле, надо итти инымъ путемъ: необходимо выяснить, что такое большая и малая устойчивость, и, построивъ приемы точнаго измѣренія степени устойчивости, установить при ихъ посредствѣ фактическіе размѣры устойчивости тѣхъ статистическихъ чиселъ, о которыхъ идетъ рѣчь. Лишь послѣ этого можно выступать на борьбу противъ переоцѣнки устойчивости въ системѣ статистиковъ—матерьялистовъ.

Такой путь рѣшенія спора объ устойчивости статистическихъ чиселъ былъ указанъ статистикѣ Лексисомъ. Опираясь на математическую теорію вѣроятностей, Лексисъ сумѣлъ найти рациональную мѣру степени устойчивости; ею Лексисъ промѣрилъ, при поддержкѣ группы учениковъ, устойчивость значительнаго количества статистическихъ чиселъ. Сопоставляя результаты своихъ измѣреній съ тѣми

¹⁾ Насколько вообще неясны представленія Рениша о законѣ большихъ чиселъ, видно, между прочимъ, изъ того, что, какъ доводъ противъ привлеченія его къ истолкованію устойчивости статистическихъ чиселъ, Ренишъ выдвигаетъ тотъ фактъ, что колебанія отъ года къ году въ числахъ преступленій для суммы разсматриваемыхъ имъ трехъ категорій преступленій оказываются не меньше, чѣмъ для каждой изъ этихъ категорій въ отдѣльности: „Je grösser, heisst es ja immer, die Zahlen aus den einzelnen Jahren, um die es sich handelt, desto grösser auch die Constanz und Regelmässigkeit von Jahr zu Jahr. Und siehe: das eigentliche Schaustück der Quetelet'schen Tabelle, das Zahlenkleblatt 235, 235, 230 für das Triennium 1834—1836, verwandelt sich in der corrigierten Tabelle, wie zum Hohn, in die Zahlen 391, 510, 401, — mit Differenzen von einem Jahr zum andern bis 30%, Differenzen von einer Grösse, wie sie die Zahlen der Quetelet'schen Tabelle von 1833 bis 1848 auch nicht ein einziges Mal zwischen einander unmittelbar folgenden Jahren aufweisen“ (Zur Orient., S. 76).

построениями теории вѣроятностей, которыя выясняют происхождение и смысл большой и малой устойчивости, Лексисъ пролилъ свѣтъ на значеніе правильностей, которыя раскрываются статистическимъ наблюдениемъ въ массовыхъ явленіяхъ общественной жизни, и извлекъ теорію статистики изъ того болота, въ которомъ увязили ее безплодныя пререканія морализирующихъ идеалистовъ съ матерьялистами. Въ трудахъ талантливѣйшаго изъ послѣдователей Лексиса, В. Борткевича, намѣченные Лексисомъ теоретическія построения нашли дальнѣйшее развитіе, и въ настоящее время, благодаря Лексису и его школѣ, вопросъ объ „устойчивости статистическихъ рядовъ“ представляетъ, на ряду съ методологіей измѣренія смертности, одинъ изъ немногихъ, сколько-нибудь законченныхъ отдѣловъ статистической теории ¹⁾.

II.

Если изъ закрытой урны, въ которой смѣшаны въ равномъ количествѣ шары бѣлые и черные, мы производимъ, возвращая шаръ обратно въ урну послѣ cadaго извлеченія и тщательно послѣ этого перетряхивая урну, сто извлеченій и затѣмъ повторяемъ этотъ опытъ 1000 разъ, то въ ряду полученныхъ 1000 серій по ста извлеченій мы встрѣтимъ разныя частоты появленія бѣлыхъ шаровъ. Однако, какъ мы видѣли [см. выше стр. 267], колебанія этихъ частотъ будутъ держаться въ извѣстныхъ границахъ: всего чаще будутъ попадаться частоты, равныя 50%; приблизительно въ половинѣ случаевъ частотъ бѣлаго шара отклонится отъ 50% не болѣе, какъ на вѣроятную ошибку, и будетъ, слѣдовательно, лежать въ предѣлахъ 0,47 и 0,53; крайне рѣдко встрѣтится отклоненіе больше двукратнаго модуля, т.-е. частотъ, меньшая 0,36 или большая 0,64 и почти никогда не встрѣтится отклоненій, превышающихъ модуль въ четыре, пять разъ. Въ цѣломъ, рядъ такихъ частотъ представитъ картину, близко напсминающую тѣ статистическія таблицы, изъ которыхъ мы почерпаемъ зна-

¹⁾ Ср. *Zizek*, Die statistischen Mittelwerte, S. 304.

комство съ устойчивостью статистическихъ чиселъ. Это, естественно, наводитъ на мысль поискать ключа къ пониманію условій, приводящихъ къ такому порядку въ числахъ статистики, въ уподобленіи ихъ тѣмъ, намъ лучше извѣстнымъ, которыя порождаютъ устойчивость ряда частостей бѣлыхъ и черныхъ шаровъ въ описанныхъ условіяхъ эксперимента извлеченія шаровъ изъ закрытой урны.

Что выигрываемъ мы, привлекая эту схему теоріи вѣроятностей къ объясненію устойчивости статистическихъ чиселъ? Она даетъ пониманіе того при самомъ зарожденіи политической ариѐметики подмѣченного факта, что колебанія статистическихъ чиселъ тѣмъ меньше, чѣмъ больше отдѣльныхъ случаевъ охватывается наблюденіемъ. Уже Граунтъ замѣчаетъ, что степень устойчивости чиселъ смертныхъ случаевъ не вездѣ одинакова, но, не будучи математикомъ, онъ оказывается не въ силахъ дать отчетъ въ этомъ явленіи: для различій, которыя связаны съ числомъ случаевъ, онъ ищетъ реальныхъ причинъ въ условіяхъ жизни сравниваемыхъ группъ населенія. Граунтъ сопоставляетъ колебанія смертности въ городѣ Лондонѣ съ колебаніями ея въ небольшомъ сельскомъ приходѣ, для котораго ему удалось раздобыться статистическими данными. Лондонъ, въ силу большей численности наблюдений, обнаруживаетъ значительно меньшія колебанія. Это не ускользаетъ отъ вниманія Граунта. Но объяснить подмѣченныя различія онъ не умѣетъ. Дѣло въ томъ, думаетъ Граунтъ, „that the opener and freer Airs are most subject both to the good and bad Impressions and that the fumes, steams and stenches of London do so medicate and impregnate the Air about it, that it becomes capable of little more, as if the said fumes rising out of London met with opposed and justled backwards the Influences falling from above, or resisted the incursion of country Airs“ 1). Галлей—

1) *Graunt, Observations*, p. 392: „болѣе открытый и свободный воздухъ въ большей мѣрѣ подверженъ какъ добрымъ, такъ и худымъ воздѣйствіямъ, а дымъ, пары и зловонія Лондона въ такой степени приправляютъ и проникаютъ воздухъ надъ городомъ, что онъ не способенъ на большее, какъ сказанными испареніями, поднимающимися изъ Лондона, отбрасывать назадъ спускающіяся сверху вліянія или задерживать притокъ воздуха изъ деревни“.

астрономъ и математикъ—уже яснѣе улавливаетъ связь между размѣрами колебаній статистическихъ чиселъ и количествомъ наблюдений: недостаточно массовымъ характеромъ полученныхъ изъ Бреславля данныхъ онъ объясняетъ скачки въ числахъ составленной имъ таблицы смертности; неправильности въ ходѣ чиселъ, указываетъ онъ, „seems rather to be attributed to Chance“; онъ „would rectifie themselves, were the number of years much more considerable, as 20 instead 5“¹⁾. Голландскій философъ G. J. s'Gravesande облекаетъ мысль о сглаживающемъ вліяніи массы въ форму обще-логическаго принципа, и въ его формулировкѣ, чрезъ посредство голландскаго же статистика W. Kerseboom'a, представление, что „saepe vero regularitas, quae consideratis paucis effectibus nos fugit, ubi plures ad examen vocantur, detegitur“²⁾, входитъ понемногу въ обиходъ статистиковъ. Но насколько вопросъ остается еще смутнымъ, ясно показываютъ колебанія Зюсмилъха. Закономѣрность общественныхъ явленій, раскрывающаяся въ большихъ числахъ наблюдений,—краеугольный камень научнаго міровоззрѣнія Зюсмилъха. Но что такое эти большія числа? Въ поискахъ отвѣта Зюсмилъхъ беспомощно бьется, всматриваясь въ единичныя числа и не будучи въ силахъ связать свои эмпирическія обобщенія съ мало ему знакомою теоріей вѣроятностей. Въ Нюрнбергѣ въ 1721 году родилось больше дѣвочекъ чѣмъ мальчиковъ. „Sonst ist es durchgehends etwas

Отъ размышленій Граунта недалеко уходитъ и слѣдующее, современное намъ разсужденіе: „Si le rapport du nombre des garçons à celui des filles est remarquable par sa constance en ce qui concerne les enfants nés vivants,.... le même rapport calculé pour les morts-nés est en général (beaucoup plus élevé et aussi) beaucoup plus variable suivant les pays et les époques“ (Stat. intern. de la population, p. 184—185).

1) *Halley*; An estimate of the degrees of the Mortality of Mankind, p. 599: „повидимому, должны быть поставлены скорѣе на счетъ случая и сгладились бы, если бы число лѣтъ было гораздо болѣе значительнымъ, напримѣръ, 20 вмѣсто 5“.

2) *S'Gravesande*, Introductio ad philosophiam, §§ 617, 618, p. 144—146: „Нерѣдко правильность, которая ускользаетъ отъ насъ при разсмотрѣніи малаго числа слѣдствій, раскрывается, если привлечь ихъ къ разсмотрѣнію въ большемъ числѣ“.

beständiges, dass sich in Zahlen, die 1000 und mehr betragen, mehr Knaben finden“,—съ недоумѣніемъ замѣчаетъ Зюсмилхъ въ 1741 году въ первомъ изданіи „Божественнаго порядка“— „и лишь въ маленькихъ мѣстечкахъ случается, что перевѣшиваютъ по числу рожденія дѣвочекъ, да и то не часто, не болѣе одного года изъ пяти“¹⁾. Ко второму изданію [1762 года] Зюсмилхъ становится осторожнѣе и, вмѣсто тысячи рожденій, начинаетъ требовать двухъ-трехъ десятковъ тысячъ для того, чтобъ съ увѣренностью разсчитывать на перевѣсъ числа мальчиковъ²⁾.

1) *Süssmilch*, Die Göttliche Ordnung, S. 125: „Въ другихъ случаяхъ вообще неизмѣнно встрѣчается, что въ числахъ, превосходящихъ 1000, попадаете больше мальчиковъ“.

2) Ср. Die Göttliche Ordnung, 2 Aufl., S. 245: „Daher kann man mit Zuverlässigkeit die Regel als unveränderlich betrachten: dass jederzeit und überall, wo 20 bis 30 Tausend jährlich oder auch in mehreren Jahren geboren werden, die Zahl der Knaben grösser sey, als der Mägden“. Зюсмилхъ чувствуетъ потребность привлечь къ обоснованію такого правила теорію вѣроятностей, но, видимо, заимствуетъ указанія изъ вторыхъ и третьихъ рукъ—преимущественно, у Керсеboom'a—и безсильно путается въ плохо понимаемыхъ математическихъ формулахъ; онъ ссылается на Арбутнота, на Муавра, на Николая Бернулли, но *Art conjectandi* Якова Бернулли не знаетъ, несмотря на полвѣка, протекшіе съ выхода въ свѣтъ этого посмертнаго труда великаго математика.

Насколько вообще трудно притти въ этихъ вопросахъ къ сколько-нибудь точнымъ выводамъ путемъ эмпирическаго нащупыванья,—тому можно привести яркія доказательства и изъ временъ, менѣе отъ насъ удаленныхъ. Въ 1820 году—тремя четвертями вѣка позднѣе Зюсмилха—знаменитый *Hufeland* останавливаетъ свое вниманіе на томъ фактѣ, что отношеніе числа мальчиковъ къ числу дѣвочекъ среди новорожденныхъ равняется 21 : 20, и, замѣчая, что при малыхъ числахъ наблюденій, эта пропорція не проступаетъ съ надлежащей ясностью, ставитъ вопросъ: „Wo fängt zuerst an das Gesetz dieses so bestimmten Verhältnisses in die Erscheinung zu treten?“ „In den Individuen“—излагаетъ Гуфеландъ ходъ своего рѣшенія проблемы—, fand sich das Verhältniss offenbar nicht... Ich ging also zur Vereinigung mehrerer Familien über, von 20, 30, 50 auf einen Punkt, zu kleinen Dörfern von 150 bis 300 Menschen. Aber auch hier fand ich das nämliche Verhältniss, wie bei einzelnen Familien. Manches Jahr wurden in einem solchen Dorfe bloss Knaben geboren, manches Jahr bloss Mädchen. Ja zuweilen einige Jahre nacheinander nur Kinder von einerlei Geschlecht. Endlich fiel mir ein, die Zahlen von 10 bis 15 Jahren zusammenzurechnen, und siehe, nun hatte ich das Grundverhältniss von 21 zu 20 wieder. Ich ging nun noch weiter. Was sich bei kleinen Menschencongrega-

Такимъ блужданіямъ на ошупь сопоставленіе статистической устойчивости со схемою извлеченія шаровъ изъ закрытой урны съ немѣняющимся содержаніемъ полагаетъ конецъ. Теорема Бернулли даетъ ясное представленіе о тѣхъ

tionen alle 10 Jahre ereignet, das, dachte ich, muss sich bei grösseren in kürzeren Zeiträumen darstellen. Ich nahm die Geburtslisten der Städte von 5000 und mehreren Einwohnern, und fand, dass hier in den einzelnen Monaten ebenso wenig, wie dort in den einzelnen Jahren, das Verhältniss zu finden war, aber am Ende des Jahres, also in so viel Monaten, wie dort Jahren, trat das völlig richtige Verhältniss wieder hervor. Bei grösseren Städten von 50000 Menschen fand sich das Verhältniss schon alle 4 Monate, bei noch grösseren von 100000 Menschen alle Monate, und bei noch grösseren von 200000 und darüber, z. B. Berlin, alle Wochen. Endlich stieg der Gedanke in mir auf. Was sich bei 100000 in jeder Woche ereignet, geschieht vielleicht bei Millionen in einem Tage. Durch die hohe Vermittelung Sr. Excellenz des Herrn Staatsministers von Schuckmann wurde es mir möglich gemacht die Listen von der Geburt eines Tages aus der ganzen Preussischen Monarchie, also von einer Zahl von 10000000 Menschen zu erhalten. Und mit Erstaunen und freudiger Ueberraschung fand ich meine Vermuthung bestätigt“ (S. 17—21). Результатъ своего изслѣдованія Гуфеландъ выливаетъ въ форму ряда тезисовъ. Пропорція мальчиковъ и дѣвочекъ среди рождающихся по всей землѣ одна и та же, именно, 21 : 20. Но „bei den einzelnen Familien zeigt sich keine Spur davon; bei mehreren Familien, die zusammenwohnen, tritt es nach einer Reihe von 10—15 Jahren hervor; bei Massen von 10000 Menschen alle Jahre; bei Massen über 50000 Menschen alle Monate; bei Massen von mehreren 100000 Menschen alle Wochen; bei 10 Millionen jeden Tag“. Изслѣдованіе, какъ видимъ, кропотливое и обстоятельное. А сколь ничтожны его результаты! Я не говорю уже о томъ, что вся эта возня съ отдѣльными числами не приводитъ Гуфеланда къ пониманію хотя бы элементарныхъ особенностей интересующаго его явленія;— вотъ какими доводами опровергаетъ онъ, напримѣръ, попытки объяснить правильность на почвѣ теоріи вѣроятностей: „man hat es nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit und des Zufalls zu berechnen gesucht, aber auch diese reichen hier nicht zu. Denn ich frage, wie wird man daraus erklären können, dass, bei der unendlichen Verschiedenheit des Zufalls, demnach jeden Tag bei grossen Summen die gleiche Zahl beider Geschlechter geboren wird? Und dann wieder bei kleinern Menschenmassen die Zahl nach Verlauf von 10 Jahren wieder ins gleiche Verhältniss tritt?“ (S. 28). Теоретическіе недочеты можно и не ставить слишкомъ строго въ счетъ: не къ тому всѣ вычисленія Гуфеланда и клонились. Но худо то, что самыя эмпирическія правила, долженствующія констатировать, при какомъ числѣ наблюденій законъ начинаетъ проступать ясно, оказываются совершенно невѣрными. Ихъ полное несоотвѣтствіе фактамъ отмѣтилъ еще *Riecke*, извѣстный переводчикъ Кетле. Рике указываетъ, напримѣръ, что въ Пруссіи въ 20-хъ, 30-хъ годахъ XIX вѣка пропорція маль-

обстоятельствахъ, которыми обусловлена связь между размѣрами колебаній статистическихъ чиселъ и числомъ наблюдений. Подмѣченному независимо отъ теоретическихъ умствований свойству статистическихъ чиселъ становится тѣмъ болѣе устойчивыми, чѣмъ больше случаевъ объединяется въ рядъ, она даетъ раціональное объясненіе. И не приходится слишкомъ строго осуждать тѣхъ статистиковъ, которые, обрадовавшись возможности найти въ ней какую ни на есть опору для висѣвшихъ дотолѣ въ воздухѣ правилъ работы, въ увлеченіи ею пошли дальше того, на что, собственно, имѣли право.

Въ чемъ же превысили свою компетенцію тѣ изслѣдователи, которые опирались на теорему Бернулли въ истолкованіи устойчивости статистическихъ чиселъ? Ошибки ихъ были двухъ родовъ. Нѣкоторые изъ ихъ выводовъ не вытекали съ должною степенью строгости изъ ихъ собственныхъ предпосылокъ. Другіе выводы съ посылками были связаны

чиковъ среди новорожденныхъ не только не оставалась неизмѣнною ото дня ко дню, но замѣтно колебалась отъ года къ году (стр. 30—33). Съ видимымъ сомнѣніемъ относится къ выводамъ Гуфеланда и *Hain*, не рѣшаясь, однако, категорически отвергнуть ихъ (См. Handbuch, Bd. I, S. 403).

Зюсмилху и Гуфеланду можно еще извинить подобные промахи; но когда представители современной науки повторяютъ тѣ же ошибки, это уже непростительно. *Шмоллеръ*, рабски воспроизводя слова Гуфеланда, утверждаетъ въ своей рѣчи Ueber die Resultate der Bevölkerungs- und Moralstatistik перепечатанной въ сборникъ Znr Litteraturgeschichte der Staats- und Sozialwissenschaften: „Bei beliebigen 205 Geburten wird man schwerlich gerade finden, dass auf 100 Mädchen 105 Knaben kommen. In einer Stadt mit 10000 Seelen aber zeigt sich dies Verhältniss wenigstens in einem Jahre, in einer Stadt mit 50000 Seelen in einem Monat, in einem Lande mit 10000000 Seelen zeigen die an jedem einzelnen Tage geborenen das Verhältniss“. *J. Lehr* (Wahrscheinl. von weibl. Geb., S. 533, Anmerk.), выражая свое недоумѣніе по поводу того, что Шмоллеръ рѣшился перепечатать безъ поправки это абсурдное замѣчаніе въ концѣ 80-хъ годовъ, справедливо указываетъ, что „bei einer Geburtenziffer von 0,04 würdę die von Schmoller ins Auge gefasste Geburtenmenge sich stellen in der ersten Stadt auf 400, in der zweiten auf 166, in dem ganzen Lande auf 1096“.

Чрезвычайно поучительную иллюстрацію тѣхъ трудностей, съ которыми встрѣчается изслѣдованіе, отказывающееся отъ математической базы, представляютъ статьи *W. Гуу* въ журналѣ Лондонскаго Статист. Общества, посвященный изученію колебаній статистическихъ чиселъ.

правильно, но безъ достаточной критики предрѣшался во-просъ о томъ, въ какой мѣрѣ самая предпосылка отвѣчаютъ условіямъ разсматриваемой проблемы.

Въ увлеченіи картиной закономѣрности, которую массовое наблюденіе раскрываетъ въ явленіяхъ общественной жизни, Кетле и, въ особенности, его поклонники изъ лагеря матерьялистовъ склонны были видѣть въ устойчивости статистическихъ чиселъ рѣшающій доводъ въ пользу гипотезы полной детерминированности человѣческихъ дѣйствій. Статистика неопровержимо доказываетъ,—утверждали они,—что все въ жизни человѣческой подчинено столь же непреложнымъ законамъ, какъ въ движеніи свѣтилъ небесныхъ. „Не считаясь съ выводами статистики“,—бросаетъ Ад. Вагнеръ вызовъ противникамъ,—„вы уподобляетесь страусу, который зарываетъ голову въ песокъ при видѣ опасности“ ¹⁾. А что можетъ быть противопоставлено несокрушимой силѣ статистическихъ фактовъ?

Такая попытка перенести метафизическій споръ на эмпирическую почву была, разумѣется, въ корнѣ безнадежною. Плохимъ діалектикомъ явилъ бы себя тотъ противникъ детерминизма, который не счумѣлъ бы приспособить своихъ философскихъ взглядовъ ко всѣмъ выводамъ положительной науки. Въ данномъ же случаѣ не требовалось и особыхъ натяжекъ для того, чтобъ примирить представленіе о свободѣ воли съ тѣми фактами, на которые съ торжествомъ указывали статистики-матерьялисты. Достаточно было дать себѣ отчетъ въ тѣхъ обстоятельствахъ, которыми порождается устойчивость массовыхъ явленій. Лишь крайняя рудиментарность теоретическихъ представленій объ устойчивости мѣшала противникамъ кетлетизма вскрыть съ должною отчетливостью слабыя стороны аргументаціи проповѣдниковъ статистическаго матерьялизма. Лицамъ же располагавшимъ болѣе яснымъ пониманіемъ основъ теоріи вѣроятностей, не представляло труда обнаружить всю тщету попытокъ привлечь статистику въ третейскіе судьи въ вѣковомъ спорѣ о свободѣ и предопредѣленіи въ жизни человѣческой.

1) *Ad. Wagner, Gesetzmässigkeit, S. XVI.*

Допустимъ, что правильность, обнаруживающаяся въ „кажущихся свободными“ человѣческихъ дѣйствіяхъ, по своему происхожденію вполне однородна съ тою, какая наблюдается при извлеченіи шаровъ изъ урны, при подбрасываніи кости, при игрѣ на рулеткѣ. Позволяетъ ли это притти къ заключенію, что въ человѣческихъ дѣйствіяхъ свободная воля, не подчиняющаяся никакимъ внѣшнимъ толчкамъ и „мотивамъ“, не играетъ роли? Для того, кто ясно представляетъ себѣ всю цѣпь обстоятельствъ, приводящихъ при извлеченіи шаровъ и т. п. частости въ связь съ вѣроятностями, незаконность подобнаго вывода очевидна. Въ основѣ закона большихъ чиселъ лежитъ скрещиваніе взаимно независимыхъ рядовъ событій. Для того, чтобъ въ массовыхъ итогахъ человѣческихъ дѣйствій устанавливалась извѣстная правильность, движенія воли отнюдь не должны быть механически связаны съ каузально детерминированными процессами внѣшняго міра: если свободная воля останавливается на тѣхъ или иныхъ рѣшеніяхъ съ тою же непринужденностью, съ тою же независимостью отъ внѣшнихъ вліяній, подъ дѣйствіемъ ей самой свойственныхъ, ей имманентныхъ моментовъ, какъ шарикъ рулетки останавливается на томъ или иномъ полѣ, не взирая на цвѣтъ его и номеръ, то въ массовомъ итогѣ обнаружится та же правильность, къ какой приводитъ и допущеніе, что волевые рѣшенія опредѣляются „мотивами“ или „причинами“. О механизмѣ воли статистическая правильность не говоритъ ничего ¹⁾).

¹⁾ Для того, чтобъ отразить натискъ кетлетистовъ, достаточно этихъ несложныхъ соображеній, развитыхъ еще Корнваль Льюисомъ въ его рецензіи на книгу Бокля. Для большинства противниковъ статистическаго матерьялизма, не чувствующихъ себя на твердой почвѣ, чуть аргументы начинаютъ соприкасаться съ теоріей вѣроятностей, они оказываются, однако, недоступными. Въ нѣмецкой литературѣ поры реакціи противъ кетлетизма лишь *Лексисъ* даетъ себѣ ясный отчетъ въ теоретическихъ основахъ устойчивости и умѣетъ использовать уроки теоріи вѣроятностей въ интересахъ отстаиваемой точки зрѣнія: см. *Theorie der Massenersch.*, S. 19, 92. Остальные участники крестоваго похода противъ Кетле и его школы полагаютъ, что съ представленіемъ о полной свободѣ воли, о свободѣ — произволѣ, статистика заставляетъ окончательно порвать. „Zugleich ergibt sich..., dass die einzelnen Willensentscheidungen und Handlungen immer nach Motiven erfolgen müssen,

Въ вопросѣ о свободѣ воли достаточно легкаго прикосновенія умѣлой руки къ логическимъ основамъ теоріи вѣро-

dass also ein liberum arbitrium indifferentiae nicht vorliegen kann“—характеризуетъ итоги Ueberwindung кетлетизма *Müffelmann* (Das Problem der Willensfreiheit in der neuesten deutschen Philosophie, S. 110). Но такое представление о свободѣ и безъ статистики приходится отбросить. „Da man in Deutschland längst an die Vorstellung einer Einheit von Geist und Natur gewöhnt war, so ist es natürlich, dass unsere Philosophen durch den Widerspruch zwischen den Resultaten der Statistik und der veralteten Doctrin der Willensfreiheit nicht so sehr afficiert wurden“—отвѣчаетъ *Lange* (Geschichte des Materialismus, S. 707) на вызовъ, брошенный философомъ Ад. Вагнеромъ,—выходъ, подсказываемый самимъ Вагнеромъ (см. Gesetzmässigkeit, S: 46—47: „Die Idee einer ganz regel- und gesetzlosen, absoluten Willkühr der Menschen fällt vor jenen Ergebnissen zu Boden. Allein schon die Speculation hat die Unhaltbarkeit dieser Idee nachgewiesen“). „Unsere freiesten Handlungen sind die motiviertesten“—дружно повторяютъ за *Дробишемъ* представители нѣмецкой философско-этической реакціи противъ крайняго матеріализма послѣдователей Кетле; „Die höchste Freiheit ist. . . nicht die Willkühr, sie ist Bestimmtheit, aber die Bestimmtheit durch das absolut Gute und Ideale“ — декламируетъ *Шмоллеръ* въ своей рѣчи о статистикѣ населенія и нравственной статистикѣ. Но, несмотря на приподнятый и даже вызывающій тонъ, полной увѣренности въ томъ, что все обстоитъ благополучно, они все же не чувствуютъ, и самъ *Дробишъ* въ концѣ концовъ опускаетъ руки, приходя послѣ всѣхъ потугъ къ признанію, что „für eine wissenschaftlich philosophische Sinnesart lässt doch das Studium der Statistik einen Stachel des Zweifels zurück“ (Moralische Statistik, S. 56). Безпомощнымъ чувствуетъ себя и *Lotze*, находящій лишь въ скептицизмѣ Рениша нѣкоторую поддержку въ своей растерянности. — см. Mikrokosmos, Buch VII, Kapitel III, Die wirkenden Kräfte in der Geschichte, S. 72—80: „Bestätigte daher erneute Prüfung der Erfahrungen. . . diese Zahlenbeständigkeit, so würden wir in ihr eine Thatsache zuzugestehen haben, von der wir weder die Weise ihrer Bewirkung, noch ihren vernünftigen Sinn begreifen. . . Aber eben jene erneute Prüfung, an der es in letzter Zeit nicht gefehlt, überzeugt uns von der grossen Voreiligkeit, mit welcher aus unzuverlässig geführten Berechnungen dieser statistische Mythos entstanden ist“.

Та же растерянность царить и внѣ Германіи въ кругахъ статистиковъ, недостаточно ориентированныхъ въ теоріи вѣроятностей. „La negazione della libertà non è conseguenza legittima della dottrina dello statistico belga, la sua limitazione si“ — разсуждаетъ, напримѣръ, итальянскій почитатель *Дробиша Maggiore-Perni*, съ восторгомъ присоединяющійся къ „золотымъ словамъ“ нѣмецкаго философа, что „non esiste libero arbitrio assoluto“ (Regolarità, pp. 64—65, 85—87). „O, si può, si deve rigettare, dopo gli ultimi studi della psicologia sperimentale e della statistica, la libertà d'indifferenza, il capriccio della volontà“,—патетически восклицаетъ *Luzzati* (Precursori, p. 18). „Sorgono i conciliatori, i quali vogliono accomodare la verità delle osservazioni statistiche co-

ятностей для того, чтобъ отразить натискъ статистиковъ-матерьялистовъ, не сходя съ почвы предлагаемаго ими самими

libero arbitrio. Come assotigliano la mente, con quanta fertilità di spediente disputano e come paiono felici quando sperano di aver salvato il buon costume e la scienza, di aver conciliato l'inconciliabile. . . Quindi confessiamolo: siamo impotenti a illustrare i più grandi misteri della vita. A fine di chiarirli vi è chi per salvare la statistica sopprime il libero arbitrio; vi è chi per salvare il libero arbitrio disconfessa la statistica. Questo modo di procedere è antiscientifico" (pp. 16, 21).

Напротивъ, у писателей, стоящихъ ближе къ математической теоріи вѣроятностей, мы часто встрѣчаемъ ясное пониманіе некомпетентности статистики въ томъ спорѣ, рѣшать который хотѣли ее призвать ея не въ мѣру пылкіе поклонники. Совершенно отчетливое представленіе о томъ, что устойчивость массовыхъ результатовъ не предполагаетъ полной детерминированности единичныхъ случаевъ, мы находимъ, напримѣръ, у *Bienaymé*: „Aujourd'hui on a mieux approfondi la nature de la théorie des probabilités, et l'on sait qu'elle est absolument la même et pour les choses qui semblent réglées par des lois immuables, et pour celles qui dépendent des caprices de la volonté la plus libre. Elle s'adapterait au pélagianisme le plus outré, tout aussi bien qu'à l'islamisme le plus résigné. Elle ne favorise ni l'un ni l'autre" (Rapport о книгѣ Guerry); ср. *Messedaglia*, La statistica, p. 280.

Увѣренно становится на ту же почву *Renouvier* въ своемъ обоснованіи индетерминизма; его анализъ вопроса (ср. Science de la morale, t. II, Chapitre XCVII, pp. 523—549; Traité de logique, t. II, Chapitre XXXVIII; Traité de psychologie, t. II, Chapitre XIII) заслуживаетъ большаго вниманія статистиковъ нежелн то, какое выпало ему на долю (насколько я могу констатировать, внѣ Франціи взгляды Ренувье оказали нѣкоторое вліяніе лишь на Эджворта, — см. статью Эджворта Chance and law, pp. 154—156). Съ полной опредѣленностью развиваютъ сходную точку зрѣнія *Sigwart*, Logik, Bd. II, S. 704; *Lottin*, La statistique morale, p. 76; *Gomperz*, Ueber die Wahrscheinlichkeit der Willensentscheidungen, S. 16—17.

Попытки привлечь статистику къ обоснованію теоріи воли, тѣмъ не менѣе, не прекращаются. Но теперь оружіе обращено противъ тѣхъ, кто первый пустилъ его въ ходъ: изъ факта устойчивости статистическихъ чиселъ дѣлается выводъ о свободѣ воли. Одна группа представителей этого теченія, рекрутирующаяся изъ круговъ нѣмецкой теологін (*Haas*, *Gutherlet*), не приводитъ, за недостаточной ориентированностью въ вопросахъ теоріи вѣроятностей, сколько-нибудь серьезныхъ доводовъ въ пользу отстаиваемой точки зрѣнія. Большой интересъ представляетъ аргументація группы русскихъ математиковъ, склонной именовать себя „Московской школою“; за послѣднее время ея взгляды получили извѣстность даже за предѣлами Россіи благодаря нѣмецкимъ статьямъ проф. В. Г. Алексѣева, излагающимъ ихъ въ легко доступной формѣ. „Московская школа“ рѣшительно настаиваетъ на томъ, что свобода воли есть *conditio sine qua* поп статистической закономѣрности явля-

объясненія статистической правильности. Свобода самая неограниченная,—та абсолютная свобода-произволъ, о которой

нѣй общественной жизни. Доказательство этого положенія, предложенное П. А. Некрасовымъ, опирается на анализъ логическихъ предпосылокъ теоремы Чебышева, полагаемой въ основу теоретическаго объясненія факта устойчивости среднихъ чиселъ. Выводъ теоремы Чебышева, указываетъ Некрасовъ (Философія и логика науки о массовыхъ проявленіяхъ, стр. 29), предполагать взаимную попарную независимость отдѣльныхъ случаевъ, объединяемыхъ въ группы для вывода среднихъ. Но въ области изучаемыхъ статистикою явленій общественной жизни такая независимость можетъ быть обезпечена лишь тѣмъ, „dass in der menschlichen Thätigkeit ein Faktor vorhanden ist mit vernünftigen Zwecksetzungen, welcher die Thätigkeiten verschiedener Personen rationell isoliert“—такъ формулируетъ, вслѣдъ за Некрасовымъ, основы аргументаціи Алексѣевъ (Die arithmologischen... Kausalitäten, S. 146). Для поясненія служить и Некрасову и Алексѣеву примѣръ пожарной статистики: „wenn in einer grossen Stadt die mittlere Zahl der in vergangener Zeit stattgehabten Brände einzelner Häuser von Jahr zu Jahr sich wiederholt, können wir infolge des Tschebyscheff'schen Satzes behaupten, dass die Stadt eine vernünftig organisierte Isolation der Häuser (durch Brandmauer, bedeutende Entfernungen, gute Löschmittel u. s. w.) besitzt, welche die Brände einzelner Häuser unabhängig von einander macht“ (Ueber die Entwicklung, S. 89).

Неточность этихъ разсужденій видна уже изъ того, что аргументація, какъ справедливо подчеркиваетъ Urban, Application, p. 167, быть дальше цѣли: „This argument proves too much, because it applies to all kind of random events among which there are many classes of events which doubtlessly are causally necessitated... Whether high water arrives at London Bridge in the first, second, third or fourth quarter of an hour of the morning is the very type of an event which is causally necessitated. The single events depend entirely on physical conditions, but the results of a long series of observations conform, nevertheless, with the requirements of the calculus in a very high degree“.

Такимъ образомъ, поскольку даже наблюденія надъ фактическою устойчивостью статистическихъ чиселъ позволяютъ заключать о взаимной попарной независимости отдѣльныхъ случаевъ, интерпретація независимости въ томъ смыслѣ, что на лицо имѣются каузально недетерминированные факторы, произвольна: она не исключается, но отнюдь не можетъ быть признана необходимою. А, съ другой стороны, самое представленіе, будто вездѣ, гдѣ наблюдается устойчивость массовыхъ результатовъ, непременно должна имѣть мѣсто попарная взаимная независимость отдѣльныхъ случаевъ, погрѣшаетъ тѣмъ же, чѣмъ грѣшили представленія объ устойчивости Кетле и его послѣдователей: оно забываетъ о разнообразіи тѣхъ условій, въ которыхъ могутъ наблюдаться устойчивыя статистическія числа. Вернемся, хотя бы, къ примѣру пожарной статистики. Развѣ идеально проведенная изоляція одного случая пожара отъ другаго необходимое условіе, безъ соблюденія котораго числа погорѣвшихъ домовъ не будутъ обнаруживать ни малѣйшей устойчивости?

Дробишь и его соратники, въ гипнозѣ статистической законѣрности, не держаютъ и помышлять—отлично мирится

Правда, если противопожарныя мѣры не совершенны и отъ одного дома легко вспыхиваетъ другой и третій, то колебанія въ числѣ истребленныхъ пожарами домовъ отъ года къ году будутъ болѣе значительными (см. ниже, гл. V, § 3, анализъ случая „острой связанности единичныхъ явленій“ въ схемѣ Wiener-Bortkewitsch'a), но устойчивыми эти числа еще не перестанутъ быть. Дѣло сводится, такимъ образомъ, къ *quaestio facti*: къ тому, каковы въ дѣйствительности колебанія статистическихъ чиселъ, соотвѣтствуютъ ли они предположенію независимости или нѣтъ. И на этотъ вопросъ дается конкретными изслѣдованіями опредѣленный отвѣтъ: съ допущеніемъ независимости фактическія колебанія статистическихъ чиселъ рѣдко мирятся. Аргументація Московской школы въ пользу свободы воли, слѣдовательно, отпадаетъ.

Своеобразную позицію занялъ въ разбираемомъ вопросѣ Орженцкій въ своей работѣ о „сводныхъ признакахъ“. Допуская, что устойчивость статистическихъ чиселъ вполне мирится съ абсолютной свободой воли (стр. 342), онъ не считаетъ возможнымъ для статистика-детерминиста остановиться на томъ формальномъ объясненіи, которое довольствуется ссылкой на „независимость моментовъ испытанія“, какъ „единственное условіе примѣненія законовъ вѣроятности“ (стр. 341). Орженцкій ставитъ себѣ задачей дать на почвѣ послѣдовательнаго строгаго детерминизма детальную конструкцію механизма воли, примиряющую психологическія наблюденія надъ „свойствами поведенія самой воли“ (стр. 346) съ „статистической законѣрностью свободныхъ дѣйствій человѣка“. На предлагаемомъ имъ рѣшеніи задачи—рѣшеніи остроумномъ, но шаткомъ,—я останавливаться не буду: эта психологическая проблема могла бы быть признана входящею въ компетенцію теоріи-статистики лишь въ томъ случаѣ, если бы, дѣйствительно, статистическія данныя опредѣленно свидѣтельствовали въ пользу одной какой-либо детерминистической теоріи воли. Но развѣ это такъ? Развѣ построению самого Орженцкаго не могутъ быть противопоставлены иныя конструкціи, не менѣе остроумныя, хотя, быть можетъ, съ точки зрѣнія психолога, и менѣе удачныя (напр., построенія Гомперца)? Правда, Орженцкій дѣлаетъ попытку доказать общимъ образомъ недостаточность формальной аналогіи съ условіями азартныхъ игръ для объясненія устойчивости массовыхъ результатовъ свободныхъ дѣйствій человѣка. Но эта попытка явно неудачна. „Для воли безразличенъ исходъ испытанія“,—аргументируетъ Орженцкій,—„безразличны тѣ рѣшенія, на которыхъ она можетъ остановиться. Къ однимъ результатамъ она стремится, отъ другихъ—отвращается. Въ этомъ отношеніи ее можно было бы сравнить развѣ съ такимъ шарикомъ рулетки, который имѣетъ притяженіе къ однимъ дѣленіямъ и отталкивается отъ другихъ. Уже это одно обстоятельство устраняетъ аналогію волевой дѣятельности съ условіями азартныхъ игръ“ (стр. 343). Почему это обстоятельство представляется рѣшающимъ, я не вижу. Развѣ немыслима рулетка, въ которой разныя дѣленія имѣютъ, напри-

съ фактомъ устойчивости чисель нравственной статистики. Иначе обстоитъ съ другимъ выводомъ кетлетистовъ, возмущавшимъ сердца нѣмецкихъ философовъ. Мы видѣли, съ какимъ жаромъ Рюмелинъ и Шмоллеръ возстаютъ противъ притязаній статистики равнять благороднѣйшихъ изъ сыновъ народа по вѣроятности свершить преступленіе съ презрѣннѣйшими изъ злодѣевъ. Противъ такой нивелировки негодованіе противниковъ кетлетизма обращается въ большей даже мѣрѣ, нежели противъ выводовъ, затрагивающихъ свободу воли. Между тѣмъ нивелирующая тенденція, дѣйствительно, связана съ тѣмъ объясненіемъ устойчивости, которое было въ ходу среди статистиковъ-матерьялистовъ. Уподобляя единичные случаи, объединеніе которыхъ раскрываетъ въ массовомъ итогѣ стройный порядокъ, извлеченіямъ шаровъ изъ урны съ немѣняющимся количествомъ шаровъ бѣлаго и чернаго цвѣта, мы, естественно, приходимъ къ тому, что признаемъ всѣ отдѣльныя явленія, входящія въ статистическій рядъ, одинаковыми, съ точки зрѣнія обстоятельствъ, опредѣляющихъ собою конечный численный результатъ, и распространяемъ на каждое изъ нихъ то численное соотношеніе, которое уловлено въ массѣ. Частость бѣлыхъ шаровъ, равная 50⁰/₀, говоритъ въ этой схемѣ о томъ, что при первомъ извлеченіи, и при

мѣрѣ, не одинаково гладкую поверхность, такъ что шарикъ обнаруживаетъ къ однимъ большее, а къ другимъ меньшее притяженіе? Развѣ, нѣсколько усложнивъ механизмъ, мы не могли бы построить и такой азартной игры, гдѣ отъ нѣкоторыхъ дѣленій шарикъ отталкивался бы съ большей или меньшей силой?

Выводъ изъ анализа какъ самой проблемы, такъ и ея разработки въ литературѣ, мнѣ кажется, ясенъ: за предѣлы указанія на скрещиваніе независимыхъ моментовъ испытанія“ статистическія данныя сами по себѣ насъ вывести не могутъ; для рѣшенія проблемы воли по существу статистика не даетъ опоры. Какъ ни представлять себѣ механизмъ воли, какую бы дозу самоопредѣленія волѣ ни присваивать, уложить фактъ статистической законмѣрности въ рамки облюбованной теоріи не представитъ трудности для того, кто свободно распоряжается основными представленіями теоріи вѣроятностей. Проблема воли, безспорно, интересна, но лежитъ она совсѣмъ въ иной плоскости: статистикъ долженъ отъ нея отгородиться; накопленные же статистиками наблюденія должны отойти къ психологін, какъ небольшая часть потребныхъ для ея построеній матеріаловъ.

второмъ, и при пятомъ, и при десятомъ, и при послѣднемъ извлеченіи въ урнѣ было бѣлыхъ шаровъ половина на половину. Почему же преступность нѣкоторой группы лицъ, равная $1 : x$, не будетъ говорить о томъ, что для всѣхъ членовъ этой группы обстоятельства, вліяющія на совершеніе преступнаго дѣянія, остаются столь же неизмѣнными, какъ пропорція бѣлыхъ и черныхъ шаровъ въ урнѣ, характеризуюсь для всѣхъ числомъ $1 : x$? Если принять то объясненіе устойчивости статистическихъ чиселъ, которое примыкаетъ къ схемѣ выниманія шаровъ изъ урны съ немѣняющимся содержаніемъ, то трудно возражать противъ распространенія конечнаго вывода на всѣ случаи въ отдѣльности. Ошибка здѣсь не столько въ истолкованіи схемы, сколько въ ея выборѣ. Что даетъ намъ право утверждать, будто устойчивость вездѣ, гдѣ она ни наблюдается, сводится къ игрѣ причинъ такого рода, какъ при выниманіи шаровъ изъ урны съ немѣняющимся содержаніемъ? Развѣ устойчивые ряды чиселъ не могутъ возникнуть въ иныхъ условіяхъ?

Предположимъ, что передъ нами двѣ урны: въ одной изъ нихъ только черные шары, въ другой только бѣлые. Пусть игрою въ орлянку рѣшается, изъ какой урны вынимать шаръ: если выпадетъ орелъ, шаръ вынимается изъ первой урны; если выпадетъ рѣшетка,—изъ второй. Вѣроятность вынуть бѣлый шаръ равняется въ такихъ условіяхъ, какъ мы знаемъ (см. выше стр. 210), $1/2$. Предположимъ, что вынутый шаръ снова кладется въ ту урну, изъ которой онъ извлеченъ, и опытъ повторяется: снова подбрасывается монета, и снова, коли выпадетъ орелъ, извлекается шаръ изъ первой урны, а если выпадетъ рѣшетка, извлеченіе производится изъ второй. Если въ такихъ условіяхъ будетъ сдѣлано 100 извлеченій, а затѣмъ, повторяя экспериментъ, мы произведемъ еще 100 извлеченій и т. д. 1000 разъ, то среди этихъ 1000 серій по 100 извлеченій частоты бѣлыхъ шаровъ будутъ совершенно такъ же колебаться около 50%, какъ въ томъ случаѣ; когда всѣ извлеченія производятся изъ одной и той же урны, въ которой лежитъ поровну шаровъ бѣлыхъ и черныхъ. Всего чаще будутъ встрѣчаться

частости, равныя 50% или отъ 50% очень недалекія; частости, значительно отклоняющіяся отъ 50%, будутъ встрѣчаться рѣдко и притомъ тѣмъ рѣже, чѣмъ больше отклоненіе отъ 50%; группировка отдѣльныхъ частостей около средней будетъ слѣдовать формулѣ Лапласа, при чемъ модуль будетъ равняться $\sqrt{\frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}}{100}} = 0,07$. Словомъ, картина порядка, устанавливающаяся въ этомъ рядѣ частостей, будетъ буквально воспроизводить ту, которая получается при извлеченіи шаровъ изъ одной и той же урны.

Это положеніе, выведенное Пуассономъ при помощи математическихъ выкладокъ, представляется, въ сущности, настолько очевиднымъ безъ математическихъ доказательствъ¹⁾, что нѣкоторые математики даже считаютъ сложный выводъ Пуассона безсодержательнымъ упражненіемъ въ высшей математикѣ, своего рода стрѣльбою изъ пушекъ по воробьямъ²⁾. Съ такою оцѣнкою нельзя, однако, согласиться: громадная теоретическая важность предложеннаго Пуассономъ обобщенія въ полной мѣрѣ оправдываетъ затрату труда на сравнительно громоздкое математическое его обоснованіе, не говоря о томъ, что созданныя Пуассономъ приемы анализа позволяютъ получить дальнѣйшіе цѣнные выводы, самоочевидными далеко не представляющіеся.

Облекая теорему Пуассона въ общую форму, мы можемъ схемъ обстоятельствъ, порождающихъ порядокъ въ массо-

1) Ср. *Bienaymé*, Sur un principe, p. 4: „On conçoit facilement que les deux cas reviennent absolument au même. Il n'est pas besoin de le démontrer, et sans doute ceux qui en ont pris la peine n'y avaient vu qu'un exercice de calcul“; *Bienaymé*, Théorème sur la probabilité, p. 5; *Bortkewitsch*, Kritische Betrachtungen, I, S. 660—664; *Czuber*, W—rechnung, I, S. 168. Слѣдуетъ замѣтить, что *Пуассонъ* и самъ не закрывалъ глаза на возможность отождествить оба случая, не прибѣгая къ сложнымъ математическимъ выкладкамъ: см. *Recherches*, p. 44—46; *Mémoire sur les naissances*, p. 280—281.

2) Ср. *Bienaymé*, Sur un principe, p. 8: „On est donc en droit d'affirmer que la Loi des grands nombres n'a pas d'existence réelle“; *Bertrand*, Calcul des Probabilités, p. XXXII: „Tel est le résumé fait par Poisson lui-même d'une découverte qui se distingue bien peu des lois connues du hasard et à laquelle il a, à peu près seul je crois, attaché une grande importance“. На защиту Пуассона противъ нападокъ *Bienaymé* выступаетъ *Laurent*, Statistique mathématique, p. 22.

выхъ явленіяхъ, придать такой видъ. Пусть имѣется s урнъ, при чемъ вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ первой урны равна p_1 , вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ второй урны равна p_2 , и т. д.; вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ s -ой урны равна p_s . Предположимъ, что передъ каждымъ извлеченіемъ жребій опредѣляетъ, изъ какой урны вынимать шаръ, при чемъ вѣроятность, что шаръ придется вынимать изъ первой урны, остается все время неизмѣнной и равняется p_1' , вѣроятность вынимать шаръ изъ второй урны остается равною p_2' , и т. д.; вѣроятность, что вынимать придется изъ s -ой урны, равняется p_s' . Если въ такихъ условіяхъ, возвращая вынутый шаръ въ ту урну, изъ которой онъ извлеченъ, мы произведемъ n послѣдовательныхъ извлеченій и повторимъ затѣмъ этотъ экспериментъ μ разъ, то въ ряду μ частостей бѣлаго шара, соотвѣтствующихъ каждой изъ серій, все будетъ обстоять совершенно такъ же, какъ если бы шары вынимались изъ одной и той же урны съ такимъ количествомъ бѣлыхъ и черныхъ шаровъ въ ней, что вѣроятность вынуть изъ нея бѣлый шаръ равнялась бы $p = p_1' p_1 + p_2' p_2 + p_3' p_3 + \dots + p_s' p_s$. Всего чаще будутъ встрѣчаться частости бѣлаго шара, равныя p или близкія къ p , а отклоненія частостей отъ p будутъ слѣдовать таблицѣ $F(u)$ и формулѣ Лапласа, въ которой для p , опредѣляемаго при извлеченіи шаровъ изъ одной урны числомъ бѣлыхъ и черныхъ шаровъ въ этой урнѣ, надо взять среднюю для всѣхъ урнъ величину, вычисляемую по формулѣ $p = p_1' p_1 + p_2' p_2 + \dots + p_s' p_s$. Когда мы имѣемъ дѣло со „среднею вѣроятностью въ собственномъ смыслѣ слова“, какъ обозначаетъ этотъ случай Борткевичъ, то и средняя частость событія, и степень устойчивости частости устанавливаются совершенно такъ же, какъ при извлеченіи шаровъ изъ одной урны ¹⁾.

¹⁾ Не лишено интереса отмѣтить, что *Kemle* (Lettres, p. 213—215; ту же ошибку дѣлаетъ *Edgeworth*, On the application, p. 512) склоненъ, повидимому, думать, что степень устойчивости въ условіяхъ описаннаго выше эксперимента ниже чѣмъ въ случаѣ одной урны: — ср. *Bortkewitsch*, Kritische Betrachtungen, I., S. 659—660. Надо, впрочемъ, замѣтить, что мысль Кетле изложена не вполне отчетливо: Кетле плохо различаетъ условія настоящей за-

Съ нивеллирующими тенденціями той упрощенной теоріи статистической закономѣрности, которую исповѣдывали келлетисты, обобщенная схема Пуассона приканчиваетъ безповоротно. Мы видимъ, что устойчивая средняя получается и въ томъ случаѣ, когда передъ нами не одна урна, а цѣлый рядъ урнъ съ самымъ различнымъ относительнымъ числомъ бѣлыхъ шаровъ въ нихъ. Устойчивая частость появленія бѣлаго шара, равная 50% и соотвѣтствующая приблизительно вѣроятности въ $\frac{1}{2}$, еще не позволяетъ, слѣдовательно, утверждать, будто во всѣхъ урнахъ содержится бѣлыхъ и черныхъ шаровъ половина на половину: объ относительномъ числѣ бѣлыхъ шаровъ въ отдѣльныхъ урнахъ ни частость, ни лежащая въ основѣ ея вѣроятность ничего не говорятъ. Если при извлеченіи шаровъ изъ двухъ урнъ вопросъ о томъ, изъ какой урны вынимать шаръ, рѣшается подбрасываніемъ монеты, то въ одной урнѣ всѣ шары могутъ быть бѣлые, а въ другой всѣ черные, или въ первой на $\frac{1}{2}$ бѣлые, а во второй на $\frac{1}{2}$ черные и т. д.;—на картину частостей это не окажетъ вліянія: она ничѣмъ не будетъ отличаться отъ той, какая получилась бы, если бы въ обѣихъ урнахъ половина шаровъ была бѣлыхъ, а половина черныхъ. Смѣшивая въ одну массу, для цѣлей статистическаго изслѣдованія, чернѣйшихъ злодѣевъ съ чистѣйшими ангельскими душами, мы получимъ совершенно ту же статистическую картину устойчивой преступности, какъ если бы всѣ разсматриваемыя лица были обыденнѣйшими сѣренькими людьми и обладали равною для всѣхъ „наклонностью къ преступленію“. Отъ

дачи отъ той постановки эксперимента, которая отвѣчаетъ условіямъ, изображеннымъ ниже на стр. 321. Вообще до работы *Борткевича*, *Kritische Betrachtungen zur theoretischen Statistik*, съ полной ясностью формулировавшей логическое содержаніе разныхъ проблемъ, поставленныхъ и рѣшенныхъ Пуассономъ, мы встрѣчаемся въ литературѣ съ крайне смутными представленіями о существѣ Пуассоновыхъ обобщеній. Даже *Czuber* (см. *Entw. der W—theorie*, S. 81) путается въ интерпретаціи; о менѣе же подготовленныхъ и говорить нечего. Что можно, напримѣръ, вынести изъ такой формулировки: „*Auch in der Veränderung der Chancen kann eine Constanz liegen, sie können um einen mittleren Stand oscillieren, für welchen Fall Poisson den Bernoullischen Satz zum Gesetz der grossen Zahlen umgestaltet hat*“ — *Stumpf*, *Ueber den Begriff*, S. 111?

факта устойчивой средней преступности мы не имѣемъ права перейти къ утверженію, что всѣ люди, начиная съ Рюмелина и кончая послѣднимъ висѣльникомъ, равно наклонны къ нарушенію законовъ, — если нѣтъ прямыхъ доказательствъ того, что рассматриваемое явленіе представляетъ болѣе близкую аналогію со схемою одной урны, а не съ обобщенною схемою Пуассона. Уже одного этого вывода было бы достаточно, чтобъ обезпечить *Recherches* Пуассона роль настольной книги въ научномъ обиходѣ статистика-теоретика. Но ликвидаціей нивелирующихъ тенденцій того упрощеннаго объясненія устойчивости статистическихъ чиселъ, которое было въ ходу у статистиковъ-матеріалистовъ, вкладъ Пуассона въ теорію статистики далеко не исчерпывается. Пуассономъ выработаны математическіе приемы изслѣдованія, которые не только воочию обнаруживаютъ, что устойчивость массовыхъ явленій можетъ получаться въ результатѣ весьма разнообразныхъ сплетеній обстоятельствъ, но и позволяютъ систематически обзрѣть разные типы условій, приводящихъ къ болѣе или менѣе устойчивымъ массовымъ итогамъ, и найти мѣру степени устойчивости, этимъ типамъ отвѣчающей. Для всей современной теоріи статистической законмѣрности изслѣдованія Пуассона служатъ научнымъ фундаментомъ.

Чтобы познакомиться съ различіями въ условіяхъ, могущихъ породить устойчивыя массовыя явленія, внесемъ въ постановку эксперимента съ урною небольшую модификацію. До сихъ поръ мы предполагали, что при извлеченіи шаровъ изъ урны вынутый шаръ помѣщается обратно въ урну раньше, чѣмъ вынимается слѣдующій шаръ. Послѣдовательныя извлеченія являлись, въ силу этого, независимыми, въ томъ специфическомъ смыслѣ, который придается этому слову въ теоріи вѣроятностей: вѣроятность вынуть бѣлый или черный шаръ при одномъ изъ послѣдующихъ извлеченій не мѣнялась въ зависимости отъ того, какого цвѣта шаръ вынутъ ранѣе. Предположимъ теперь, что шаръ въ урну назадъ не кладется. Къ чему приведетъ такая постановка опыта? Пусть, слѣдовательно, передъ нами урна, въ которой всего σ шаровъ бѣлыхъ и черныхъ; пусть

пропорція шаровъ того и другого цвѣта такова, что вѣроятность вынуть бѣлый шаръ равна p . Изъ этой урны, не возвращая вынутаго шара обратно, мы вынимаемъ s шаровъ. Записавъ, сколько среди нихъ бѣлыхъ и черныхъ, мы кладемъ всѣ эти s шаровъ назадъ въ урну и, перетряхнувъ урну, повторяемъ въ тѣхъ же условіяхъ экспериментъ: т.-е. вынимаемъ опять, не помѣщая вынутаго шара обратно въ урну, s шаровъ. Если мы повторимъ экспериментъ μ разъ, то для этихъ μ серій по s извлеченій мы получимъ, какъ и ранѣе, рядъ μ частостей бѣлаго шара. Какую картину явить этотъ рядъ? Будетъ ли онъ подобенъ тому, какой получался, когда мы бросали назадъ въ урну вынутый шаръ раньше чѣмъ извлекать новый? Математическій анализъ показываетъ, что кое въ чемъ оба ряда будутъ сходны, но что между ними будетъ и существенное различіе. Въ новомъ ряду, какъ и ранѣе, всего чаще будутъ встрѣчаться такія частости бѣлаго шара, которыя или равны p или незначительно отъ p отклоняются. Около этого наичаще встрѣчающагося значенія остальные частости бѣлаго шара будутъ группироваться такъ, что отклоненія отъ него будутъ тѣмъ рѣже, чѣмъ они больше. Законъ, связывающій величину отклоненія съ его частостью, будетъ имѣть все ту же форму, что прежде: частость отклоненія даннаго размѣра будетъ приблизительно опредѣляться по формулѣ Лапласа таблицею значеній $F(u)$, но съ тою весьма существенною разницею, что модуль, величина котораго характеризуетъ степень устойчивости ряда, будетъ иной. вмѣсто $\sqrt{\frac{2 p (1-p)}{s}}$ онъ будетъ въ такихъ условіяхъ эксперимента равняться $\sqrt{\frac{2 p (1-p)}{s \frac{\sigma}{\sigma-s}}}$ ¹⁾. Онъ будетъ, такимъ образомъ, въ $\sqrt{\frac{\sigma}{\sigma-s}}$ разъ меньше того,

¹⁾ Ср. *Bertrand*, Calcul des probabilités, p. 94—95; *Czuber*, W—rechnung, I, S. 163—164 (Czuber дѣлаетъ ошибку, въ интерпретаціи формулы и ошибочно приходитъ къ заключенію, будто устойчивость ряда частостей будетъ въ такихъ условіяхъ меньше нежели при возвращеніи шара въ урну обратно); *Bachelier*, Théorie des probabilités continues, p. 276—277, 314—316, 326—327 (не лишеныя интереса обобщенія).

какой характеренъ для ряда частостей, получающихся при обычныхъ условіяхъ выниманія шара изъ урны. Вспоминая, что чѣмъ модуль меньше, тѣмъ рѣже встрѣчаются большія отклоненія и тѣмъ устойчивѣе, слѣдовательно, рядъ, мы видимъ, что въ разсматриваемыхъ сейчасъ условіяхъ получается рядъ еще болѣе устойчивый, нежели тотъ, который мы получали, возвращая въ урну вынутый шаръ. Не представляетъ трудности и разобраться въ тѣхъ обстоятельствахъ, которыя порождаютъ въ данномъ случаѣ такую повышенную устойчивость ¹⁾. Если мы вынутый шаръ бросаемъ назадъ въ урну, то на послѣдующихъ извлеченіяхъ не отражается, какой шаръ вынулъ раньше: будь то шаръ бѣлый или шаръ черный, дальше все идетъ по одинаковому. Напротивъ, если мы вынутаго шара назадъ не кладемъ, то обстоятельства новаго извлеченія замѣтно мѣняются въ зависимости отъ того, что за шары вынули раньше: если вынимается черный шаръ, то въ урнѣ становится черныхъ шаровъ меньше, чѣмъ было, и вѣроятность вынуть черный шаръ въ дальнѣйшемъ падаетъ; напротивъ, если вынимается бѣлый шаръ, то убываетъ въ урнѣ число бѣлыхъ шаровъ, и вѣроятность появленія въ дальнѣйшемъ шара не бѣлаго поднимается. Другими словами, въ такихъ условіяхъ вступаютъ въ дѣйствіе силы, направленные къ тому, чтобъ компенсировать уклоненія отъ нормы: какъ только въ ряду извлеченій частость какого-нибудь цвѣта превыситъ нормальную, сейчасъ же для дальнѣйшихъ извлеченій повышается вѣроятность иного цвѣта. Это и поднимаетъ устойчивость массоваго результата по сравненію съ тѣмъ случаемъ, когда вынутый шаръ возвращается назадъ въ урну. Пусть, напримеръ, въ урнѣ сто шаровъ, изъ которыхъ 50 бѣлыхъ и 50 черныхъ. Предположимъ, что вынимается изъ ихъ числа сразу 99. Остаться въ урнѣ можетъ одинъ бѣлый или

Pearson (*Biometrika*, 1906, p. 174, 182—183) вноситъ въ формулу модуля для разсматриваемаго случая нѣкоторую модификацію, именно, замѣняетъ σ въ числитель дроби $\frac{\sigma}{\sigma - s}$ черезъ $\sigma - 1$.

¹⁾ Ср. *Bohlmann*, *Die Grundbegriffe*, S. 263.

одинъ черный шаръ; въ связи съ этимъ, среди вынутыхъ 99 шаровъ можетъ оказаться или 49 бѣлыхъ или 50 бѣлыхъ; только эти два значенія и возможны, и больше, чѣмъ на $50/99 - 50/100 = 1/198$ и $50/100 - 49/99 = 1/198$, частость бѣлаго шара отклониться отъ 50% не можетъ.

Къ сходному результату—къ устойчивости больше той, что получается въ обычныхъ условіяхъ выниманія шаровъ изъ урны,—мы можемъ придти и при иной постановкѣ опыта. Пусть, какъ и ранѣе (см. стр. 313), передъ нами s урнъ, и вѣроятность вынуть изъ первой урны бѣлый шаръ равна p_1 , вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ второй урны равна p_2 , и т. д., вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ послѣдней урны равна p_s . Предположимъ, что мы производимъ изъ этихъ урнъ n извлеченій, при чѣмъ вынутый шаръ возвращается въ ту урну, изъ которой извлеченъ. Но поставимъ при этомъ условіемъ, что изъ числа n извлеченій g_1 приходится каждый разъ на первую урну, g_2 на вторую урну, и т. д., g_s на s -ую урну. Если мы повторимъ этотъ экспериментъ μ разъ, не мѣняя тѣхъ пропорцій $g_1 : g_2 : \dots : g_s$, какими опредѣляется, сколько извлеченій производится изъ какой урны, то мы, какъ и ранѣе, получимъ рядъ изъ μ серій по n извлеченій. Для каждой серіи установится своя частость появленія бѣлаго шара. Какую картину явить намъ въ такихъ условіяхъ рядъ этихъ μ частостей? Какъ показываютъ теоремы Пуассона, рядъ этотъ будетъ подобенъ ранѣе рассмотрѣнному въ томъ отношеніи, что всѣ частости будутъ группироваться около средней, равной $p = \frac{g_1}{n} p_1 +$
 $+ \frac{g_2}{n} p_2 + \frac{g_3}{n} p_3 + \dots + \frac{g_s}{n} p_s$, по формулѣ Лапласа, но будетъ отъ него отличаться повышенной степенью устойчивости: значительныя отклоненія отъ p будутъ встрѣчаться въ немъ рѣже, чѣмъ въ томъ случаѣ, когда мы передъ каждымъ выниманьемъ шара заставляемъ жребій рѣшать, въ какую урну запускать руку. Модуль оказывается для разсматриваемыхъ теперь условій равнымъ:

$$\sqrt{\frac{g_1}{n} \cdot \frac{2 p_1 (1 - p_1)}{n} + \frac{g_2}{n} \cdot \frac{2 p_2 (1 - p_2)}{n} + \dots + \frac{g_s}{n} \cdot \frac{2 p_s (1 - p_s)}{n}},$$

что, какъ показываютъ несложныя алгебраическія выкладки ¹⁾,
дастъ величину меньшую противъ $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$.

Не трудно и въ этомъ случаѣ дать себѣ отчетъ въ обстоятельствахъ, порождающихъ повышенную устойчивость, и убѣдиться въ ихъ сходствѣ съ тѣми, которыя приводятъ къ аналогичному результату при выниманіи шаровъ изъ урны безъ возвращенія вынутаго шара въ урну обратно ²⁾. Предположимъ, что берется двѣ урны: въ одной всѣ шары бѣлые, въ другой всѣ шары черныя. Изъ этихъ урнъ производится сто извлеченій, при чемъ 50 извлеченій производится изъ первой урны и 50 изъ второй. Сколько бы разъ мы ни повторяли опытъ въ подобныхъ условіяхъ, частость бѣлыхъ шаровъ будетъ безъ малѣйшихъ колебаній неизмѣнно устанавливаться равною 50^{0,0} въ силу того обстоятельства, что на каждый шаръ, вынимаемый изъ урны, гдѣ лежатъ только бѣлые шары, приходится, по условіямъ эксперимента, непременно одинъ шаръ, извлекаемый изъ урны, гдѣ нѣтъ иныхъ шаровъ, кромѣ черныхъ. Отдѣльные случаи комбинируются такъ, что иного соотношенія между числомъ бѣлыхъ и черныхъ шаровъ, кромѣ полного равенства, установиться не можетъ. Предположимъ, съ другой стороны, что въ первой урнѣ не всѣ шары бѣлые, а одинъ черный и 99 бѣлыхъ, тогда какъ во второй урнѣ, наоборотъ, 99 шаровъ черныхъ и 1 шаръ бѣлый. Если мы много разъ повторимъ экспериментъ извлеченія ста шаровъ изъ этихъ урнъ, подъ условіемъ, что 50 шаровъ неизмѣнно вынимается изъ первой урны и 50 изъ второй, то полной неподвижности относительнаго числа появляющихся при этомъ бѣлыхъ шаровъ, съ которою мы ранѣе имѣли дѣло, мы уже, разумѣется, не встрѣтимъ: при 50 извлеченіяхъ изъ первой урны можетъ появиться разъ, другой и шаръ черный; на 50 извлеченій изъ второй урны можетъ прійтись нѣсколько разъ шаръ бѣлый. Но ни черный шаръ изъ первой урны, ни бѣлый

¹⁾ См., напр., *Bortkewitsch*, *Kritische Betrachtungen*, I., S. 653; *Cournot*, *Exposition*, p. 138—140; *Czuber*, *W—rechnung*, I, S. 162.

²⁾ Ср. *Kries*, *Principien*, S. 107—109.

шаръ изъ второй не вынутя по очень много разъ: при вѣроятности въ $1/100$, какъ извѣстно, не приходится ожидать появленія событія при 50 испытаніяхъ болѣе двухъ, трехъ разъ. Смѣшеніе шаровъ, вынувшихся изъ первой и изъ второй урны, дастъ, слѣдовательно, такія относительныя числа бѣлыхъ и черныхъ шаровъ, которыя будутъ нѣсколько колебаться, но предѣлы колебаній широкими быть не могутъ: допустимъ крайне невѣроятную случайность, что изъ первой урны вынется десять разъ черный шаръ, а изъ второй урны бѣлый шаръ не вынется ни разу; даже при этомъ частотъ бѣлаго шара въ общей массѣ упадетъ лишь до $0,40$, т.-е. отклонится отъ наивѣроятнѣйшаго своего значенія только на $0,10$. Благодаря тому, что въ неизмѣнной пропорціи смѣшиваются такіе случаи, гдѣ обстоятельства складываются сравнительно благопріятно для бѣлаго шара, и такіе, гдѣ обстоятельства благопріятствуютъ шару черному, противоположныя тенденціи въ извѣстной мѣрѣ компенсируются, и массовый результатъ оказывается чрезвычайно устойчивымъ. Уклоненія въ одну сторону отъ средней, связанныя съ извлеченіемъ шара изъ первой урны, покрываются уклоненіями въ другую сторону, связанными съ извлеченіемъ изъ второй урны, а такъ какъ относительное число случаевъ того и другого рода фиксировано, то въ итогѣ колебанія частотъ и ослабляются.

Среднюю вѣроятность вида $\frac{g_1}{n} p_1 + \frac{g_2}{n} p_2 + \dots + \frac{g_s}{n} p_s$, гдѣ величины g_1, g_2, \dots, g_s постоянныя числа, Борткевичъ предлагаетъ называть „среднею вѣроятностью неизмѣннаго состава“ въ отличіе отъ „средней вѣроятности въ собственномъ смыслѣ слова“ (см. выше стр. 313), характеризуемой тѣмъ, что жребій опредѣляетъ передъ каждымъ извлеченіемъ, изъ какой урны вынимать шаръ, въ силу чего на сто извлеченій, объединяемыхъ въ одну серію, можетъ приттись и 50 извлеченій изъ первой урны, и 49, и 52 и т. д. Примѣнительно къ терминологіи Борткевича, полученный нами выводъ можетъ быть, слѣдовательно, формулированъ такъ: въ случаѣ средней вѣроятности неизмѣннаго состава устойчивость ряда частотъ, въ которыхъ она отражается,

оказывается выше той, какую обнаруживает рядъ частостей въ случаѣ средней вѣроятности въ собственномъ смыслѣ слова.

Мы убѣждаемся, такимъ образомъ, что повышенная устойчивость ряда частостей обусловливается отсутствіемъ „независимости“ между объединяемыми въ одну серію случаями, — точнѣе, дѣйствиемъ такихъ условій, въ силу которыхъ уклоненіе одного или нѣсколькихъ случаевъ въ сторону отъ средней благоприятствуетъ отклоненію другихъ въ противоположную сторону. Напротивъ, если между единичными случаями, объединяемыми въ одну серію, существуетъ зависимость такого рода, что отклоненіе одного отъ средней благоприятствуетъ отклоненію прочихъ въ ту же сторону, то устойчивость ряда частостей окажется пониженной ¹⁾. Пусть передъ нами s урнъ съ вѣроятностями вынуть изъ нихъ бѣлый шаръ, равными $p_1, p_2, p_3, \dots, p_s$. Предположимъ, что жребій опредѣляетъ, изъ какой урны производить извлеченіе, при чемъ вѣроятность попасть на первую урну равняется p'_1 , вѣроятность попасть на вторую урну равняется p'_2 , и т. д., вѣроятность попасть на послѣднюю урну равняется p'_s . Опредѣливъ при помощи жребія, какую урну взять въ руки, мы производимъ изъ нея n извлеченій, помѣщая вынутый шаръ обратно въ урну. Послѣ этого снова бросается жребій, и производится n новыхъ извлеченій изъ той урны, которая жребіемъ будетъ намѣчена, и опытъ по-

¹⁾ *Bohlmann*, Grundbegriffe, S. 262—263. Элегантная теорема XIII Больмана показываетъ, что, въ случаѣ отсутствія независимости единичныхъ явленій, отклоненіе устойчивости отъ того уровня, который она имѣла бы въ предположеніи независимости, опредѣляется величиною $\sum (p_{ik} - p_i p_k)$, гдѣ черезъ $p_i, p_k \dots$ обозначены вѣроятности наступленія событія при i -омъ, при k -омъ и т. д. испытаній, черезъ p_{ik} —вѣроятность наступленія событія и при i -омъ, и при k -омъ испытаніи, а сумма распространяется на всѣ неравныя между собою значенія i и k . Большой интересъ представляетъ выводимое Больманомъ изъ этой формулы заключеніе (стр. 264; см. выше стр. 276), что при отсутствіи независимости не всегда и въ предѣлѣ для безконечно большаго числа испытаній можно ожидать совпаденія частости событія съ его вѣроятностью. Въ весьма общей формѣ случай отсутствія независимости подвергнуть анализу въ поучительномъ мемуарѣ *Bachelier*, Théorie des probabilités continues (см. интересную формулу р. 270—273).

вторяется въ такой постановкѣ μ разъ. Мы получимъ, какъ и ранѣе, μ серий по n извлеченій. Для каждой серіи установится своя частость бѣлаго шара. Какую картину представить этотъ рядъ μ частостей? Анализъ показываетъ, что роль, какую въ случаѣ средней вѣроятности въ собственномъ смыслѣ слова играетъ величина p , равная $p_1 p'_1 + p_2 p'_2 + \dots + p_s p'_s$, остается въ нѣкоторой мѣрѣ за эту величиною и въ данномъ случаѣ. Средняя арифметическая всѣхъ μ частостей имѣетъ p своимъ наивѣроятнѣйшимъ значеніемъ и приближается къ p по мѣрѣ роста μ , но колебанія ряда частостей носятъ въ этомъ случаѣ совсѣмъ иной характеръ. При такой постановкѣ эксперимента они не сведутся на нѣтъ даже въ предположеніи, что n бесконечно велико. Ибо въ этомъ предположеніи для каждой изъ μ серий установилась бы частость бѣлаго шара, равная вѣроятности вынуть бѣлый шаръ изъ той урны, какая попалась подъ руку при этомъ опытѣ. Вѣроятности же p_1, p_2, \dots, p_s между собою не равны. При бесконечно большомъ n мы получили бы, слѣдовательно, такой рядъ частостей, въ которомъ повторялись бы въ числахъ разъ, приблизительно пропорціональныхъ p'_1, p'_2, \dots, p'_s , не совпадающія между собою величины p_1, p_2, \dots, p_s . Если же n не бесконечно велико, то отдѣльныя частости въ рассматриваемомъ ряду не будутъ всѣ въ точности равны вѣроятностямъ p_1, p_2, \dots, p_s , а будутъ лишь отражать ихъ съ бѣльшимъ или меньшимъ приближеніемъ. Встрѣтятся между ними и такія, которыя будутъ меньше наименьшей изъ вѣроятностей p_1, p_2, \dots, p_s ; встрѣтятся и такія, которыя будутъ больше наибольшей изъ нихъ. Къ тѣмъ расхожденіямъ, которыя связаны съ различіями между величинами p_1, p_2, \dots, p_s , прибавятся, словомъ, еще случайныя искаженія этихъ величинъ при отраженіи ихъ въ частостяхъ, устанавливаемыхъ на основаніи всего лишь n извлеченій. Если, при этомъ, величины p_1, p_2, \dots, p_s и p'_1, p'_2, \dots, p'_s носятъ такой характеръ, что величины: p_I — вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ урны, попавшейся намъ въ руки при первой серіи n извлеченій; p_{II} — вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ урны, попавшейся при второй серіи n извлеченій; p_{III} , и т. д. вплоть до

p_μ — вѣроятности вынуть бѣлый шаръ изъ той урны, какая будетъ намѣчена жребіемъ при послѣдней серіи n извлеченій, колеблются, въ свою очередь, около своей средней

арифметической $\frac{p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_\mu}{\mu} = p_0$ согласно формулѣ Лапласа ¹⁾, то модуль для разсматриваемаго ряда частостей установится, какъ показываетъ анализъ, равнымъ

$$\sqrt{\frac{2p_0(1-p_0)}{n} + 2 \frac{n-1}{n} \frac{(p_1 - p_0)^2 + (p_2 - p_0)^2 + (p_3 - p_0)^2 + \dots + (p_\mu - p_0)^2}{\mu}}$$

и будетъ, слѣдовательно, въ мѣру величины

$$\frac{(p_1 - p_0)^2 + (p_2 - p_0)^2 + (p_3 - p_0)^2 + \dots + (p_\mu - p_0)^2}{\mu},$$

характеризующей собою степень различности величинъ p_1, p_2, \dots, p_s , превосходить $\sqrt{\frac{2p_0(1-p_0)}{n}}$, — модуль для случая средней вѣроятности въ собственномъ смыслѣ слова, равной p_0 .

Чтобъ представить себѣ конкретнѣе то сплетеніе обстоятельствъ, которое приводитъ при разсматриваемой постановкѣ опыта къ сравнительно низкой устойчивости, разсмотримъ случай, правда, не вполне отвѣчающій всѣмъ введеннымъ выше оговоркамъ, но ясно обрисовывающій условія, которыя приводятъ къ интересующему насъ результату. Предположимъ, что мы имѣемъ дѣло только съ двумя урнами и въ одной изъ нихъ содержатся лишь бѣлые, а въ другой исключительно черные шары. Подбрасываніе монеты рѣшаетъ, изъ какой урны производить извлеченія: если выпадетъ орелъ, то производится сто извлеченій изъ первой.

1) Поставить экспериментъ такъ, чтобъ было удовлетворено это требованіе, не представляетъ трудности. Возьмемъ, на примѣръ, урну, въ которой лежитъ s шаровъ, отчасти бѣлаго, отчасти чернаго цвѣта. Изъ этой урны мы вынимаемъ и отсыпаемъ въ другую урну s шаровъ. Изъ этой второй урны производится n извлеченій, при чемъ вынутый шаръ опускается каждый разъ въ нее обратно. Затѣмъ всѣ s шаровъ пересыпаются въ первую урну, и первая урна тщательно перемѣшивается. Послѣ этого изъ нея снова вынимается s шаровъ, и эти шары помѣщаются въ отдѣльную урну, изъ которой дѣлается n извлеченій, послѣ чего всѣ s шаровъ возвращаются въ основную урну. Если мы повторимъ эти операціи μ разъ, то получимъ рядъ μ частостей, вполне отвѣчающихъ поставленнымъ условіямъ.

урны; если выпадетъ рѣшетка,—сто извлеченій изъ второй. Повторяя этотъ экспериментъ значительное число разъ, мы въ среднемъ для всего ряда частостей получимъ и въ такихъ условіяхъ значеніе $\frac{1}{2}$, но отдѣльныя частости, входящія въ рядъ, будутъ, очевидно, имѣть значенія только 100% и 0%: во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда попадется подъ руку первая урна, частость бѣлаго шара установится равною 100%; во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда извлеченія будутъ производиться изъ второй урны, частость бѣлаго шара будетъ равна нулю. Предположимъ теперь,—чтобъ взять не столь крайній случай—что въ первой и во второй урнѣ лежатъ шары не исключительно одного цвѣта, но что тотъ или другой цвѣтъ въ каждой изъ нихъ замѣтно преобладаетъ. Пусть въ первой урнѣ 99 бѣлыхъ шаровъ и 1 черный, а во второй 99 черныхъ и 1 бѣлый. Въ такомъ случаѣ среди частостей кромѣ 100% и 0 будутъ встрѣчаться также иныя величины: въ тѣхъ серіяхъ извлеченій, гдѣ вынимаются шары изъ первой урны, могутъ появиться не одни бѣлые шары, но бѣлые съ небольшою примѣсью черныхъ, такъ что частость бѣлаго шара будетъ равняться то 100%, то 99%, то еще меньшей величинѣ; съ другой стороны, и въ тѣхъ серіяхъ, гдѣ извлеченія будутъ происходить изъ второй урны, будутъ попадаться не всегда исключительно черные шары, а будутъ проскакивать и бѣлые, такъ что и въ этой группѣ серій частость бѣлаго шара уже не будетъ однообразно равняться нулю, а будетъ то 0, то 1%, то 2%. Но и этотъ рядъ частостей будетъ обладать тѣмъ свойствомъ, что среднее значеніе—50%—въ немъ вовсе не будетъ встрѣчаться, какъ не будетъ встрѣчаться и небольшихъ отклоненій отъ средней, а будутъ, напротивъ, преобладать максимальныя отклоненія. Въ этой упрощенной постановкѣ эксперимента легко схватить, чѣмъ обусловлено такое значительное расхожденіе между отдѣльными частостями. Все дѣло, очевидно, въ томъ, что отдѣльные случаи, входящіе въ каждую серію ста извлеченій, не представляются другъ отъ друга независимыми: если въ данной серіи первое извлеченіе производится изъ такой урны, гдѣ перевѣшиваютъ бѣлые шары, то и всѣ остальные 99 извлеченій бу-

дутъ произведены изъ той же урны въ условіяхъ, благоприятствующихъ появленію бѣлаго шара; наоборотъ, если при первомъ извлеченіи условія складываются благоприятно для чернаго цвѣта, то благоприятная для чернаго цвѣта конъюнктура и продержится на протяженіи всей сотни.

Используя Пуассоновъ „законъ большихъ чиселъ“, мы можемъ, такимъ образомъ, заимствовать у математической теоріи вѣроятностей, въ качествѣ опорной точки, при изслѣдованіи устойчивости статистическихъ чиселъ, слѣдующія указанія. При объединеніи въ группы случаевъ „независимыхъ“ (въ смыслѣ теоріи вѣроятностей) устойчивость частостей, выводимыхъ для ряда группъ, такова, что колебанія отдѣльныхъ частостей около ихъ средней слѣдуютъ таблицѣ значеній $F(u)$ при модуль $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$. Подобную устойчивость мы будемъ называть нормальной. Напротивъ, при объединеніи въ группы случаевъ, не представляющихся вполне независимыми другъ отъ друга, устойчивость частостей, выводимыхъ для ряда группъ, оказывается отличною отъ нормальной. Устойчивость будетъ выше нормальной, если зависимость между отдѣльными случаями носить такой характеръ, что отклоненіе части ихъ отъ средней имѣетъ тенденцію компенсироваться отклоненіемъ остальныхъ въ противоположную сторону. Устойчивость будетъ ниже нормальной, если зависимость между отдѣльными случаями, объединяемыми въ одну совокупность, носить иной характеръ и отклоненіе нѣкоторыхъ изъ нихъ отъ средней сопровождается отклоненіемъ прочихъ въ томъ же направленіи. Устойчивый рядъ статистическихъ чиселъ можетъ быть, слѣдовательно, весьма различнаго происхожденія, и фактъ устойчивости самъ по себѣ не даетъ еще права на опредѣленные выводы относительно характера тѣхъ условій, которыя опредѣляютъ собою ходъ изучаемыхъ явленій, приводя къ устойчивымъ массовымъ результатамъ. По счастью, различія въ происхожденіи устойчивости сказываются на рядѣ частостей довольно осязательнымъ образомъ, оставляя свой слѣдъ на большей или меньшей степени устойчивости ряда. Благодаря этому мы и оказываемся въ состояніи, опи-

раясь на измѣреніе степени устойчивости, добираться до сравнительно отчетливыхъ представлений о характерѣ обстоятельствъ, порождающихъ устойчивый рядъ въ каждомъ конкретномъ случаѣ. Выясненіе разнообразія „устойчивостей“ и математическое обоснованіе приѣмовъ его теоретическаго изученія и составляетъ безсмертную заслугу Пуассона передъ статистикою.

III.

Признаніе того обстоятельства, что устойчивость статистическихъ чиселъ можетъ обнаруживать значительное разнообразіе какъ по своимъ размѣрамъ, такъ и по своему происхожденію, ставитъ задачу изслѣдованія устойчивыхъ статистическихъ рядовъ на новую почву. Правда, и ранѣе Пуассона не считалось, будто всѣ статистическіе ряды равно устойчивы. Различія въ размѣрахъ колебаній, связанныя съ числомъ наблюденій, слишкомъ рѣзко бросаются въ глаза, чтобъ долго оставаться незамѣченными, но своею яркостью они и затѣняютъ иные элементы картины, и до Пуассона статистики были склонны всѣ различія въ устойчивости сводить къ числу наблюденій, объясняя ихъ на почвѣ закона большихъ чиселъ въ его наиболѣе безхитростныхъ формахъ. Изслѣдованія Пуассона показали, что между статистическими числами существуютъ, съ точки зрѣнія степени ихъ устойчивости, глубокія различія иного порядка. При одномъ и томъ же числѣ наблюденій (n) рядъ частостей, устанавливаемыхъ для нѣсколькихъ серій по n извлеченій шаровъ изъ урны, можетъ обнаружить, какъ мы видѣли, и болѣшую и меньшую устойчивость въ зависимости отъ постановки эксперимента. Если, на примѣръ, вынутый шаръ не бросается обратно въ урну, то устойчивость получится повышенная противъ той, къ какой приводитъ условіе бросать шаръ въ урну назадъ и урну перетряхивать. Назвавъ нормальнымъ тотъ уровень устойчивости, какой получается, когда объединяемые въ одну серію отдѣльные случаи „независимы“ другъ отъ друга, мы убѣдились, что при от-

сутствии „независимости“ устойчивость можетъ быть и выше и ниже нормы. При этомъ, вскрытая Пуассономъ связь уклоненій уровня устойчивости отъ нормы съ условіями, опредѣляющими самый ходъ эксперимента, съ очевидностью показала, что, прежде чѣмъ строить на фактѣ статистической устойчивости какіе бы то ни было теоретическіе выводы касательно характера изучаемыхъ статистикою общественныхъ явленій, необходимо выяснитъ, къ какому изъ этихъ трехъ типовъ принадлежатъ, въ дѣйствительности, тѣ ряды устойчивыхъ статистическихъ чиселъ, которые издревлѣ такъ импонируютъ статистикамъ. Но этотъ предварительный вопросъ есть чистое *quaestio facti*. Чтобы разрѣшить его, необходимо найти такой приемъ измѣренія устойчивости, который элиминировалъ бы различія въ ея уровнѣ, связанные лишь съ числомъ наблюденій, и схватывалъ бы ту слагающую общей амплитуды колебаній, которая остается за ихъ исключеніемъ, а затѣмъ перемѣритъ при помощи подобнаго приѣма степенъ устойчивости тѣхъ рядовъ чиселъ, съ которыми статистики имѣютъ дѣло. Лишь послѣ этого можно подступаться и къ теоретической проблемѣ выясненія того, о чемъ, собственно, свидѣтельствуетъ устанавливаемый статистиками фактъ устойчивости массовыхъ явленій общественной жизни.

Первая изъ этихъ задачъ была почти одновременно и въ существѣ своемъ тождественно рѣшена В. Лексисомъ и французскимъ страховымъ математикомъ Дормуа ¹⁾. Чисто

¹⁾ *E. Dormoy*, *Théorie mathématique des assurances sur la vie*, vol. I, Chapitre III, *Théorie des écarts*, Paris, 1878. Первоначально помѣщено въ *Journal des actuaires français* за 1874 годъ. Какъ на одного изъ предшественниковъ Лексиса, указываютъ иногда также на *J. Hain'a* (ср. *Edgeworth*, *On methods of statistics*, p. 192; *Bowley*, *Address*, p. 547; *John*, *Stat. und Probabilität*, S. 36). *Hain*, дѣйствительно, придаетъ значеніе болѣе точному, нежели обычно, измѣренію степені устойчивости и пользуется, какъ мѣриломъ,

величиною $\sqrt{\frac{[\sigma^2]}{\mu - 1}}$. Но о томъ, чтобы сопоставлять эту величину съ средней квадратической ошибкой, вычисляемой à priori по формулѣ $\sqrt{\frac{pq}{n}}$ у него и въ мысляхъ нѣтъ, — настолько, что онъ, на примѣръ, останавливается

хронологическій пріоритетъ на сторонѣ Дормуа. Но изслѣдованіе его, помѣщенное въ специальномъ журналѣ, почти не было въ этой своей части замѣчено даже во Франціи и не оказало на изученіе вопроса ни малѣйшаго вліянія ¹⁾. Фактически весь этотъ отдѣлъ теоретической статистики покоится на трудахъ Лексиса и его школы. Лексисъ сумѣлъ не только конструировать раціональные и практически удобные приемы работы, но и показать на примѣрахъ глубокой интересъ примѣненія ихъ къ изслѣдованію конкретныхъ проблемъ; ему удалось привлечь къ работѣ цѣлый рядъ учениковъ и промѣрить при ихъ сотрудничествѣ степень устойчивости большаго количества статистическихъ рядовъ. Трудъ же Дормуа получилъ извѣстность лишь послѣ того, какъ Лексисъ открылъ своего предшественника и обратилъ на него вниманіе статистиковъ.

Приемъ, предложенный Лексисомъ и Дормуа для опредѣленія уровня устойчивости ряда, опирается на то (ср. выше стр. 269) ²⁾ свойство нормально устойчивыхъ рядовъ частостей, что для нихъ модуль, вычисленный по формулѣ

$$\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}} \quad \text{или} \quad \sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}},$$

приблизительно равенъ ве-

въ недоумѣніи передъ годовыми и помѣсячными колебаніями относительнаго числа мальчиковъ среди новорожденныхъ и выражаетъ надежду лучше постичь ихъ, когда накопятся болѣе детальныя и болѣе-многочисленныя наблюденія (Handbuch, Bd. I, S. 407; для характеристики смутности взглядовъ Найна см. также Handbuch, Bd. I, S. 403).

¹⁾ Насколько я могу констатировать, единственное лицо, обратившее вниманіе на теорію Дормуа независимо отъ Лексиса,—это *Bertrand*. Не лишено интереса отмѣтить, что въ очень сочувственной рецензіи на книгу Дормуа, помѣщенной *A. Paolini* въ *Archivio di Statistica* за 1878 г., упоминается „théorie des écarts“, „laquale è un seguito del calcolo di probabilità“ и „svolge sotto forma scientifica vari casi attinenti alla statistica, nonchè alcuni altri interessanti le compagnie di assicurazione“ (р. 52), но дѣйствительнаго значенія этой теоріи рецензентъ совершенно не замѣчаетъ.

²⁾ Формула стр. 269 отличается отъ приводимой выше тѣмъ, что въ знаменателѣ модуля, вычисляемаго по частостямъ, стоитъ μ , а не $\mu-1$. Замѣна μ черезъ $\mu-1$ рекомендуется теоріей вѣроятностей для случая, когда вѣроятность событія (p) неизвѣстна à priori и вмѣсто нея берется при вычисленіяхъ средняя частость событія.

личинѣ $\sqrt{\frac{2(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots + \delta_{\mu}^2)}{\mu-1}}$, опредѣляемой на основаніи конкретныхъ частостей, входящихъ въ составъ ряда, а

отношеніе $\sqrt{\frac{2(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots + \delta_{\mu}^2)}{\mu-1}} : \sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$, которое мы обозначили черезъ Q и которое обычно называютъ коэффициентомъ расходимости ряда (Divergenzcoefficient, coefficient de divergence), равняется приблизительно единицѣ. Величина $\sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$ зависитъ только отъ n —

числа случаевъ, объединяемыхъ въ серію,—и отъ среднихъ размѣровъ частости для всего ряда. Она остается одна и та же при всякомъ распредѣленіи отдѣльныхъ частостей около ихъ средней: будутъ ли частости всѣ совпадать со средней или, напротивъ, сильно отъ нея отклоняться, на численномъ значеніи $\sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$ это не отразится. На-

противъ, $\sqrt{\frac{2(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots + \delta_{\mu}^2)}{\mu-1}}$ опредѣляется тѣмъ, какъ въ дѣйствительности группируются отдѣльныя частости около средней: численное значеніе этого выраженія тѣмъ больше, чѣмъ болѣе разсѣяны частости, и тѣмъ меньше, чѣмъ тѣснѣе онѣ жмутся къ средней. Если фактическая степень ихъ устойчивости какъ-разъ нормальная, то $\sqrt{\frac{2(\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \dots + \delta_{\mu}^2)}{\mu-1}}$ и оказывается равнымъ

$\sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$, а коэффициентъ Q близкимъ къ единицѣ.

Если отдѣльныя частости тѣснѣе группируются около средней, чѣмъ отвѣчало бы нормальной устойчивости при числѣ объединяемыхъ въ одну серію случаевъ, равномъ n , то въ выраженіи для Q числитель будетъ меньше знаменателя, и, слѣдовательно, Q окажется меньше единицы. Напротивъ, если отдѣльныя частости сильнѣе отклоняются отъ средней нежели отвѣчаетъ нормѣ, то въ выраженіи для Q числитель будетъ больше знаменателя и Q превыситъ единицу.

Такимъ образомъ, $Q=1$ свидѣтельствуетъ о нормальной устойчивости или, какъ гласить другой терминъ Лексиса для обозначенія того же свойства ряда, о нормальной ди-

сперсії ряду. $Q < 1$ говорить объ устойчивости выше нормальной или дисперсії ниже нормы, а $Q > 1$ признакъ устойчивости ниже нормы и дисперсії выше нормальной. Пользуясь этимъ критеріемъ, мы и можемъ въ каждомъ отдѣльномъ случаѣ различить, съ какого рода устойчивостью имѣемъ дѣло ¹⁾).

На практикѣ при изслѣдованіи устойчивости ряда приходится иногда имѣть дѣло не съ частотами явленій непосредственно, а съ численными величинами, такъ или иначе съ частотами, связанными,—напримѣръ, не съ % бѣлыхъ шаровъ среди всего числа вынутыхъ шаровъ и не съ % мальчиковъ среди новорожденныхъ, а съ отношеніемъ числа бѣлыхъ шаровъ къ числу черныхъ или съ числомъ мальчиковъ, приходящихся на сто или на тысячу дѣвочекъ. Если при этомъ, функціональная связь изслѣдуемой величины съ частотой известна, то анализъ даетъ простую формулу ²⁾), позволяющую безъ всякихъ затрудненій поль-

1) Я опредѣляю Q , какъ отношеніе $\sqrt{\frac{2 \sum (\delta^2)}{\mu - 1}}$ къ модулю

$\sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$. вмѣсто модуля можно брать и инныя характеристики (см.

выше стр. 252), соотвѣтственно видоизмѣняя и выраженіе $\sqrt{\frac{2 \sum (\delta^2)}{\mu - 1}}$. Лексисъ охотно пользуется, напримѣръ, вѣроятными ошибками. Дормуа предпочитаетъ вычислять среднюю арифметическую изъ первыхъ степеней отклоненій. Можно также пользоваться, какъ иногда дѣлаютъ Лексисъ и нѣкоторые изъ его учениковъ, выраженіями для мѣръ точности. Но въ этомъ случаѣ, памятуя, что мѣра точности обратно пропорціональна модулю, слѣдуетъ уже не величину, вычисленную по отдѣльнымъ частотамъ, дѣлать на ту, которая выведена по средней, а, наоборотъ, вторую величину на первую, если желать, чтобъ критерій $Q = 1$, $Q < 1$, $Q > 1$ сохранилъ то же значеніе, какъ и при иныхъ способахъ вычисленія Q .

²⁾ Ср. Czuber, W—rechnung, I, S. 294—296; II, S. 34—35. Модуль функціи p равняется произведенію модуля p на первую производную этой функціи по p . Если мы, напримѣръ, имѣемъ дѣло съ числомъ мальчиковъ, приходящихся на тысячу дѣвочекъ, т.-е. (обозначая частоту мальчиковъ черезъ p) съ $\frac{1000p}{1-p}$, то его модуль равенъ $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}} \cdot \frac{1000}{(1-p)^2}$.

Подлежащій изслѣдованію рядъ можетъ состоять также изъ величинъ, функціональная зависимость которыхъ отъ частотъ неизвѣстна: Потребность

зоваться приведеннымъ выше критеріемъ. При изслѣдованіи устойчивости числа мальчиковъ среди новорожденныхъ, приходящагося на тысячу дѣвочекъ, достаточно, на примѣръ,

величину $\sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$ въ знаменателѣ Q замѣнить величиною $\frac{1000n^2}{(n-m)^2} \sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$, и критерій $Q=1$, $Q < 1$, $Q > 1$ сохранить свое прежнее значеніе.

Въ техническомъ отношеніи пользованіе Лексисовыми методами измѣренія уровня устойчивости не представляетъ трудности. Разсмотримъ для примѣра помѣсячныя колебанія относительнаго числа мальчиковъ среди законнорожденныхъ города Москвы за 48 мѣсяцевъ 1893—1896 гг. Вычисляя для каждаго мѣсяца частотъ мальчиковъ среди законнорожденныхъ, мы получаемъ рядъ изъ 48 чиселъ (см. таблицку стр. 332). Общее число законныхъ рожденій за эти четыре года равняется 84563; мальчиковъ среди нихъ 43495. Въ цѣломъ для всего періода частотъ мальчиковъ оказывается равною 0,5144; этой величинѣ мы и приравниваемъ въ формулѣ для вычисленія модуля вѣроятность мужского рожденія p . Числа рожденій колеблются за разсматриваемый періодъ между 1354 (ноябрь 1893 г.) и 2336 (январь 1896 г.); въ среднемъ на мѣсяць приходится 1761 рожденіе; это число и можетъ быть безъ большой ошибки ¹⁾ принято за

различія устойчивости нормальной, выше нормальной и ниже нормальной существуетъ, разумѣется, и для этого случая. Но приемы разрѣшенія задачи представляютъ значительно большую степень сложности какъ въ логическомъ, такъ и въ математическомъ отношеніи, въ силу чего я на нихъ и не останавливаюсь, тѣмъ болѣе, что для теоретическаго освѣщенія проблемы устойчивости статистическихъ чиселъ, составляющей предметъ изслѣдованія настоящаго очерка, они существенно новаго не даютъ;—см. *Bortkewitsch*, *Krit. Betr.*, II, S. 341—343; *Bortkiewicz*, *Anwendungen der W—rechnung auf Statistik*, S. 836; *Czuber*, *W—rechnung*, II, S. 77—78.

¹⁾ Въ тѣхъ случаяхъ, когда различія въ числахъ испытаній отъ одной серіи къ другой очень велики, этимъ упрощеннымъ приемомъ пользоваться неудобно. Но при изслѣдованіи колебаній статистическихъ чиселъ во времени, если берется не слишкомъ длинный періодъ, измѣненія въ n бываютъ, обычно, не настолько значительны, чтобъ нельзя было ими пренебречь. Тѣмъ, кто желалъ бы познакомиться съ модификаціями приѣма, приспособляюща-

	Частость.	σ	σ²		Частость	σ	σ²
1893				1895			
Январь . . .	0,5092	0,0052	0,000027	Январь . . .	0,5160	0,0016	0,000003
Февраль . . .	0,5152	0,0008	0,000001	Февраль . . .	0,5108	0,0036	0,000013
Мартъ . . .	0,5212	0,0068	0,000046	Мартъ . . .	0,5022	0,0122	0,000149
Апрѣль . . .	0,5258	0,0114	0,000130	Апрѣль . . .	0,4876	0,0268	0,000718
Май	0,5152	0,0008	0,000001	Май	0,5021	0,0053	0,000028
Июнь	0,5002	0,0142	0,000202	Июнь	0,5033	0,0111	0,000012
Июль	0,5331	0,0186	0,000346	Июль	0,5155	0,0011	0,000001
Августъ . . .	0,5178	0,0034	0,000012	Августъ . . .	0,5178	0,0034	0,000012
Сентябрь . . .	0,4983	0,0161	0,000259	Сентябрь . . .	0,5147	0,0003	0,000000
Октябрь . . .	0,4986	0,0158	0,000250	Октябрь . . .	0,5215	0,0071	0,000050
Ноябрь	0,5332	0,0188	0,000353	Ноябрь	0,5041	0,0103	0,000106
Декабрь . . .	0,4975	0,0169	0,000286	Декабрь . . .	0,5365	0,0221	0,000488
1894				1896			
Январь	0,5112	0,0032	0,000010	Январь	0,5239	0,0095	0,000090
Февраль	0,5194	0,0050	0,000025	Февраль	0,5201	0,0057	0,000032
Мартъ	0,5029	0,0115	0,000132	Мартъ	0,5127	0,0017	0,000003
Апрѣль	0,5199	0,0055	0,000030	Апрѣль	0,5288	0,0144	0,000207
Май	0,5142	0,0002	0,000000	Май	0,5479	0,0335	0,001122
Июнь	0,5102	0,0042	0,000018	Июнь	0,5176	0,0032	0,000010
Июль	0,5080	0,0064	0,000041	Июль	0,5172	0,0028	0,000007
Августъ	0,5118	0,0026	0,000006	Августъ	0,4967	0,0177	0,000313
Сентябрь . . .	0,5158	0,0014	0,000002	Сентябрь . . .	0,5251	0,0107	0,000114
Октябрь	0,5188	0,0044	0,000019	Октябрь	0,5128	0,0016	0,000002
Ноябрь	0,5096	0,0048	0,000023	Ноябрь	0,5093	0,0051	0,000026
Декабрь	0,4983	0,0161	0,000259	Декабрь	0,5153	0,0009	0,000000

n — число испытаній. Для знаменателя Q мы получаемъ, такимъ образомъ, величину $\sqrt{\frac{2.0,5144.0,4856}{1761}} = 0,017$. Что касается числителя, то для вычисленія его мы подсчитываемъ

мня къ этому осложненію работы, можно указать на *Blaschke*, Vorlesungen S. 130—131, 142; см. также *Czuber*, W—rechnung, II, S. 39—40, 52 (Anm).

Въ недавнее время этимъ вопросомъ занялся итальянскій теоретикъ *Gini*. *Gini* приходитъ къ выводу, что при изслѣдованіи дисперсіи ряда частостей неравенствомъ чиселъ испытаній можно, вообще говоря, пренебрегать, такъ какъ ошибка весьма незначительна (*Contributo*, p. 1227—1228, 1237; *Regolarità*, p. 221; *Il sesso*, p. 107—109). Сопоставляя для ряда частостей мальчиковъ среди новорожденныхъ значенія Q , вычисленныя безъ вниманія къ колебаніямъ въ числѣ испытаній, съ тѣми, какія даетъ усовершенствованный методъ вычисленія, *Gini* (*Contributo*, p. 1234—1235) приходитъ, напримѣръ, къ такимъ результатамъ:

	Значеніе коэффиціента Q , вычисленное методомъ:	
	упрощеннымъ.	усовершенствованнымъ.
Австрія [1866—97]. . . .	1,46	1,45
Италія [1863—86]. . . .	1,51	1,52
Германія [1872—86]. . . .	0,92—0,94	0,95
Баварія [1826—86]. . . .	1,13	1,01—1,04
Саксонія [1832—86]. . . .	1,15	1,11
Австрія [1841—86]. . . .	1,18—1,23	1,25

При этомъ слѣдуетъ еще принять во вниманіе, что усовершенствованный методъ, въ свою очередь, не представляется вполне точнымъ.

Въ случаѣ, если колебанія въ числѣ испытаній очень велики, *Gini* рекомендуетъ пользоваться обычною формулою съ тою лишь разницей, что вмѣсто средней ариѳметической чиселъ испытаній брать ихъ среднюю гармоническую (*Regolarità*, p. 221).

Напротивъ, въ тѣхъ случаяхъ, когда изучается дисперсія не частостей, а абсолютныхъ чиселъ повторенія событія, невниманіе къ колебаніямъ въ числахъ испытаній ведутъ къ ошибкамъ очень крупнымъ, и въ такихъ условіяхъ обычный способъ вычисленій, подставляющій для всѣхъ серій среднюю ариѳметическую изъ чиселъ испытаній, по мнѣнію *Gini*, совершенно непримѣнимъ и сильно преуменьшаетъ значеніе Q . Однако, это заключеніе *Gini* покоится, какъ показалъ Борткевичъ, на ошибкѣ: вычисляя Q въ предположеніи, что n не мѣняется отъ серіи къ серіи, по среднему значенію числа испытаній, мы получаемъ Q , не меньшее противъ дѣйствительности, какъ думаетъ *Gini*, а большее, и дѣйствительная устойчивость разсматриваемаго ряда должна почитаться болѣе близкой къ нормальному уровню, нежели свидѣтельствуетъ вычисленное упрощеннымъ пріемомъ значеніе Q (*Bortkiewicz*, La legge dei piccoli numeri, p. 6—9; ср. *Gini*, *Il sesso*, p. 108—109).

сумму квадратовъ отклоненій всѣхъ 48 частостей отъ 0,5144, приче́мъ ходъ вычисленій располагаетсяъ, какъ указано въ помѣщенной выше таблицѣ, и, найдя ее равною 0,006126, уже безъ труда высчитываемъ, что $\sqrt{\frac{20,006126}{47}} = 0,016$. Дѣля теперь 0,016 на 0,017, мы находимъ $Q = 0,94$.

Вычисленіе знаменателя Q по формулѣ $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ или $\sqrt{\frac{2m(n-m)}{n^3}}$ предполагаетъ, что величина вѣроятности p не слишкомъ сильно отличается отъ $1/2$ или, другими словами, что рассматриваемое событіе случается не слишкомъ часто, но и не слишкомъ рѣдко. Дѣло въ томъ, что математическій выводъ формулы Лапласа опирается на предположеніе, что величины m и $n-m$ не слишкомъ сильно разнятся другъ отъ друга. Въ силу этого, методъ Лексиса въ своемъ первоначальномъ видѣ не пригоденъ для изслѣдованія устойчивости такихъ явленій, которыя очень рѣдко встрѣчаются или, наоборотъ, очень рѣдко не встрѣчаются въ изучаемыхъ условіяхъ. В. Борткевичу ¹⁾ удалось путемъ нѣкоторой модификаціи приѣма приспособить его къ изслѣдованію устойчивости и такихъ рѣдкихъ событій.

Обозначимъ черезъ m_1 число разъ повторенія рассматриваемаго рѣдкаго событія въ первой изъ сопоставляемыхъ серій, черезъ m_2 число разъ повторенія его во второй серіи, и т. д., вплоть до m_σ —числа разъ повторенія его въ послѣдней σ —ой серіи. Черезъ m' обозначимъ среднее арифметическое изъ всѣхъ значеній m : $m' = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_\sigma}{\sigma}$.

Обозначимъ, далѣе, черезъ δ_1 разницу между m_1 и m' , черезъ δ_2 разницу $m_2 - m'$, и т. д. до $\delta_\sigma = m_\sigma - m'$ и, сокращенно, черезъ $\Sigma\delta^2$ сумму квадратовъ всѣхъ δ ($\Sigma\delta^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_\sigma^2$). Борткевичъ показалъ, что при нормальной устойчивости отношеніе $\sqrt{\frac{\Sigma\delta^2}{\sigma-1}}$ къ $\sqrt{m'}$, обозначаемое имъ черезъ Q' , должно

¹⁾ *Bortkewitsch*, Das Gesetz der kleinen Zahlen; интересный математическій анализъ случая рѣдкихъ явленій даетъ *Rayleigh*, On James Bernoulli's theorem in probabilities, p. 251.

равняться приблизительно единицѣ. Если Q' получится меньше единицы, то это свидѣтельствуесть объ устойчивости выше нормы. Если $Q' > 1$, это признак устойчивости, меньшей противъ нормы. За 25 лѣтъ съ 1869 г. по 1893 г. въ Пруссіи, напримѣръ, лишило себя жизни 49 мальчиковъ младше десяти лѣтъ. Въ отдѣльные годы число малолѣтнихъ самоубійцъ колеблется между нулемъ и шестью. Въ среднемъ на годъ приходится 1,96 случаевъ. Сумма квадратовъ отклоненій чиселъ самоубійствъ въ отдѣльные годы отъ 1,96 равняется 64,0368. Подставляя эти значенія въ приведенныя выше формулы, мы находимъ: $\sqrt{m'} = 1,40$; $\sqrt{\frac{\sum \delta^2}{\sigma - 1}} = 1,63$, $Q' = 1,16$.

IV.

1. Въ величинѣ коэффиціента Q ¹⁾ Лексисомъ былъ найденъ критерій для различенія рядовъ съ устойчивостью нормальной, съ устойчивостью выше нормальной и съ устойчивостью ниже нормальной. Оставалось лишь примѣнить этотъ критерій на практикѣ. Первымъ объектомъ изслѣдованія,

¹⁾ При измѣреніи степени устойчивости разные изслѣдователи пользуются приемами, различающимися въ своихъ подробностяхъ. Далеко не всѣ считаютъ нужнымъ вычислять значеніе Q . Многие ограничиваются тѣмъ, что приводятъ и сопоставляютъ значенія модуля (или вѣроятной ошибки, или мѣры точности и т. д.), вычисленныя а priori, съ одной стороны, и по конкретнымъ частотамъ, съ другой. Нѣкоторые ученые (напримѣръ, Lehg и Westergaard) не всегда прибѣгаютъ и къ этому приему, а предпочитаютъ сравнивать группировку частостей около средней непосредственно съ тою, какой слѣдовало бы ожидать въ предположеніи нормальной устойчивости. Lehg пользуется также выводимымъ имъ для случая вѣроятностей, близкихъ къ $1/2$, критеріемъ: вѣроятная ошибка $\begin{matrix} < \\ > \end{matrix} 0,337$ (Wahrsch. von weibl. Geburten, S. 178). Чтобы облегчить сопоставленіе результатовъ измѣреній, произведенныхъ разными лицами, я по возможности привожу ихъ къ одной и той же мѣрѣ, вычисляя, гдѣ это не требовало выполнения всей счетной работы заново, значеніе Q .

Такимъ образомъ, приводимыя ниже значенія коэффиціента Q во многихъ случаяхъ не взяты непосредственно съ той страницы цитируемаго мною произведенія, на которую сдѣлана ссылка, а вычислены мною по приводимымъ на этой страницѣ инымъ характеристикамъ степени устойчивости ряда.

естественно, явилось относительное число мальчиковъ и дѣвочекъ среди новорожденныхъ, устойчивость котораго во всѣ времена привлекала къ себѣ особое вниманіе статистиковъ ¹⁾.

Лексисъ разсматриваетъ рожденія въ 34 прусскихъ округахъ (Regierungsbezirke) за 24 мѣсяца 1868—69 гг.: Q колеблется между 0,72 (Marienwerder), и 1,47 (Schleswig), среднее арифметическое изъ всѣхъ 34 значеній Q равно 0,99; въ 19 округахъ Q больше 1, въ 15 — Q ниже 1. Повторное изслѣдованіе для тѣхъ же 34 округовъ, но для 36 мѣсяцевъ 1870—1872 гг. приводитъ къ сходнымъ результатамъ: Q колеблется между 0,79 (Erfurt) и 1,33 (Wiesbaden); средняя арифметическая 1,03; выше 1 Q въ 20 округахъ, ниже 1 въ 14 округахъ ²⁾.

Для Королевства Саксонскаго за десятилѣтіе 1891—1900, по вычисленіямъ Blaschke ³⁾, Q оказывается равнымъ 0,904. Для періода 1881—1905 г. Bresciani ⁴⁾ находитъ для Саксоніи Q равнымъ 1,128. Нормальною оказывается для Саксоніи устойчивость относительнаго числа дѣвочекъ среди новорожденныхъ, по даннымъ Lehr'a ⁵⁾, и для времени 1832—1886 гг.: $Q=1,11$, по вычисленію Gini ⁶⁾.

Для Баваріи по даннымъ Lehr'a, переработаннымъ Gini, Q для періода 1826—1886 гг. устанавливается равнымъ 1,01 (или 1,04 — въ зависимости отъ способа вычисленія).

Для города Берлина за 108 мѣсяцевъ 1865—1873 гг. Лексисъ ⁷⁾ получаетъ $Q=1,06$.

Для Германіи за 108 мѣсяцевъ 1872—1886 гг. Gini ⁸⁾ находитъ $Q=0,95$.

¹⁾ Сводку относящихся къ этому вопросу данныхъ даетъ Gini (II sessio, p. 121—125, 132—133).

²⁾ Въ 1870—72 гг. Q для Мариенвердера равно 1,18; для Шлезвига 1,14. Въ 1868—69 г. Q для Эрфурта 0,82; для Висбадена 1,32.

³⁾ Blaschke, Vorlesungen, S. 141.

⁴⁾ Bresciani, A proposito della legge dei piccoli numeri, p. 365.

⁵⁾ Lehr, Wahrsch. von weibl. Geburten, S. 216.

⁶⁾ Gini, Contributo, p. 1235.

⁷⁾ Lexis, Zur Theorie der Massenerscheinungen, S. 69—71.

⁸⁾ Gini, Contributo, p. 1234—1235.

Изслѣдованіе 45 англійскихъ Registrationcounties за 13 лѣтъ 1859—1871 гг. даетъ для устойчивости относительно числа мальчиковъ среди рождающихся [безъ мертворожденныхъ] Q , равное въ среднемъ для всѣхъ графствъ 0,99 ¹⁾. По отдѣльнымъ графствамъ Q колеблется отъ 0,54 (Bedford) до 1,52 (Cumberland); въ 23 графствахъ Q поднимается выше 1, въ 22 спускается ниже 1. Значительность амплитуды колебаній обусловлена тѣмъ, что μ не велико и въ силу этого числитель въ выраженіи для Q подверженъ значительнымъ случайнымъ ошибкамъ (см. выше стр. 272). Для всей Англии, рассматриваемой какъ одно цѣлое, Лексисъ ²⁾ получаетъ для того же 13-лѣтняго періода Q равнымъ 1,62.

Нормальную устойчивость обнаруживаетъ Лексисъ ³⁾ и для Франціи, подвергая анализу данныя по 89 департаментамъ за 1861—65 гг. Вычисленія Дормуа ⁴⁾ даютъ для всей Франціи $Q=1,57$ для времени 1817—1826 гг., $Q=1,38$ для 1832—1841 гг., $Q=1,38$ для 1851—1864 гг. При сопоставленіи помѣсячныхъ данныхъ Дормуа находитъ для всей Франціи $Q=1,37$ для 1866 г. и $Q=0,90$ для 1868 г. Разсмотрѣніе 24 мѣсяцевъ этихъ двухъ лѣтъ даетъ $Q=1,26$. Выдѣляя для 12 мѣсяцевъ 1868 года отдѣльно городское населеніе и сельское населеніе, Дормуа получаетъ для перваго $Q=0,87$, а для втораго $Q=0,65$. Для города Парижа Дормуа находитъ $Q=1,17$ для времени 1816—38 гг. и $Q=0,98$ для 1856—66 гг. Для департамента Indre-et-Loire Q оказывается равнымъ 1,28 для времени 1817—1837 гг. и 0,84 для 1856—1864 гг. Для департамента Tours $Q=1,09$ для времени 1857—1868 гг.

Для Австріи за 1841—1886 гг. Гини ⁵⁾ находитъ $Q=1,25$.

¹⁾ *Lexis*, Abhandlungen, S. 155; ср. *Edgeworth*, On Methods of Statistics, p. 199.

²⁾ *Lexis*, Abhandlungen, S. 189.

³⁾ *Ib.*, S. 158.

⁴⁾ *Dormoy*, Théorie math., vol. I, p. 41; ср. *Bertrand*, Calcul des probabilités, p. XXX.

⁵⁾ *Gini*, Contributo, p. 1235; ср. *Edgeworth*, On Methods of Statistics, p. 199.

Для Дани за 1860—1879 гг. устойчивость еще ближе къ нормѣ: по вычисленію Bowley ¹⁾, $Q=1,03$.

Нормальный уровень обнаруживаетъ устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди новорожденныхъ и для Италіи при разсмотрѣніи погодныхъ данныхъ ²⁾. Напротивъ, помѣсячная группировка даетъ значеніе Q , довольно сильно отклоняющееся отъ единицы: по даннымъ Lehr'a ³⁾ Q оказывается равнымъ 1,52. Отмѣчая, что итальянская статистика обнаруживаетъ сравнительно высокую пропорцію мужскихъ рожденій въ январѣ мѣсяцѣ и пониженную пропорцію ихъ въ декабрѣ, Lehr высказываетъ предположеніе, что эта разница между январемъ и декабремъ можетъ объясняться неправильностями регистраціи: часть мальчиковъ, появляющихся на свѣтъ въ послѣдніе дни декабря, по соображеніямъ, связаннымъ съ отбываніемъ воинской повинности, заносится родителями въ счетъ января, тогда какъ для дѣвочекъ такого рода заботы роли не играютъ и ихъ рожденія помѣчаются тѣми днями, когда они происходятъ въ дѣйствительности. Если эта гипотеза, поддерживаемая Benini и Gini ⁴⁾, справедлива, то разницѣ между степенью устойчивости погодныхъ и помѣсячныхъ данныхъ не приходится придавать большого вѣса, такъ какъ она отходитъ на счетъ ошибокъ наблюденія.

Нормальною оказывается по вычисленіямъ Gini ⁵⁾ устойчивость полового состава рождающихся въ Новомъ Южномъ Уэльсѣ за 1885—1904 гг.

Для сельскаго населенія Московской губерніи за 1883—1897 гг. Гатлихъ ⁶⁾ находитъ $Q = 0,97$.

Разсматривая погодныя колебанія частоты дѣвочекъ

1) Bowley, Elements, p. 287—288; ср. Westergaard, Grundzüge, p. 39—40.

2) Gini, Il sesso, p. 91 (за 1883—1902 гг.), p. 106 (за 1865—83 гг.).

3) Lehr, Wahrsch. von weibl. Geburten, S. 535—537; ср. Gini, Contributo p. 1234—1235.

4) Benini, Di alcuni punti oscuri della demografia, p. 124; Benini, Principii, p. 80—82; Gini, Il sesso, p. 123, 147.

5) Gini, Il sesso, p. 91.

6) Гатлихъ, Записки по исчисленію вѣроятностей, стр. 130.

среди живорожденныхъ младенцевъ для Австріи, Англіи, Бельгіи, Венгріи, Германіи, Голландіи, Даніи, Ирландіи, Италиі, Норвегіи, Франціи, Швеціи и Шотландіи, вмѣстѣ взятыхъ, за время 1865—1882 гг., Lehr¹⁾ находитъ $Q = 2,15$. Присоединяя къ названнымъ государствамъ также Россію, Lehr получаетъ для 1867—1876 гг. $Q = 2,28$.

2. Относительное число мальчиковъ среди новорожденныхъ не остается, какъ извѣстно, на одной и той же высотѣ для разныхъ группъ рождающихся; оно выше для мертворожденныхъ чѣмъ для живорожденныхъ, выше для законнорожденныхъ нежели для незаконнорожденныхъ. Если не обращать вниманія на эти различія, то устойчивость его оказывается, какъ мы убѣдились, весьма близкою къ нормальному уровню. Сохранитъ ли она нормальный характеръ, если предварительно всю массу роженій разбить на болѣе мелкія группы по отмѣченнымъ выше признакамъ?

Штаркъ²⁾, ученикъ Лексиса, произвелъ изслѣдованіе устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди незаконнорожденныхъ для 34 прусскихъ округовъ за 1865—1875 гг. Среднее арифметическое изъ всѣхъ 34 значеній Q оказывается равнымъ 0,89; по отдѣльнымъ округамъ Q колеблется отъ 0,53 (Köslin) до 1,3 (Liegnitz, Aug.—Osnabr., Koblenz).

Для Баваріи за время 1835/36—1859/60 гг. Штаркъ³⁾ получаетъ $Q = 1,1$.

Для Австріи за время 1862—1874 гг. Штаркъ⁴⁾, вычисляя значенія Q для четырехъ группъ входящихъ въ составъ Австріи Länder, встрѣчаетъ колебанія въ предѣлахъ отъ 0,89 до 2,5. Средняя арифметическая равняется 1,5. Czuber⁵⁾ получаетъ для Австріи, взятой какъ одно цѣлое, для періода 1866—1905 гг. для относительнаго числа мальчиковъ среди законноживорожденныхъ $Q = 1,65$, для относительнаго числа

¹⁾ Lehr, Wahrsch. von weibl. Geburten, S. 548, 549.

²⁾ Stark, Das Geschlechtsverhältnis bei unehelichen Geburten und Totgeburten, S. 17.

³⁾ Stark, Das Geschlechtsverhältnis, S. 32.

⁴⁾ Ib., S. 29.

⁵⁾ Czuber, W—rechnung, II, S. 52.

ихъ среди законномертворожденныхъ $Q = 1,24$; для незаконномертворожденныхъ $Q = 1,37$ и для незаконномертворожденныхъ $Q = 1,57$.

Для Англіи вычисления Штарка ¹⁾ для времени 1851—1868 гг. даютъ для относительнаго числа мальчиковъ среди незаконнорожденныхъ $Q = 1,1$.

Для Франціи ²⁾ за время 1831—1860 гг. Q получается равнымъ 1,5. Для времени 1841—1850 гг. Dormoy ³⁾ получаетъ $Q = 1,64$; для 1851—1864 гг. $Q = 1,26$. Для департамента Indre-et-Loire за 1856—1864 гг. $Q = 0,55$, для департамента Tours за 1857—67 гг. $Q = 1,09$.

Для Бельгіи, по даннымъ Штарка ⁴⁾, для времени 1841—1850 гг. Q устанавливается равнымъ 1,02; для десятилѣтія 1851—1860 гг. Q оказывается равнымъ 0,95; среднее арифметическое 0,99. Если разсматривать весь 20-лѣтній періодъ 1841—1860 гг. какъ одно цѣлое, то Q получается равнымъ 0,96.

Для законнорожденныхъ города Москвы за 60 мѣсяцевъ 1888—1892 гг. $Q = 1,13$; за 48 мѣсяцевъ 1893—1896 гг. $Q = 0,94$; за 60 мѣсяцевъ 1897—1901 гг. $Q = 0,95$. Средняя арифметическая изъ всѣхъ трехъ значеній Q равняется 1,01.

Измѣренія устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди мертворожденныхъ, произведенныя Штаркомъ ⁵⁾, даютъ для 8 старыхъ провинцій Пруссіи за время 1862—1875 гг. колебанія Q между 0,84 (Померанія) и 1,1 (Бранденбургъ). Среднее арифметическое: 0,975. Сходные результаты находить для Пруссіи, взятой какъ одно цѣлое, для времени 1877—1901 гг. и Буго ⁶⁾, притомъ какъ для погодныхъ, такъ и для помѣсячныхъ колебаній доли мальчиковъ среди мертворожденныхъ законно—и не законнорожденныхъ.

¹⁾ Stark, Das Geschlechtsverhältnis, S. 32.

²⁾ Ib., S. 33.

³⁾ Dormoy, Théorie mathématique, vol. I, p. 41.

⁴⁾ Stark, Das Geschlechtsverhältnis, S. 34; ср. Lexis, Geschlechtverhältnis der Geborenen und der Gestorbenen, S. 180.

⁵⁾ Stark, Das Geschlechtsverhältnis, S. 40.

⁶⁾ Buro, Das Geschlechtsverhältnis, S. 6, 7, 16.

Для Баваріи *Q* устанавливается за время 1835/36—1847/48 гг. равнымъ 1,07; за время 1848/49—1859/60 гг. $Q = 0,78$. За весь періодъ 1835/36—1859/60 гг. устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди мертворожденныхъ характеризуется, по даннымъ Штарка ¹⁾, величиною $Q = 0,94$. По даннымъ Лексиса ²⁾ за тотъ же періодъ для мертворожденныхъ законнорожденныхъ $Q = 1,05$; для незаконнорожденныхъ $Q = 1,04$.

Нормальною оказывается устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди мертворожденныхъ и для всей Германіи за 180 мѣсяцевъ 1872—1886 гг., по даннымъ Lehr'a ³⁾.

Для Австріи за 1862—1874 гг. Штаркъ ⁴⁾ получаетъ для трехъ группъ „краевъ“ (Länder) $Q = 0,75$, $Q = 0,88$ и $Q = 0,98$. Среднее арифметическое: 0,87. Для времени 1876—1900 гг. Виго ⁵⁾ находитъ для мертворожденныхъ законнорожденныхъ $Q = 1,26$, для внѣ-брачныхъ $Q = 1,41$. Помѣсячныя колебанія доли мальчиковъ среди всѣхъ мертворожденныхъ за 1898—1901 гг. даютъ, по вычисленіямъ Виго, $Q = 0,95$.

Для Франціи за время 1831—1845 гг. Штаркъ находитъ чрезвычайно низкое значеніе *Q* для устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди мертворожденныхъ: именно, *Q* оказывается равнымъ всего лишь 0,52. Такая поразительно высокая устойчивость объясняется, какъ позднѣе указалъ Лексисъ ⁶⁾, весьма просто тѣмъ обстоятельствомъ, что за отсутствіемъ прямыхъ наблюденій надъ распредѣленіемъ мертворожденныхъ по полу для десятилѣтія 1831—1840 гг., въ полученныхъ Кетле и Heuschling'омъ для изданія *Statistique Internationale* изъ Франціи таблицахъ проставлены для каждаго года этого десятилѣтія одни и тѣ же числа, выведенныя на основаніи данныхъ слѣдующаго пятилѣтія 1841—

1) *Stark*, Das Geschlechtsverhältnis, S. 45.

2) *Lexis*, Abhandlungen, S. 206.

3) *Lehr*, Wahrsch. von weiblichen Geburten, S. 203.

4) *Stark*, Das Geschlechtsverhältnis, S. 43.

5) *Buro*, Das Geschlechtsverhältnis, S. 18, 17.

6) *Lexis*, Abhandlungen, S. 178, Anmerkung.

1845 гг. Для періода 1846—60 гг., когда цифры перестают носить фиктивный характер, Q оказывается равнымъ 2,3¹⁾. Для 1880—1904 гг. $Q = 3,2$ ²⁾; для незаконнорожденныхъ за тотъ же періодъ Виго находитъ $Q = 1,43$. Разсматривая отдѣльно сельское и городское населеніе и выдѣляя въ особую группу департаментъ Сены, Виго³⁾ находитъ для законнорожденныхъ значенія Q , замѣтно превышающія 1 (3,19; 1,78; 2,34); напротивъ, для незаконнорожденныхъ Q во всѣхъ группахъ не очень сильно уклоняется отъ 1 (1,31; 1,68; 1,04).

Нормальный уровень устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди мертворожденныхъ обнаруживаютъ данныя Lehr'a⁴⁾ для Италіи за 144 мѣсяца 1875—1886 гг.

Для Бельгіи за время 1841—1850 гг. Q , по даннымъ Штарка⁵⁾, устанавливается равнымъ 1,03; для 1851—1860 гг. $Q = 0,95$. Для всего періода 1841—1860 гг. $Q = 0,99$.

3. Отъ устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди мертворожденныхъ естественный переходъ къ устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ. Примѣненіе критеріевъ Лексиса обнаруживаетъ въ этомъ случаѣ устойчивость значительно меньшую противъ нормальной, если разсматривать всю совокупность умирающихъ безъ вниманія къ отдѣльнымъ возрастнымъ группамъ и брать болѣе или менѣ крупныя территоріи. Для Пруссіи за періодъ 1865—1876 гг. Q оказывается, напримѣръ, равнымъ 8,0. Для Баваріи для того же времени $Q = 2,2$; для Англіи $Q = 2,9$. Для Италіи за время 1863—1876 гг. $Q = 4,7$ ⁶⁾. Для Франціи за періодъ 1861—1876 гг. Q поднимается до 20,4 и, даже если выбросить два особенно сильно откло-

1) Stark, Das Geschlechtsverhältnis, S. 46—47.

2) Buro, Das Geschlechtsverhältnis, S. 19. Высоту Q Виго приводитъ въ связь съ тѣмъ обстоятельствомъ, что французская статистика сливаетъ мертворожденныхъ съ „enfants morts avant la déclaration de naissance“.

3) Ib., S. 20—21.

4) Lehr, Wahrsch. von weiblichen Geburten, S. 545.

5) Stark, Das Geschlechtsverhältnis, S. 48. Ср. Lexis, Abhandlungen, S. 201.

6) Geigel, Ueber die Stabilität des Geschlechtsverhältnisses der Gestorbenen, S. 39; въ Пруссіи замѣтно отражаются на высотѣ Q годы войны—1866, 1870, 1871 (Geigel, S. 40).

няющихся отъ нормы по высотѣ мужской смертности года 1871 и 1872, на которыхъ рѣзко сказывается вліяніе войны, величина Q спускается только до 10,0 ¹⁾.

Однако, разбивая всю совокупность умершихъ на болѣе мелкія возрастныя группы, мы даже для крупныхъ территорій, охватывающихъ цѣлыя государства, находимъ для младшихъ и для преклонныхъ возрастовъ устойчивость относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ, весьма близкую къ нормальной. Для Пруссіи, напримѣръ, Гейгель ²⁾ получаетъ для періода 1821—1860 гг. слѣдующія величины Q .

возрастъ	Q
0—1 годъ	1,78
1—3	1,46
3—5	1,71
40—45	2,64
45—50	2,59

Разбивая сорокалѣтній періодъ на два 20-лѣтія, Гейгель ³⁾ для смертныхъ случаевъ на первомъ году жизни находитъ Q для 1821—1840 гг. равнымъ 1,4; для 1841—1860 гг. $Q = 1,3$.

Для Баваріи, разбивая всю массу умирающихъ младенцевъ на законно и внѣбрачно рожденныхъ, Лексисъ ⁴⁾ находитъ для устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди законнорожденныхъ, умирающихъ на первомъ году жизни, Q для періода 1835/36—1859/60 гг. равнымъ 1,07; для законнорожденныхъ, умирающихъ на второмъ году жизни, Q устанавливается равнымъ 1,16. Для незаконнорожденныхъ устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди умирающихъ на первомъ году жизни характеризуется величиною $Q = 1,32$, а для второго года жизни Q получается равнымъ 0,75.

1) Geigel, Ueber die Stabilität, S. 42.

2) Ib., S. 24. Высота Q для возрастовъ 40—45 и 45—50 лѣтъ стоитъ въ связи съ очень повышенной мужской смертностью 1847 года, „was wohl so zu erklären ist, dass das männliche Geschlecht in solchen Nothjahren überhaupt relativ viel schwerer getroffen wird als das weibliche“ (Geigel, S. 26).

3) Ib., S. 25.

4) Lexis, Abhandlungen, S. 206.

Къ сходнымъ результатамъ приходитъ для Пруссіи Камманъ, рассматривая періодъ времени съ конца 60-хъ годовъ XIX столѣтія по средину 90-хъ годовъ. Если брать Королевство Прусское какъ одно цѣлое, то въ предѣлахъ 22 рассматриваемыхъ Камманомъ различныхъ возрастныхъ группъ ниже 10 лѣтъ значеніе Q лишь одинъ разъ достигаетъ 2: именно, для относительнаго числа мужчинъ среди умершихъ въ возрастѣ отъ рожденія до двухъ лѣтъ Q оказывается равнымъ 2,08. Изъ остальныхъ 21 значеній Q шесть лежатъ въ предѣлахъ между $Q = 1,5$ и $Q = 2,0$; 14 значеній держится въ предѣлахъ 1,0 и 1,5, и одно значеніе падаетъ ниже 1. Среднее арифметическое изъ всѣхъ 22 значеній Q равняется 1,33. Вычисленія Вуго ¹⁾ обнаруживаютъ для мелкихъ возрастныхъ группъ въ предѣлахъ до одного года за время 1877—1901 г.г. вполне нормальную устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди умирающихъ. Устойчивость держится близко къ нормѣ и въ старшихъ возрастахъ до 20, 30 лѣтъ. Но затѣмъ она падаетъ замѣтно ниже нормы и возвращается къ нормальному уровню лишь въ старческомъ возрастѣ выше 90 лѣтъ. Еще ближе къ нормальной устойчивости мы подходимъ, если разбиваемъ Прусское Королевство на болѣе мелкія части. Въ то время, какъ, напримѣръ, для группы умирающихъ въ возрастѣ отъ рожденія до 2 лѣтъ для всего Королевства, рассматриваемаго какъ одно цѣлое, Q , по даннымъ Каммана, оказывается равнымъ 2,08, въ среднемъ для 9 провинцій Прусскаго Королевства Q устанавливается для этого возраста равнымъ лишь 1,24. Равнымъ образомъ, и для иныхъ возрастныхъ группъ, для которыхъ таблица Каммана позволяетъ произвести сопоставленія, устойчивость замѣтно приближается къ нормальной съ переходомъ отъ Королевства къ его отдѣльнымъ частямъ. Такъ, для возраста отъ 1 года до трехъ лѣтъ Q для всей Пруссіи равняется 1,36, а въ среднемъ по четыремъ провинціямъ Q равняется лишь 1,01. Для возраста отъ 1 года до 4 лѣтъ Q для всего Королев-

¹⁾ *Buro*, Das Geschlechtsverhältnis, S. 24, 26, 28, 37.

ства равно 1,41, а въ среднемъ по четыремъ провинціямъ $Q = 1,03$ 1).

Для Швеціи за время 1856 — 1875 гг. Гейгель 2) находитъ для умирающихъ на первомъ году жизни $Q = 1,1$; для умирающихъ въ теченіе первыхъ десяти лѣтъ жизни Q почти въ два раза больше, именно: $Q = 1,9$; для устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди лицъ, умирающихъ въ возрастъ отъ 41 до 50 лѣтъ, $Q = 2,0$.

Для Австріи за время 1860 — 1876 гг. для законнорожденныхъ младенцевъ устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди умирающихъ на первомъ мѣсяцѣ жизни устанавливается, по Гейгелю 3), въ среднемъ по десяти группамъ австрійскихъ „краевъ“ равною 1,07; для умирающихъ въ возрастъ отъ 1 мѣсяца до 6 мѣсяцевъ Q оказывается въ среднемъ равнымъ 1,30; для умирающихъ въ возрастъ между 6 мѣсяцами и годомъ Q равняется 1,18. Для младенцевъ незаконнорожденныхъ въ тѣхъ же предѣлахъ возраста устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди умирающихъ характеризуется величинами $Q = 1,00$; $Q = 1,41$; $Q = 1,05$. Для возраста въ 45—55 лѣтъ для того же времени въ Австріи Гейгель 4) находитъ $Q = 1,4$. Лексисъ 5) приводитъ значенія Q для четырехъ отдѣльныхъ австрійскихъ краевъ для времени 1862—1874 гг. и возраста смерти отъ рожденія до пяти лѣтъ: изъ четырехъ значеній Q два выше единицы, два ниже единицы; среднее арифметическое $Q = 1,005$. По вычисленіямъ Буго 6) для 1881—1900 гг. устойчивость оказывается нѣсколько ниже нормы для большинства погодныхъ возрастныхъ группъ отъ 1 года до 25 лѣтъ; лишь для незаконнорожденныхъ въ возрастѣ до 5 лѣтъ Q неизмѣнно держится около 1.

Для Англіи Гейгель 7) для возраста 0—5 лѣтъ находитъ

1) См. Kamman, Das Geschlechtsverhältnis der Ueberlebenden, S. 22.

2) Geigel, Ueber die Stabilität, S. 36.

3) Geigel, Ueber die Stabilität, S. 17—18.

4) Ib., S. 21.

5) Lexis, Abhandlungen, S. 205.

6) Buro, Das Geschlechtsverhältnis, S. 29, 30, 35.

7) Geigel, Ueber die Stabilität, S. 34.

для времени 1856—1875 гг. $Q = 2,13$; для возраста 5—10 лѣтъ Q получается равнымъ 2,3; для 45—55 лѣтъ $Q = 1,9$. Для времени 1838—1855 гг. Q для возраста 0—5 лѣтъ оказывается равнымъ 1,35 и, наконецъ, для всего періода 1838—1875 гг. для того же возраста $Q = 1,8$.

Чрезвычайно близкою къ нормѣ оказывается устойчивость относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ въ Норвегіи. Для Норвегіи, даже если брать всю совокупность умершихъ безъ подраздѣленія на возрастныя группы, для періода 1836—1870 гг. Гейгель ¹⁾ находитъ $Q = 1,2$. По отдѣльнымъ возрастнымъ группамъ вычисления Гейгеля даютъ для того же періода 1836—1870 гг. для возраста отъ 1 года до 5 лѣтъ $Q = 1,4$; для возраста 5—10 лѣтъ $Q = 1,1$ и лишь для возраста 70—80 лѣтъ Q поднимается выше 2 и равняется 2,5. Еще благоприятнѣе результаты изслѣдованія устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ въ разныхъ возрастныхъ группахъ для періода 1851—1870 гг. Здѣсь Q устанавливается для возраста 1—5 лѣтъ равнымъ 1,2; для возраста 10—20 лѣтъ $Q = 1,02$; для четырехъ десятилѣтнихъ группъ между 20 и 60 годами Q держится на высотѣ 1,2—1,3; для возраста 60—70 лѣтъ $Q = 1,0$; въ возрастѣ 80—90 лѣтъ $Q = 1,2$.

Для Голландіи детальная работа Каммана ²⁾, просматривающаго до четырехъ десятковъ разныхъ возрастныхъ комбинацій въ предѣлахъ первыхъ десяти лѣтъ жизни, обнаруживаетъ, что если не объединять лицъ, умирающихъ на первомъ году жизни, съ умирающими въ старшихъ возрастахъ, то устойчивость относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ оказывается очень близкою къ нормальному уровню: въ среднемъ для 25 группъ Q устанавливается равнымъ 1,00, и ни для одной изъ группъ Q не превышаетъ 1,24. Напротивъ, для перваго года жизни и, въ особенности, для перваго мѣсяца жизни Камманъ получаетъ значенія Q , превышающія единицу: для перваго мѣсяца жизни $Q = 1,62$; для первыхъ трехъ мѣсяцевъ $Q = 1,16$; для перваго полу-

¹⁾ Geigel, Ueber die Stabilität, S. 29—30.

²⁾ Kamman, Das Geschlechtsverhältnis der Ueberlebenden, S. 21.

годія жизни $Q = 1,21$. Для возраста отъ 6 до 12 мѣсяцевъ уровень устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди умирающихъ близокъ къ нормальному— $Q = 1,02$. При слияніи младенцевъ, умирающихъ на первомъ году жизни, съ остальными Q замѣтно поднимается; въ среднемъ для 9 возрастныхъ группъ Q оказывается равнымъ 1,44.

Большой интересъ представляетъ изслѣдованіе устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ, произведенное Лексисомъ ¹⁾ для Бельгіи для 1841—1860 гг. Охватывая всѣ возрастныхъ группы, оно обнаруживаетъ фактъ пониженія устойчивости въ среднихъ возрастахъ по сравненію съ дѣтскимъ и старческимъ. Въ предѣлахъ возрастныхъ группъ до 10 лѣтъ Q держится ниже 2. Затѣмъ устойчивость отношенія числа умирающихъ мужчинъ къ числу умирающихъ женщинъ понижается, становясь особенно малою въ предѣлахъ между 45 и 75 годами, гдѣ ни для одной изъ пятилѣтнихъ возрастныхъ группъ Q не падаетъ ниже 3, а въ большей части ихъ даже поднимается выше 4. Въ старческомъ возрастѣ устойчивость, какъ и въ Пруссіи по даннымъ Виго, вновь приближается къ нормѣ, и Q спускается близко къ единицѣ.

4. Статистика распредѣленія умершихъ по полу и по возрасту ведется издавна въ большинствѣ европейскихъ государствъ съ достаточною точностью, такъ что изслѣдованіе устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ не встрѣчаетъ особыхъ препятствій со стороны малой доброкачественности матеріала. Въ менѣе благоприятныхъ условіяхъ стоитъ изслѣдованіе устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди лицъ, доживающихъ до того или иного возраста. Камманъ рѣшилъ, тѣмъ не менѣе, подступить къ этой сложной проблемѣ, опираясь на успѣхи, достигнутые техникою статистическаго учета смертности въ нѣкоторыхъ государствахъ Европы за послѣднюю четверть XIX вѣка.

Трудность задачи заключается въ томъ, что прямыми

¹⁾ *Lexis*, Abhandlungen, S. 201; ср. *Lexis*, Geschlechtsverhältnis der Geborenen und Gestorbenen, S. 181.

наблюденіями надъ половымъ составомъ тѣхъ группъ населенія, о которыхъ идетъ рѣчь, мы не располагаемъ. Для изслѣдованія надо знать, сколько лицъ того и другого пола изъ числа родившихся въ данномъ году достигаетъ опредѣленнаго возраста, — напримѣръ, сколько мальчиковъ и дѣвочекъ изъ поколѣнія 1900 года доживаетъ до одного года. Но непосредственный учетъ такого рода „первыхъ“ совокупностей доживающихъ, какъ ихъ называетъ теорія измѣренія смертности, невозможенъ. Между тѣмъ, тѣ „вторыя“ совокупности доживающихъ, которыя подвергаются учету при переписяхъ населенія, не отвѣчаютъ цѣлямъ изслѣдованія: не говоря о томъ, что переписи, за своею рѣдкостью, не могутъ дать намъ для сопоставленій достаточнаго числа группъ, онѣ улавливаютъ не число лицъ даннаго поколѣнія, достигающихъ того или иного возраста, а число лицъ разныхъ поколѣній, въ данный моментъ времени стоящихъ въ извѣстныхъ предѣлахъ возраста. Приходится, такимъ образомъ, итти къ цѣли путемъ косвеннымъ, — путемъ сопоставленія чиселъ родившихся съ числами умирающихъ въ тѣхъ или иныхъ возрастныхъ предѣлахъ. Но для этого, въ свою очередь, необходима такая постановка учета умирающихъ, какая лишь съ конца 60-хъ, начала 70-хъ годовъ прошлаго столѣтія, подъ вліяніемъ требованій теоретиковъ статистики смертности, заведена кое-гдѣ въ Европѣ. Дѣло въ томъ, что обычные приемы учета смертности, регистрирующіе или число умершихъ въ данномъ году съ распредѣленіемъ его по возрастамъ или число умершихъ въ данномъ году съ распредѣленіемъ его по поколѣніямъ, не позволяютъ теоретически точно вычислять „первыхъ“ совокупности доживающихъ по даннымъ о рожденіяхъ и смертяхъ. Младенцы, родившіеся въ 1900 году, умираютъ на первомъ году жизни частью въ томъ же 1900 г., а частью въ 1901 году: ребенокъ, появляющійся на свѣтъ въ январѣ мѣсяцѣ 1900 г. и умирающій шести мѣсяцевъ отъ роду, попадаетъ еще на 1900 годъ; ребенокъ же, родившійся въ декабрѣ мѣсяцѣ 1900 года и скончавшійся на третьемъ мѣсяцѣ жизни, попадетъ уже на 1901 годъ. Если, слѣдовательно, изъ числа родившихся въ 1900 году мы выклю-

чимъ младенцевъ, умершихъ въ 1900 году на первомъ году жизни, то мы не получимъ точнаго числа младенцевъ поколѣнія 1900 г., дожившихъ до одного года. Не получимъ мы его и вычитая изъ числа рожденій 1900 г. число младенцевъ, умершихъ на первомъ году жизни въ 1901 г. Для того, чтобы это число получить, необходимо располагать какъ для 1900 года, такъ и для 1901 года данными относительно числа младенцевъ, умершихъ на первомъ году жизни, отдѣльно для поколѣнія текущаго календарнаго года и для поколѣнія предшествующаго года. Только тогда и будетъ возможенъ точный учетъ относительнаго числа мужчинъ среди доживающихъ, которое насъ интересуетъ.

Камманъ располагаетъ такого рода данными по Пруссіи и по Голландіи. Использование ихъ встрѣчаетъ, однако, еще одно важное препятствіе. Дѣло въ томъ, что, опредѣляя число доживающихъ путемъ вычитанія числа умершихъ изъ числа родившихся, мы упускаемъ изъ виду миграціи. Предположимъ, что въ 1900 году родилось въ предѣлахъ Пруссіи X младенцевъ. Пусть, далѣе, прусская статистика смертности позволяетъ намъ констатировать, что младенцевъ, появившихся на свѣтъ въ 1900 г., умерло въ предѣлахъ Пруссіи на первомъ году жизни за 1900 г. и 1901 г. Y . Разность $X - Y$ давала бы намъ точно число младенцевъ поколѣнія 1900 года, дожившихъ до одного года, если бы при учетѣ Y въ это число не были включены младенцы, родившіеся въ 1900 году, но внѣ Пруссіи, и не были изъ него исключены младенцы, родившіеся въ 1900 году въ Пруссіи и умершіе до одного года, но за предѣлами родины. Для дѣтскихъ возрастовъ, въ виду незначительныхъ размѣровъ миграціи, эта ошибка врядъ ли можетъ быть велика ¹⁾. Но для возрастовъ болѣе высокихъ она грозитъ

1) Камманъ въ оправданіе принятаго имъ метода изслѣдованія указываетъ на то обстоятельство, что въ дѣтскомъ возрастѣ миграціи врядъ ли могутъ по разному затрагивать тотъ и другой полъ. „Da ist kein Grund einzusehen, weshalb bei diesen Wanderungen das eine Geschlecht vor dem anderen in einer stärkeren Quote beteiligt sein sollte, als es seiner relativen Stärke in der betreffenden Altersstufe entspricht, solange beide noch schulpflichtig sind“ (Kamman, Das Geschlechtsverhältnis der Ueberlebenden, S. 10). Это сообра-

принять весьма крупные размѣры, тѣмъ болѣе, что ошибки для отдѣльныхъ возрастовъ при такомъ способѣ вычисленія суммируются. Въ силу этого изслѣдованіе устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди доживающихъ до того или иного возраста приходится ограничивать дѣтскимъ возрастомъ.

Камманъ останавливается для Пруссіи на первыхъ 6 годахъ жизни, а для Голландіи на первыхъ 10 годахъ. И для той и для другой страны какъ въ цѣломъ, такъ и для отдѣльныхъ частей ихъ, устойчивость относительнаго числа мужчинъ среди доживающихъ до рассматриваемыхъ Камманомъ возрастовъ оказывается весьма близкою къ нормальному уровню ¹⁾. Изъ 72 значеній Q , вычисленныхъ Камманомъ для Пруссіи, ни одно не поднимается выше 1,40. Изъ 110 значеній Q , вычисленныхъ для Голландіи, ни одно не достигаетъ 1,50.

5. Съ своеобразными трудностями уже не техническаго, а методологическаго порядка встрѣчается изслѣдованіе устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди новорожденныхъ при многоплодныхъ родахъ. Съ одной стороны, какъ констатировалъ еще Мозеръ ²⁾, полъ каждаго изъ появляющихся при многоплодныхъ родахъ одновременно на свѣтъ младенцевъ не представляется независимымъ отъ пола остальныхъ: при двойняхъ, напримѣръ, вѣроятность, что оба младенца будутъ одного пола, значительно превышаетъ вѣроятность, что одинъ будетъ мальчикъ, а другой—дѣвочка. Единичные случаи, объединяемые въ группу, представляются, слѣдовательно, завѣдомо не „независимыми“ другъ отъ друга. Съ другой стороны, замѣчая, что при двойняхъ мальчики могутъ родиться лишь въ 100%, въ 50% и въ 0%, мы видимъ, что относительное число мальчиковъ во всей массѣ родившихся двой-

женіе, вполнѣ справедливое само по себѣ, мало убѣдительно въ примѣненіи къ темъ изслѣдованіямъ Каммана. Рѣчь вѣдь идетъ не объ относительномъ числѣ мальчиковъ среди доживающихъ до того или иного возраста, а о колебаніяхъ этого числа отъ года къ году.

¹⁾ *Kamman*, Das Geschlechtsverhältnis der Ueberlebenden, S. 39—41.

²⁾ Ср. *Moser*, Die Gesetze der Lebensdauer, S. 217 ff.

нями, равно какъ и его колебанія, всецѣло опредѣляются частостями этихъ трехъ различныхъ комбинацій и ихъ колебаніями. Такимъ образомъ, когда изслѣдуется устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди рождающихся двойнями, то въ сущности подвергается изученію устойчивость относительныхъ чиселъ среди двоенъ случаевъ рожденія двухъ дѣвочекъ, двухъ мальчиковъ и мальчика съ дѣвочкою. На ней, собственно, и слѣдовало бы останавливать непосредственно вниманіе, какъ и дѣлаетъ, напримѣръ, Лексисъ въ *Zur Theorie der Massenerscheinungen* (S. 77—78).

Указанныя соображенія были, къ сожалѣнію, упущены изъ вида Геррлемъ,—ученикомъ Лексиса, подвергшимъ изслѣдованію степень устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди рождающихся двойнями. Не считаясь съ ними, Геррль обнаружилъ для изучаемаго имъ отношенія чрезвычайно высокую устойчивость. Q оказалось въ громадномъ большинствѣ случаевъ ниже единицы, а нерѣдко падаетъ даже ниже 0,5. Для Пруссіи ¹⁾, напримѣръ, за время 1867—1881 гг. Q оказывается равнымъ 0,77. По 15 группамъ прусскихъ округовъ, разсматриваемымъ въ работѣ Геррля, Q колеблется между 0,46 и 0,96; средняя арифметическая изъ всѣхъ 15 величинъ 0,72. Для Австріи ²⁾ за 1861—1878 гг. $Q=0,87$. Для цислейтанскихъ провинцій Австріи ³⁾ за 1860—1876 гг. Q для законнорожденныхъ оказывается равнымъ 0,96; для незаконнорожденныхъ $Q=0,64$. По группамъ краевъ ⁴⁾ для 1869—1876 гг. Q для краевъ нѣмецкихъ и итальянскихъ устанавливается равнымъ 0,60; для Чехіи, Моравіи и Силезіи $Q=1,11$; для Галиціи и Буковины $Q=1,45$. Для Франціи ⁵⁾ за 1865—1879 гг. Q получается равнымъ 1,55.

Полагая, что столь высокая устойчивость обусловлена тѣмъ, что „*indem wir zu den gleichgeschlechtlichen Zwillingenge-*

¹⁾ *Herri*, Ueber die Stabilität des Geschlechtsverhältnisses bei Mehrlingsgeburten, S. 32—37.

²⁾ *Ib.*, S. 18.

³⁾ *Ib.*, S. 23—24.

⁴⁾ *Ib.*, S. 20.

⁵⁾ *Ib.*, S. 26.

burten die zweigeschlechtlichen zu je gleichen Theilen addieren, entsteht in unserer Reihe eine ausgleichende Tendenz“¹⁾, Геррль пытается элиминировать влияние этого обстоятельства и отдѣльно разсматриваетъ степень устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди тѣхъ рожденныхъ двойнями младенцевъ, которые появились на свѣтъ парою мальчиковъ или парою дѣвочекъ. При такой постановкѣ изслѣдованія Геррль получаетъ значенія Q болѣе высокія нежели тѣ, къ какимъ приводитъ разсмотрѣніе всего числа рождающихся двойнями младенцевъ. Для Пруссіи²⁾, на примѣръ, для того же періода 1867—1881 гг. Q оказывается равнымъ 0,995; по отдѣльнымъ округамъ Q колеблется между 0,60 и 1,31, средняя арифметическая изъ 15 значеній Q получается равною 0,94. Для Австріи³⁾ за 1861—1878 гг. Q оказывается равнымъ 1,15. Для Цислейтаніи⁴⁾ за 1860—1876 гг. для законнорожденныхъ $Q=1,26$, для незаконнорожденныхъ $Q=0,83$. Для времени 1869—1876 гг. по тремъ группамъ краевъ⁵⁾ Q устанавливается для первой группы равнымъ 0,81; для второй $Q=1,43$; для третьей $Q=1,91$. Для Франціи⁶⁾ за 1856—1879 гг. исключеніе такихъ двоенъ, гдѣ одинъ изъ родившихся младенцевъ мужскаго, а другой женскаго пола, поднимаетъ величину Q до 1,95.

Замѣчая, что отношеніе числа мальчиковъ къ числу дѣвочекъ среди младенцевъ, явившихся на свѣтъ двойнями одного пола, въ точности равняется отношенію числа такихъ двоенъ, гдѣ оба младенца мужскаго пола, къ числу двоенъ, гдѣ оба младенца пола женскаго, мы можемъ безъ труда результаты измѣреній Геррля примѣнить къ изслѣдованію вопроса объ устойчивости относительнаго числа двоенъ того и другого типа. Числитель Q остается при этомъ безъ перемѣнъ, такъ какъ всѣ отдѣльныя частости, по которымъ онъ вычисляется, сохраняютъ свою величину. Что касается

1) *Herrl*; Ueber die Stabilität, S. 38.

2) *Ib.*, S. 27—32.

3) *Ib.*, S. 17.

4) *Ib.*, S. 22—23.

5) *Ib.*, S. 19.

6) *Ib.*, S. 25.

знаменателя, равнаго $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$, то въ немъ p остается то же, что у Геррля, но вмѣсто n войдетъ $\frac{n}{2}$, такъ какъ общее число родившихся двойнями младенцевъ въ два раза больше числа двоенъ. Знаменатель долженъ быть, слѣдовательно, увеличенъ въ $\sqrt{2} = 1,41$ разъ. Для того, чтобы получить изъ вычисленныхъ Геррлемъ значеній Q тѣ, которыми характеризуется устойчивость относительнаго числа двоенъ мужскаго пола, ихъ нужно, такимъ образомъ, лишь раздѣлить на 1,41. Выполняя это дѣленіе, мы для устойчивости интересующаго насъ ряда получимъ для Пруссіи за 1867—1881 гг. величину $Q = 0,71$. Средняя по 15 группамъ округовъ понизится до 0,65. Для Австріи за 1861—1878 гг. Q оказывается равнымъ 0,82. Для законнорожденныхъ Цислейтани $Q = 0,89$; для незаконнорожденныхъ $Q = 0,59$. Для трехъ группъ краевъ $Q = 0,57$; $Q = 1,01$; $Q = 1,35$. Для Франціи за 1865—1879 гг. Q оказывается равнымъ 1,38.

Для 8 старыхъ провинцій Пруссіи за 1862—1873 гг. устойчивость относительнаго числа такихъ двоенъ, гдѣ оба младенца мужскаго пола, измѣряется по даннымъ изслѣдованія Лексиса ¹⁾, величиною $Q = 1,03$. Для Пруссіи, Бадена, Гессена, Ольденбурга и Любека, вмѣстѣ взятыхъ, за 1872—1880 гг. я нахожу $Q = 0,65$. Для города Берлина за 1891—1902 гг. мои вычисленія даютъ $Q = 0,86$. За время 1825—1902 гг. вычисленія студента Слб. Политехническаго Института Н. Четверикова даютъ для Берлина $Q = 1,51$. По отдѣльнымъ десятилѣтіямъ періода 1833—1902 гг. Q колеблется между 1,49 (1873—1882 гг.) и 0,74 (1893—1902 гг.).

Для кантона Бернъ за 1891—1906 гг. я нахожу $Q = 0,65$.

Для Франціи за 1858—1894 гг. Q получается равнымъ 1,13. Для времени 1858—1875 гг. Q оказывается равнымъ 1,03; для 1876—1894 гг. $Q = 1,18$.

По Италіи для времени 1886—1906 гг. $Q = 1,04$; для 1886—1895 гг. $Q = 0,82$; для 1896—1906 гг. $Q = 0,98$. Сходные результаты получаютъ по Италіи и для устойчивости отно-

¹⁾ *Lexis*, Zur Theorie der Massenerscheinungen, S. 77—78.

сительнаго числа среди троень такихъ случаевъ, гдѣ всѣ три младенца мужскаго пола: для всего періода $Q=0,99$; для первой его половины $Q=0,82$; для второй половины $Q=1,17$.

Для города С.-Петербурга за 1881—1905 гг. получено $Q=0,93$. Для города Москвы за 1893—1907 гг. найдено $Q=1,43$.

6. Тѣ же техническія трудности, какъ изслѣдованіе устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди лицъ, доживающихъ до того или иного возраста, встрѣчаетъ на своемъ пути и изслѣдованіе вопроса объ устойчивости вѣроятности умереть въ томъ или иномъ возрастѣ. Чтобы найти, напимѣръ, вѣроятность умереть на первомъ году жизни, намъ надо сопоставить съ числомъ родившихся въ извѣстномъ году младенцевъ распредѣляющееся какъ на этотъ годъ, такъ и на слѣдующій, число тѣхъ изъ нихъ, которые скончались, не доживъ до одного года. Сопоставленіе же съ числомъ родившихся въ 1900 году числа умершихъ въ 1900 году въ возрастѣ до одного года не дастъ намъ искомой вѣроятности, такъ какъ въ послѣднее число только частью войдутъ тѣ смертные случаи, которые насъ интересуютъ, частью же включатся младенцы, умирающіе на первомъ году жизни въ 1900 году, но рожденные въ предшествующемъ 1899 году.

Первыя изслѣдованія, не считавшіяся съ этими осложненіями, обнаружили для смертности чрезвычайно низкую степень устойчивости. Разсматривая отношеніе числа смертныхъ случаевъ за годъ ко всему числу жителей Франціи, Дормуа ¹⁾ получаетъ, напимѣръ, для 1849—1858 гг. $Q=86$; для 1859—1868 гг. Q оказывается равнымъ 63. Lehr ²⁾ констатируетъ для Германіи за 1841—1885 гг. колебанія смертности, исключаяющія всякую мысль о нормальномъ уровнѣ устойчивости; по вычисленіямъ Bresciani ³⁾, Q оказывается равнымъ 52. По вычисленіямъ Blaschke ⁴⁾, замѣтно превы-

¹⁾ *Dormoy*, Théorie mathématique, vol. I, p. 44.

²⁾ *Lehr*, Zur Frage der Veränderlichkeit stat. Reihen, S. 142—143.

³⁾ *Bresciani*, A proposito della legge dei piccoli numeri, p. 371.

⁴⁾ *Blaschke*, Die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitslehre im Versicherungswesen, S. 638—640.

шають нормальный уровень и колебанія смертности лицъ, застрахованныхъ въ Готскомъ обществѣ взаимнаго страхования за время 1829—1878 гг., если брать всю массу застрахованныхъ безъ различія пола и возраста.

Лишь для Англии Эджвортъ ¹⁾ констатировалъ уровень колебаній въ общей смертности для 1838—1847 гг. и 1848—1879 гг., не очень сильно превышающій норму.

Первоначально не удавалось привести устойчивость смертности къ нормальному уровню и путемъ дифференціаціи умирающихъ по полу и возрасту. Это стояло въ тѣсной связи съ тѣмъ обстоятельствомъ, что вниманіе было сосредоточено, преимущественно, на дѣтскихъ возрастахъ. Для доли мертворожденныхъ среди общаго числа рождающихся Lehr ²⁾ обнаруживаетъ, на примѣръ, колебанія, превышающія нормальный уровень, какъ для всей Германіи за 1872—86 гг. и, въ нѣсколько меньшей мѣрѣ, за 1841—1855 гг. ($Q = 7$), такъ и для Саксоніи за 1832—1886 гг., для Баваріи за 1835/36—1886 г., и лишь для Бадена за 1840—1887 гг. устойчивость относительнаго числа мертворожденныхъ оказывается ближе къ нормальному уровню. Для смертности мальчиковъ на первомъ году жизни Лексисъ ³⁾, вычисляя при помощи развиваемыхъ въ теоріи измѣренія смертности приближенныхъ методовъ тѣ совокупности умершихъ, которыя слѣдуетъ сопоставлять съ числами родившихся, получаетъ для Бельгіи за 1847—1865 гг. $Q = 8,75$; для дѣвочекъ Q получается равнымъ 8,2.

Для дѣтскихъ возрастовъ и позднѣйшія изслѣдованія, опирающіяся на болѣе точные приемы учета смертности, обнаруживаютъ устойчивость, значительно меньшую противъ нормальной. Но для среднихъ возрастныхъ группъ, начиная лѣтъ съ десяти, устойчивость оказывается въ результатѣ болѣе тонкихъ измѣреній весьма близкою къ нормѣ. По вы-

¹⁾ *Edgeworth, On Methods of Statistics, p. 206.*

²⁾ *Lehr, Zur Frage der Wahrsch. von weiblichen Geburten, p. 194, 214 217; Zur Frage der Veränderlichkeit, S. 132, 136, 138.*

³⁾ *Lexis, Zur Theorie der Massenerscheinungen, S. 81.*

численіямъ Peek'a ¹⁾, для Голландіи за 1880—1889 гг. устойчивость вѣроятности смерти въ возрастѣ до одного года характеризуется величиною $Q = 6,46$; для возраста отъ 1 года до 2 лѣтъ $Q = 4,57$; для трехъ слѣдующихъ возрастныхъ группъ Q держится между 3 и 4; затѣмъ Q падаетъ до 2,5 для возраста 5—6 лѣтъ и до 2,1 для возраста 6—7 лѣтъ, а, начиная съ 8-лѣтняго возраста, держится уже близко къ 1. Въ среднемъ для всѣхъ возрастныхъ группъ выше 10 лѣтъ Q получается равнымъ 1,144.

Сходные результаты Peek ²⁾ получаетъ при изслѣдованіи устойчивости смертности чиновниковъ, состоящихъ на службѣ Голландскаго государства, за время 1878—1894 гг. Коэффициентъ Q (вычисляемый въ данномъ случаѣ болѣе сложнымъ способомъ, нежели обычно) даетъ для всей массы чиновничества величину 1,119. По отдѣльнымъ возрастнымъ группамъ, образуемымъ для интервала отъ 14 до ста лѣтъ въ числѣ 12, Q колеблется между 0,743 и 1,238. Въ восьми группахъ Q меньше 1; въ 4 группахъ Q больше 1. Среднее арифметическое изъ всѣхъ 12 значеній Q равняется 0,99.

Нормальную устойчивость обнаруживаютъ для смертности въ среднемъ и въ преклонномъ возрастѣ также изслѣдованія Больмана ³⁾. Анализъ статистическаго матеріала страхового общества въ Готѣ за 1869—1880 гг. даетъ для 13 пятилѣтнихъ возрастныхъ группъ отъ 26 лѣтъ до 90 лѣтъ значенія Q , колеблющіяся между 0,8 и 1,3; среднее арифметическое изъ всѣхъ 13 значеній равняется 1,02. Данныя Лейпцигскаго страхового общества за время 1880—1894 гг. даютъ для 12 пятилѣтнихъ группъ въ интервалѣ отъ 21½ года до 80½ лѣтъ значенія Q , колеблющіяся между 0,8 и 1,5; средняя арифметическая изъ 12 значеній Q равняется 1,11.

¹⁾ Peek, Das Problem vom Risiko, S. 180—182. Для возраста 82—83 лѣтъ въ таблицѣ, повидимому, опечатка: Q показано равнымъ лишь 0,1288.

²⁾ Ib., S. 189—191.

³⁾ Bohlmann, Ueber Versicherungsmathematik, S. 142; ср. Czuber, W-rechnung und ihre Anwendung, II, S. 60.

Весьма близкій къ нормальному уровню устойчивости обнаруженъ вычислениями Эджворта ¹⁾ для семи англійскихъ графствъ за 1873—1879 гг. для возрастной группы отъ 25 до 35 лѣтъ. ²⁾

7. Менѣе нежели смертности, степенью устойчивости которой заинтересованы специалисты страхового дѣла, посчастливилось въ наукѣ рождаемости. Измѣренія Дормуа ³⁾ обнаружили для нея колебанія, далеко превосходящія норму. Для Франціи за 1849—1858 гг. Q получилось равное 32; за 1859—1868 гг. $Q = 18$. Нѣсколько меньшими, но все же далеко не нормальными оказываются, по вычислениямъ Дормуа, колебанія такъ, называемой „специфической законной рождаемости“, измѣряемой отношеніемъ числа законнорожденныхъ къ числу замужнихъ женщинъ въ возрастѣ дѣторожденія (отъ 20—45 лѣтъ у Дормуа): для Франціи за 1861—1868 гг. $Q = 10$. Отношеніе числа незаконнорожденныхъ ко всему населенію также обнаруживаетъ во Франціи колебанія, далеко превышающія нормальный уровень: $Q = 12$ за 1839—1848 гг., $Q = 8$ за 1849—1858 гг., $Q = 10$ за 1859—1868 гг. Замѣтно выше нормальнаго уро-

¹⁾ *Edgeworth*, On methods of ascertaining variations, p. 647.

²⁾ Къ любопытнымъ результатамъ приходитъ изслѣдованіе степени устойчивости смертности отъ разныхъ болѣзней, произведенное, — къ сожалѣнію, слишкомъ примитивными способами, — англійскимъ статистикомъ *Guu*. Главный его выводъ: *The high rate of fluctuation of the four contagious maladies, scarlatina, measles, hooping cough and typhus fever, contrasts in a very striking manner with the moderate rate of fluctuation of bronchitis and asthma, and the still lower fluctuation of pulmonary consumption, cancer and apoplexy*“ (*Guu*, On the annual fluctuations, p. 57). Колебанія смертности отъ болѣзней нервовъ и мозга, по мнѣнію *Guu*, меньше нежели колебанія смертности отъ болѣзней сердца; еще выше колебанія смертности отъ болѣзней дыхательныхъ органовъ. „These figures suggest the inquiry, whether the striking difference between the three sets of figures may not be explained by the different degree to which the diseases of the brain, heart and lungs, respectively, are influenced by causes external to the body“ (p. 59). Не лишены также интереса примѣры нормальной устойчивости чиселъ рѣдко встрѣчающихся родовъ смертныхъ случаевъ, просчитанные *R. Schmidt*’омъ, — *Beiträge zum Gesetz der kleinen Zahlen*, S. 31—35.

³⁾ *Dormoy*, Théorie mathématique, vol. I, p. 43—44.

вень колебаній рождаемости и въ Германіи ¹⁾ за 1841—1885 гг. Для Даніи ²⁾ за 1860—1879 гг. Q получается равнымъ 6,8.

Лишь для небольшихъ территорій или для такихъ явленій въ рассматриваемой области, которыя случаются очень рѣдко, встрѣчаемъ мы устойчивость, болѣе близкую къ нормальному уровню. Для двухъ небольшихъ английскихъ графствъ за время 1865—1875 гг. Лексисъ ³⁾ нашель, напри-мѣръ, $Q = 1,35$ и $Q = 1,43$. Съ другой стороны, явленія такого рода, какъ рожденія четверень и троень, обнаруживаютъ также устойчивость нормальную. Для колебаній числа четверныхъ родовъ въ старыхъ провинціяхъ Пруссіи за 1824—1892 гг. Шмидтъ ⁴⁾ находитъ, напри-мѣръ, $Q = 1,1$. Для числа троень женскаго пола въ прусской провинціи Саксоніи за 1862—1894 гг. онъ получаетъ $Q = 1,00$.

Столь малый интересъ изслѣдователей къ устойчивости рождаемости легко можетъ быть оправданъ. Съ одной стороны, надо принять во вниманіе, что за рѣдкостью переписей населенія самая цифра рождаемости для годовъ, не совпадающихъ съ годомъ переписи, сопряжена съ значительными ошибками и колебанія ея отъ года къ году улавливаются съ недостаточною для подобныхъ измѣреній точностью. Съ другой стороны, сопоставленіе числа рождающихся за годъ младенцевъ съ числомъ обитателей страны въ началѣ или въ срединѣ года представляется, само по себѣ, операцией мало рациональной. Методологическій вопросъ о конструкціи такого коэффициента рождаемости, устойчивость котораго представляла бы большій интересъ для изслѣдованія, вообще довольно сложенъ ⁵⁾. Совершенно очевидно, что засчитывать въ знаменатель лицъ дѣтскаго и старческаго возраста и уподоблять полученную сумму

1) *Lehr*, Zur Frage der Veränderlichkeit, S. 144.

2) *Blaschke*, Vorlesungen, S. 137.

3) *Lexis*, Abhandlungen, S. 209.

4) *R. Schmidt*, Beiträge, S. 25, 26, 50, 52; *Benini*, Principii, p. 240—241 (тройки въ Умбріи за 1868—1902 гг.).

5) Ср. *Lexis*, Abhandlungen, S. 229—230; *Bortkewitsch*, Die Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik nach Lexis, S. 241—242.

числу испытаній нѣтъ ни основаній, ни смысла. Представлялось бы, далѣе, болѣе правильнымъ среди лицъ, находящихся въ возрастѣ дѣторожденія, выдѣлять лишь женщинъ; засчитывая мужчинъ, не дѣлаемъ ли мы такой же ошибки, какъ при изслѣдованіи устойчивости полового состава двоенъ, сосчитывая число рождающихся, вмѣсто числа двоенъ? Если же остановить вниманіе на такъ называемой „дѣйствительной плодовитости женщины“ или, что было бы еще цѣлесообразнѣе, отдѣльно на „дѣйствительной брачной“ и „дѣйствительной внѣбрачной плодовитости женщины“, то устойчивость такихъ коэффициентовъ рождаемости представила бы несомнѣнный интересъ, но изслѣдованіе встрѣчаетъ препятствіе въ отсутствіи сколько-нибудь точныхъ данныхъ.

8. Еще болѣе отрывочный характеръ, нежели изслѣдованія устойчивости рождаемости, носятъ изслѣдованія устойчивости статистическихъ чиселъ въ области такъ называемой нравственной статистики. Мы располагаемъ здѣсь лишь единичными цифрами по отдѣльнымъ вопросамъ.

Для брачности [измѣряемой отношеніемъ числа браковъ къ населенію] во Франціи за 1839—1848 гг. Дормуа ¹⁾ находитъ $Q = 25$; за 1849—1858 гг. $Q = 19$; за 1859—1868 гг. $Q = 9$. Безусловно ниже нормальной устойчивости брачности и въ Германіи за время 1841—1885 гг. по даннымъ Lehr'a ²⁾. Напротивъ, для двухъ небольшихъ англійскихъ графствъ за 1865—1875 гг. Лексисъ ³⁾ получилъ значенія Q , не очень далекія отъ единицы: для графства Westmoreland $Q = 1,91$; для графства Rutland $Q = 1,01$.

Для устойчивости относительнаго числа браковъ между холостыми и дѣвицами въ общей массѣ ежегодно заключаемыхъ браковъ Лексисъ ⁴⁾ находитъ по Англійи за 1865—

¹⁾ *Dormoy*, Théorie mathématique, vol. I, p. 44.

²⁾ *Lehr*, Zur Frage der Veränderlichkeit, S. 147.

³⁾ *Lexis*, Abhandlungen, S. 209.

⁴⁾ *Ib.*, S. 210—211. Такъ разрѣшается тотъ споръ между Эттингеномъ и Штида, рассказомъ о которомъ Лексисъ открываетъ въ статьѣ „о теоріи устойчивости статистическихъ рядовъ“ изложеніе своихъ способовъ измѣренія степени устойчивости,—см. Abhandlungen, S. 171: „So hält A. von Oettingen die Regelmässigkeit der Procentsätze, mit welchen sich von Jahr zu Jahr

1875 г. $Q = 2,25$; по Швеціи за 1865—1875 г. онъ получаетъ $Q = 2,3$. Ближе къ нормальному уровню устойчивость числа такихъ брачныхъ комбинацій, которыя встрѣчаются рѣдко. Шмидтъ ¹⁾ разсматриваетъ число браковъ мужчинъ 21—25 лѣтъ съ женщинами 51—60 лѣтъ въ Баваріи за 1877—1895 г. по отдѣльнымъ округамъ (Regierungsbezirk), число браковъ мужчинъ 70—75 лѣтъ съ женщинами 30—35 лѣтъ въ Берлинѣ за 1878—1895 г., число браковъ между разведенными мужчинами и разведенными женщинами въ Баваріи за 1876—1895 г. по округамъ и во всѣхъ случаяхъ обнаруживаетъ устойчивость нормальную.

Изучая данныя о разводахъ по городу Берлину, я нахожу за 1885—1900 г. для относительнаго числа такихъ разводовъ, гдѣ оба супруга евангелическаго вѣроисповѣданія, $Q = 1,5$. Для 1887—1901 г. колебанія относительнаго числа браковъ, расторгнутыхъ послѣ 1—2 лѣтъ брачной жизни супруговъ, даютъ $Q = 1,8$; для относительнаго числа браковъ, расторгнутыхъ послѣ не болѣе какъ пяти лѣтъ брачной жизни, $Q = 1,7$. Доля разводовъ по винѣ мужа среди разводовъ по причинѣ „böslische Verlassung“ за 1885—1894 г. даетъ $Q = 1,7$. Доля разводовъ по винѣ мужа среди разводовъ изъ-за прелюбодѣянія даетъ для того же періода $Q = 1,01$; для времени 1885—1901 г. Q оказывается равнымъ 1,5.

Устойчивость относительнаго числа незаконнорожденныхъ среди всего числа рождающихся младенцевъ оказывается, по вычисленіямъ Дормуа ²⁾, для Франціи за 1817—1826 г. много ниже нормальной: $Q = 15$. Для каждаго изъ двухъ слѣдующихъ десятилѣтій $Q = 6$; для періода 1849—1858 г. $Q = 8$; для 1859—1868 г. $Q = 5$; для двадцати лѣтъ 1849—1868 г. $Q = 7$. Выше нормальнаго уровня оказываются колебанія отно-

die verschiedenen Civilstandskategorien an den Eheschliessungen betheiligen, für sehr gross. W. Stieda dagegen glaubt sie, wenigstens für Elsass-Lothringen gar nicht so hoch anschlagen zu dürfen. Wie ist da objectiv zu entscheiden? Schwankt der Procentsatz der Eheschliessungen zwischen Junggesellen und Jungfrauen in Elsass-Lothringen weniger als irgend welche andere demologische Verhältniszahl, wie z. B. die allgemeine Heiratsziffer?“

1) R. Schmidt, Beiträge zum Gesetz der kleinen Zahlen, S. 28—29.

2) Dormoy, Théorie mathématique, vol. I, p. 42.

сительнаго числа незаконнорожденныхъ и въ Германіи за 1841—1885 гг., по изслѣдованію Lehr'a ¹⁾).

Для Франціи за время 1888—1904 гг. измѣренія студента Слб. Политехническаго Института Н. Четверикова дали для относительнаго числа незаконнорожденныхъ мальчиковъ среди всего числа новорожденныхъ мальчиковъ $Q=3,47$. По отдѣльнымъ департаментамъ уровень устойчивости оказался значительно болѣе близкимъ къ нормѣ: лишь въ 4 департаментахъ изъ 87 Q оказалось выше 2.

Для частости самоубійствъ во Франціи Дормуа ²⁾ нашель за 1849—1864 гг. $Q_1=6$. Для Германіи за 1881—1894 гг. Борткевичъ ³⁾ находитъ $Q=5$. Болѣе устойчивымъ оказывается распредѣленіе самоубійць по поламъ и по родамъ смерти. Для относительнаго числа утопленниковъ среди самоубійць мужскаго пола Лексисъ ⁴⁾ находитъ, наримѣръ, для Франціи за 1835—1849 гг. $Q=1,41$; за 1850—1864 гг. $Q=1,88$. Для относительнаго числа утопленницъ среди самоубійць женскаго пола Q получается равнымъ 1,54 для 1835—1845 гг.; $Q=0,97$ для 1846—1857 гг.; $Q=1,41$ для 1858—1868 гг. Нормальною признаеть Westergaard ⁵⁾ устойчивость относительнаго числа женщинъ среди самоубійць въ Даніи за 1861—1886 гг. (Q , по моимъ вычисленіямъ, оказывается равнымъ 1,2) и въ Бельгіи за 1865—1883 гг., равно какъ относительнаго числа самоубійствъ путемъ повѣшенія среди мужчинъ и женщинъ въ Даніи и доли самоубійствъ, приходящихся на мѣсяцы октябрь, ноябрь, декабрь въ Даніи. Нѣсколько ниже нормальнаго уровня, по его же вычисленіямъ, устойчивость относительнаго числа женщинъ среди самоубійць въ Италіи за 1867—1883 гг. Для Баваріи, по моимъ вычисленіямъ, колебанія доли мужчинъ среди самоубійць за 1881—1894 гг. характеризуются величиною $Q_1=1,2$; для Гессена за то же время $Q=1,4$; для Берлина за 1892—1906 гг. $Q=1,2$. Для

¹⁾ *Lehr*, Zur Frage der Veränderlichkeit, S. 148.

²⁾ *Dormoy*, Théorie mathématique, vol. I, p. 45.

³⁾ *Bortkewitsch*, Das Gesetz der kleinen Zahlen, S. 28.

⁴⁾ *Lexis*, Zur Theorie der Massenerscheinungen, S. 84—86.

⁵⁾ *Westergaard*, Grundzüge, S. 44—47; *Lexis*, Gesetz, S. 239; *Bortkewitsch*, Kritische Betrachtungen, I, S. 670—673.

десятилѣтія 1892—1901 гг. въ Берлинѣ $Q = 0,5$. Это десятилѣтіе отличается въ Берлинѣ вообще высокою устойчивостью чиселъ, относящихся къ самоубійствамъ: для доли мужчинъ среди повѣсившихся $Q = 0,8$; для доли повѣсившихся среди мужчинъ $Q = 0,9$; для доли повѣсившихся среди женщинъ $Q = 1,01$.

Равнымъ образомъ, нормальною оказывается устойчивость числа такихъ видовъ самоубійствъ, которые встрѣчаются не часто. Для числа самоубійствъ дѣтей младше 10 лѣтъ Борткевичъ ¹⁾ находитъ, напримѣръ, по Пруссіи за 1869—1893 гг. $Q = 0,99$; для мальчиковъ за то же время Q устанавливается равнымъ 1,12; для дѣвочекъ $Q = 0,88$. Замѣтно приближается къ нормѣ устойчивость числа самоубійствъ также съ переходомъ къ болѣе тѣснымъ территоріальнымъ границамъ: для частоты самоубійствъ женщинъ въ 8 малыхъ германскихъ государствахъ Борткевичъ находитъ $Q = 1,15$.

Примыкая къ изслѣдованіямъ Пуассона, Лексисъ ²⁾ подвергаетъ изученію устойчивость относительнаго числа оправданныхъ присяжными подсудимыхъ во Франціи около середины XIX вѣка. Изслѣдованіе крайне осложняется тѣмъ, что процессуальныя условія часто мѣнялись за это время. Выбрать сколько-нибудь длинный періодъ, свободный отъ рѣзкихъ перемѣнъ въ этомъ отношеніи, довольно затруднительно. Сравнительно пригодны для цѣлей изслѣдованія лишь періоды 1836—1847 гг. и 1854—1864 гг.; для перваго періода Q оказывается равнымъ 3; для втораго $Q = 1,7$. Детальной разработкѣ данныя французской судебной статистики подвергнуты Дормуа ³⁾. Для отношенія числа подсудимыхъ къ населенію Дормуа находитъ за 1826—1847 гг. $Q = 6$. Ближе къ нормальному уровню устойчивость относительныхъ чиселъ, характеризующихъ составъ совокупности привлекаемыхъ къ суду лицъ по полу, возрасту и т. п. Такъ, для относительнаго числа женщинъ среди привле-

¹⁾ *Bortkewitsch*, Das Gesetz der kleinen Zahlen, S. 28. Многочисленные и довольно разнообразныя примѣры приведены, далѣе, у *R. Schmidt*, Beiträge zum Gesetz der kleinen Zahlen, S. 36—44.

²⁾ *Lexis*, Zur Theorie der Massenerscheinungen, S. 87—89.

³⁾ *Dormoy*, Théorie mathématique, vol. I, p. 45.

каемыхъ къ суду за 1849—1864 гг. $Q=2,3$. Для относительнаго числа холостыхъ $Q=3$. Для относительнаго числа лицъ въ возрастѣ 21—30 лѣтъ $Q=1,75$. Но для относительнаго числа лицъ безграмотныхъ за то же время Q оказывается равнымъ 5 ¹⁾.

9. Въ поискахъ за рѣдкими явленіями для провѣрки „закона малыхъ чиселъ“, Борткевичъ останавливаетъ вниманіе на статистикѣ несчастныхъ случаевъ. Для колебаній отношенія числа несчастныхъ случаевъ къ числу жителей во Франціи за 1849—1864 гг. Дормуа ²⁾ нашель $Q=11$. Борткевичъ ³⁾, выбирая для изученія несчастные случаи, рѣдко встрѣчающіеся, обнаруживаетъ для нихъ устойчивость нормальную. Такъ, на примѣръ, колебанія числа несчастныхъ случаевъ со смертнымъ исходомъ за 1886—1894 гг. по тѣмъ 11 нѣмецкимъ *Berufsgenossenschaften*, гдѣ несчастные случаи со смертнымъ исходомъ встрѣчались всего рѣже, даютъ $Q=1,10$ ⁴⁾. Для числа смертныхъ случаевъ въ прусской арміи, вызванныхъ брыканіемъ лошади, за 1875—1894 гг. по 14 корпусамъ Q получается равнымъ 1,01; если исключить корпуса гвардейскій и три армейскихъ, имѣющихъ особый составъ по родамъ оружія, то для остальныхъ 10 корпусовъ $Q=1,00$ ⁵⁾.

1) Мы видимъ, что устойчивость чиселъ судебной статистики, по точномъ измѣреніи, оказывается далеко не высокою. Между тѣмъ, даже такой видный представитель математической теоріи вѣроятностей, какъ *Bienaymé*, сцѣнивалъ ея уровень чрезвычайно высоко, во много разъ выше нежели уровень устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди новорожденныхъ;—см. *Sur un principe*, p. 5: „Ainsi les comptes de la justice criminelle attestent que le rapport moyen des condamnations aux acquittements a peu varié d’une année à l’autre (sous la même législation), bien que le nombre total des accusations n’excède pas 7 ou 8000. Au contraire, pour que le rapport des naissances de garçons aux naissances de filles prenne le même degré de fixité, il faut des nombres 10 ou même 100 fois plus considérables“. Любопытное свидѣтельство того, въ какой мѣрѣ существенно располагать точными методами измѣренія степени устойчивости, а не полагаться на глазъ.

2) *Dormoy*, *Théorie mathématique*, vol. I, p. 45.

3) *Borthewitsch*, *Das Gesetz der kleinen Zahlen*, S. 28; см. также *R. Schmidt*, *Beiträge zum Gesetz der kleinen Zahlen*, S. 34.

4) См. *Borthewicz*, *Zur Verteidigung*, S. 227, Anm.

5) *Czuber* (*W—rechnung*, II, S. 63) находитъ для частости несчастныхъ случаевъ со смертнымъ исходомъ въ Австріи за 1890—1902 гг. рѣзко выра-

Любопытное изслѣдованіе устойчивости статистическихъ чиселъ мы находимъ въ работѣ П. Серебрякова „Математическая теорія огневого страхованія“. Серебряковъ ¹⁾ изучаетъ по даннымъ земскаго добровольнаго страхованія колебанія въ частости пожаровъ за 1895—1904 гг. по 17 губерніямъ Европейской Россіи. Устойчивость оказывается ниже нормальной. Особенно сильно отклоненіе отъ нормы для губерній Смоленской и Тамбовской ($Q=4$); для четырехъ губерній Q , хотя и не такъ велико, однако, превышаетъ 2; но для остальныхъ 11 губерній значенія Q держатся въ предѣлахъ между 1 и 2,—уровень устойчивости частостей пожаровъ оказывается, слѣдовательно, въ этихъ губерніяхъ не очень далекимъ отъ нормы. Разсматривая по даннымъ статистическаго ежегодника города Берлина за 1901/1902-гг. погодныя колебанія въ распредѣленіи пожаровъ на дневные и ночные, я нахожу для времени съ 1893 г. по 1902/1903 гг. $Q=1,2$ ²⁾.

женную сверхъ-нормальную устойчивость: при средней частости, равной 0,00067, Q устанавливается на высотѣ 0,431. Соображенія, которыя Czuber приводитъ въ объясненіе этого факта („Die ausgesprochen unternormale Dispersion dürfte aus dem Umstande zu erklären sein, dass die tödtlichen Unfälle häufig kumulativ sich ereignen“), заставляли бы, напротивъ, ожидать сверхъ-нормальной дисперсіи, а не сверхъ-нормальной устойчивости. Въ дѣйствительности, дѣло сводится, по всѣмъ вѣроятіямъ, къ методологической оплошности: располагая данными о числѣ несчастныхъ случаевъ на сто тысячъ рабочихъ, Czuber, повидимому, упустилъ изъ виду, что наблюденію подвергалось не сто тысячъ, а значительно большее число рабочихъ, и положилъ въ формулѣ для вычисленія знаменателя Q $n=100000$.

¹⁾ *Серебряковъ*, Математическая теорія огневого страхованія, стр. 102—107.

²⁾ Устойчивость статистическихъ чиселъ во времени привлекала къ себѣ по преимуществу вниманіе изслѣдователей. Рѣже подвергалась изученію устойчивость статистическихъ чиселъ для группъ, образуемыхъ по инымъ признакамъ. Между тѣмъ и такая постановка изслѣдованія представляетъ крупный интересъ. Обнаруживая, что колебанія изучаемаго числа для ряда группъ съ разными территоріальными границами (губерніи, департаменты и т. п.) не выходятъ за предѣлы нормальныхъ, мы съ убѣдительностью, трудно достижимою инымъ путемъ, доказываемъ независимость комплекса обстоятельствъ, влияющихъ на данное явленіе, отъ тѣхъ условій, которыя мѣняются съ переходомъ отъ одного района къ другому. Равнымъ образомъ, нормальный характеръ устойчивости для ряда группъ образованныхъ по иному какому-

V.

1. Что же устанавливаютъ точныя измѣренія степени устойчивости статистическихъ чиселъ? Что даютъ намъ они для пониманія строя и хода массовыхъ явленій общественной жизни? ¹⁾. Присматриваясь къ сведеннымъ выше резуль-

нибудь признаку, обнаруживаетъ независимость изслѣдуемаго явленія отъ признака, положеннаго въ основу группировки. Въ величинѣ Q мы располагаемъ очень чуткимъ критеріемъ, пригоднымъ для уловленія даже крайне слабой связи между явлениями. Такъ какъ, однако, въ задачи настоящаго очерка не входить анализъ способовъ раскрытія причиннозависимостей, то, не предлагая подробнаго изображенія приѣма и сводки полученныхъ имъ результатовъ, я ограничусь лишь нѣкоторыми указаніями на литературу. См. *Bortkiewicz*, Der wahrscheinlichkeitsrechnerische Standpunkt im Lebensversicherungswesen, III; *Edgeworth*, On methods of statistics, p. 199—200; *Edgeworth*, Miscellaneous applications of the Calculus of Probabilities; *Cournot*, Exposition, p. 309—310; *Lexis*, Ueber die Wahrscheinlichkeitsrechnung und deren Anwendung auf die Statistik, S. 447; *Blaschke*, Vorlesungen, S. 141—145; *Blaschke*, Die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitsrechnung im Versicherungswesen, S. 634—640; *Engelbrecht*, Die Lebensversicherung und die Wahrscheinlichkeitsrechnung; *Beneduce*, Della natalità, p. 183; *Vigor and Yule*, On the sexratios of Births; *Bertrand*, Calcul des probabilités, p. XXVII; *Furlan*, Ueber die Grundlagen der Versicherung der Privatangestellten, S. 39—45 (изслѣдованіе, въ этой части совершенно испорченное грубыми методологическими промахами); *Czuber*, W—rechnung, II, S. 60—63.

¹⁾ Въ недавнее время съ рѣзкой критикой Лексисовой теоріи дисперсии, — съ утверженіемъ, что подобныя измѣренія, въ сущности, ничего не даютъ, — выступилъ *К. Вагнеръ*, къ которому примкнулъ *Кюттнеръ*. Выдвинутыя ими возраженія покоятся отчасти на крайне примитивныхъ недоразумѣніяхъ, отчасти же на прямомъ незнакомствѣ съ дѣйствительною постановкою вопроса въ литературѣ, такъ что Борткевичъ съ полнымъ основаніемъ могъ указать въ отвѣтъ Кюттнеру на необходимость предварительно читать тѣхъ авторовъ, которыхъ собираешься опровергать: „Es dürfte nur ein billiges Verlangen sein, dass jeder, welcher über die Dispersionstheorie zu schreiben beabsichtigt, sich vorerst in der Litteratur des Gegenstandes etwas umsieht und insbesondere an dem Artikel von Lexis über die Stabilität der statistischen Reihen nicht vorbeigeht“ (*Bortkiewicz*, Der w-rechnerische Standpunkt, IV). Ясный анализъ ошибокъ Вагнера въ упомянутой статьѣ Борткевича избавляетъ отъ необходимости останавливаться на ихъ разборѣ.

Равнымъ образомъ, послѣ Лексиса, Брунса, Борткевича и Грюнбаума (см. выше стр. 257, прим.) не представляетъ интереса останавливаться на „натурфилософической теоріи дисперсии“ *Марбе*, выдвинутой авторомъ также

татамъ довольно уже многочисленныхъ нынѣ изслѣдованій, мы подмѣчаемъ въ ихъ общей картинѣ нѣкоторыя бросающіяся въ глаза черты. Явленій, устойчивость которыхъ несомнѣнно превышала бы нормальный уровень, мы не встрѣчаемъ. До недавняго времени приходилось признавать, что и нормальная устойчивость почти не встрѣчается въ области изслѣдуемыхъ статистиками отношеній: несомнѣнно-нормальный уровень устойчивости обнаруживало лишь относительное число мальчиковъ и дѣвочекъ среди рождающихся, для котораго при самыхъ разнообразныхъ постановкахъ изслѣдованія значенія коэффиціента Q получались не далекія отъ 1. Устойчивость остальныхъ чиселъ, подвергавшихся изученію, оказывалась замѣтно ниже нормы, и лишь въ единичныхъ случаяхъ удавалось наталкиваться на значенія Q , болѣе или менѣе приближающіяся къ единицѣ¹⁾. Новѣйшія изслѣдованія сумѣли, однако, обнаружить нормальную устойчивость въ цѣломъ рядѣ иныхъ массовыхъ явленій. Ихъ успѣхъ покоился, отчасти, на планомѣрномъ отборѣ въ накопившейся понемногу массѣ болѣе тонкихъ и точныхъ наблюдений такого рода цифровыхъ данныхъ, которыя наилучше отвѣчаютъ въ методологическомъ отношеніи задачамъ изслѣдованія, — главнѣйше же, на систематическомъ использованіи той связи уровня устойчивости статистическихъ рядовъ съ нѣкоторыми ихъ свойствами, которая была раскрыта изслѣдователями. Три характерныхъ обсто-

въ видѣ противовѣса противъ построеній Лексиса. Въ основѣ теоретическихъ взглядовъ Марбе лежитъ элементарная ошибка, знакомая историкамъ теоріи вѣроятностей еще со временъ Даламбера; экспериментальная же часть изслѣдованій Марбе испорчена неумѣлой математической разработкою опытныхъ данныхъ.

1) Вотъ какъ, напримѣръ, формулировалъ еще въ 1889 году свои впечатлѣнія отъ изслѣдованій Лексиса *Elsas*: „Ich glaube, man kann die Untersuchungen von Lexis „Zur Theorie der Massenerscheinungen“ als das Buch nennen, welches der Ueberzeugung, das Gesetz der grossen Zahlen sei empirisch nicht zu bestätigen, allgemeinen Eingang verschafft hat“; ибо „das Beobachtungsmaterial selbst es... klar vor Augen legte, dass das Gesetz der grossen Zahlen sich nicht immer, vielmehr nur zuweilen, oder gar eigentlich nur in einem einzigen Falle bewahrheitet hat“ (*Elsas*, Kritische Betrachtungen über die W—rechnung, S. 583).

ятельства обратили на себя въ этой области постепенно вниманіе.

Устойчивость ряда частостей тѣмъ выше, какъ мы знаемъ, чѣмъ больше единичныхъ случаевъ лежитъ въ основѣ вычисленія каждой изъ нихъ. Процентъ бѣлыхъ шаровъ сильнѣе колеблется отъ сотни къ сотнѣ извлеченій, чѣмъ отъ тысячи къ тысячѣ. Такъ учить законъ большихъ чиселъ; объ этомъ свидѣлствуютъ и факты. Тотъ уровень устойчивости, который мы называемъ нормальнымъ, стоитъ въ тѣсной прямой связи съ числомъ испытаній. Напротивъ, степень соответствія между дѣйствительной устойчивостью статистическихъ чиселъ и этой нормой, измѣряемая величиною коэффиціента Q , оказывается, какъ свидѣлствуютъ измѣренія, въ большинствѣ случаевъ тѣмъ меньшею, чѣмъ больше число наблюденій, лежащихъ въ основѣ вычисленія частости. Для крупныхъ государствъ значенія Q , какъ правило, сильнѣе превышаютъ 1, нежели для мелкихъ; съужая територіальныя границы и уменьшая чрезъ то число наблюденій, мы замѣтно приближаемъ устойчивость изучаемаго явленія къ нормальному уровню. Частость самоубійствъ оказывается, напримѣръ, по устойчивости для всей Германіи весьма далекою отъ нормы ($Q = 5$); между тѣмъ для восьми малыхъ нѣмецкихъ государствъ ея уровень близокъ къ нормѣ (для частости женскихъ самоубійствъ $Q = 1,15$). Брачность даетъ для Франціи $Q = 25$, а для небольшихъ англійскихъ графствъ Q оказывается меньше 2. Рождаемость даетъ для Даніи $Q = 6,8$, тогда какъ для англійскихъ графствъ Q получается меньше 1,5:

Изслѣдуя устойчивость полового состава умершихъ въ возрастѣ отъ 0—2 лѣтъ, Камманъ ¹⁾ вычисляетъ значенія Q для всего Прусскаго королевства и для девяти прусскихъ провинцій. Располагая эти десять величинъ въ рядъ въ порядкѣ убыванія числа смертей, мы получаемъ:

¹⁾ См. *Kamman*, Das Geschlechtsverhältnis der Ueberlebenden, S. 24. Камманъ включаетъ въ изучаемый рядъ также Голландію. Занимая 6 мѣсто въ ряду областей по числу смертныхъ случаевъ и 3 мѣсто въ ряду ихъ по величинѣ Q , Голландія не мѣняетъ картины.

	Номера по порядку отъ максиму къ минимуму	
	по числу смертныхъ случаевъ за годъ	по величинѣ Q
Королевство Пруссія	1	1
Силезія	2	4
Бранденбургъ	3	8
Рейнская провинція	4	2
Провинція Пруссія	5	3
Провинція Саксонія	6	7
Познань	7	9
Вестфалія	8	5
Ганноверъ	9	10
Померанія	10	6

Сравнивая пять областей съ наибольшимъ числомъ смертныхъ случаевъ въ годъ съ тѣми пятью, въ которыхъ числа смертныхъ случаевъ сравнительно не велики, мы видимъ, что первыя занимаютъ въ общемъ высшія мѣста и въ ряду значеній Q: исключеніе представляетъ лишь Бранденбургъ, который стоитъ на третьемъ мѣстѣ по числу смертей и на восьмомъ по значенію Q.

Ту же картину даютъ значенія Q, характеризующія собою устойчивость полового состава умирающихъ въ возрастѣ 1—3 лѣтъ и 1—4 лѣтъ ¹⁾:

	Номера по порядку отъ максимума къ минимуму		
	по числу смертныхъ случаевъ	по величинѣ Q	
		для возраста 1—3 лѣтъ	для возраста 1—4 лѣтъ
Королевство Пруссія	1	1	1
Силезія	2	4	4
Провинція Пруссія	3	2	2
Рейнская провинція	4	5	5
Бранденбургъ	5	3	3

¹⁾ См. Kamman, Das Geschlechtsverhältnis, S. 25.

Къ сходному выводу мы приходимъ, сопоставляя между собою значенія Q , характеризующія для Пруссіи степень устойчивости полового состава умирающихъ въ разныхъ возрастныхъ группахъ: для группъ большаго объема значенія Q выше, нежели для группъ малочисленныхъ. Связь величины Q съ числомъ смертныхъ случаевъ въ группѣ нѣсколько маскируется лишь тѣмъ обстоятельствомъ, что уровень устойчивости вообще понижается съ возрастомъ, и значенія Q съ переходомъ къ менѣе численнымъ старшимъ возрастнымъ группамъ имѣютъ, въ силу этого, склонность повышаться. Но если мы изолируемъ вліяніе перекрещивающихся тенденцій и возьмемъ для сопоставленій отдѣльно младшія и старшія возрастныхъ группы, то свойство устойчивости приближаться къ нормальному уровню съ уменьшеніемъ числа испытаній проступаетъ очень рельефно ¹⁾:

Предѣлы возраста. Младшій возрастъ.	Порядокъ отъ максимума къ минимуму	
	По числу смертныхъ случаевъ.	По величинѣ Q .
4—7 лѣтъ	1	2
5—8 „	2	1
4—6 „	3	3
5—7 „	4	4
4—5 „	5	6
5—6 „	6	5

Старшій возрастъ.	Порядокъ отъ максимума къ минимуму	
	По числу смертныхъ случаевъ.	По величинѣ Q .
6—9 лѣтъ	1	1
7—10 „	2	3
6—8 „	3	2
7—9 „	4	4
8—10 „	5	5

Съ большою отчетливостью обнаруживается интересующій насъ фактъ въ томъ, что во всѣхъ случаяхъ, когда мы сопоставляемъ среднее значеніе Q для ряда мелкихъ подгруппъ, на которыя разбивается изучаемая масса, съ тѣмъ

¹⁾ См. *Kamman*, Das Geschlechtsverhältnis, S. 27.

значеніемъ Q , которое получается для всей массы, мы неизмѣнно находимъ первое болѣе близкимъ къ единицѣ, нежели второе. Для устойчивости полового состава рождающихся Лексисъ получаетъ, напримѣръ, для Англіи за 1859—1871 гг. $Q = 1,62$; разсматривая же устойчивость полового состава новорожденныхъ отдѣльно по 45 графствамъ, мы имѣемъ для Q среднее значеніе 0,99. Камманъ для устойчивости полового состава умирающихъ въ теченіе первыхъ двухъ лѣтъ жизни получаетъ для Прусскаго королевства $Q = 2,08$, а въ среднемъ для 9 прусскихъ провинцій $Q = 1,24$. То же наблюдается и для иныхъ возрастныхъ группъ. Для Франціи устойчивость относительнаго числа незаконнорожденныхъ среди рождающихся характеризуется величиною $Q = 3,47$, а въ среднемъ для 87 департаментовъ $Q = 1,31$.

Еще рѣзче разница въ томъ случаѣ, когда основаніемъ для дробленія массы на подгруппы служатъ не территориальныя границы, а признаки, глубже дифференцирующіе массу. Устойчивость полового состава умирающихъ оказывается, напримѣръ, далекою отъ нормальнаго уровня, если брать всѣ возрасты вмѣстѣ: $Q = 8$, по даннымъ Гейгеля для Пруссіи. Для отдѣльныхъ же возрастныхъ группъ Q не поднимается выше 3. Смертность, если смѣшиваются разные возрасты, обнаруживаетъ устойчивость ниже нормы; если же масса умирающихъ разбивается на болѣе тѣсныя возрастыя группы, то для многихъ возрастовъ Q получается очень близкимъ къ 1.

Съ другой стороны, измѣренія обнаружили, что явленія очень рѣдкія обладаютъ устойчивостью болѣе близкою къ нормальному уровню нежели явленія, часто встрѣчающіяся. Колебанія общей рождаемости отъ года къ году далеко превышаютъ, напримѣръ, нормальный уровень, числа же рожденій четверень или троень оказываются по устойчивости близкими къ нормѣ. Смертность, самоубійства, несчастные случаи колеблются гораздо сильнѣе, чѣмъ отвѣчало бы нормѣ; случаи же смерти отъ рѣдкихъ болѣзней, рѣдкіе виды самоубійствъ, не часто встрѣчающіеся роды несчастныхъ

случаевъ обнаруживаютъ колебанія, почти не превышающія по своимъ размѣрамъ нормальнаго уровня ¹⁾).

Что касается третьей изъ обратившихъ на себя вниманіе характерныхъ особенностей той картины, которая была раскрыта точными измѣреніями устойчивости статистическихъ чиселъ, то она еще рѣзче бросается въ глаза. Для чиселъ, выражающихъ собою отношенія между частостями такъ или иначе сопряженныхъ другъ съ другомъ явленій, колебанія оказываются ближе къ нормальному уровню нежели для самихъ частостей. Рождаемость обладаетъ, напримѣръ, устойчивостью, далеко не достигающею нормальнаго уровня, между тѣмъ какъ соотношеніе между числами рожденій мальчиковъ и дѣвочекъ нормально устойчиво. Смертность обнаруживаетъ въ дѣтскихъ возрастахъ устойчивость значительно ниже нормы, тогда какъ относительное число мальчиковъ и дѣвочекъ среди умирающихъ въ тѣхъ же возрастахъ характеризуется значеніями Q , близкими къ единицѣ. Колебанія частости самоубійствъ превышаютъ норму, колебанія же относительнаго числа мужчинъ и женщинъ среди самоубійцъ не такъ далеки отъ нормы. Колебанія преступности въ большей мѣрѣ превышаютъ норму, нежели колебанія относительнаго числа лицъ разныхъ возрастовъ среди судимыхъ.

Опираясь на указанные свойства уровня устойчивости статистическихъ чиселъ, изслѣдователи постепенно разыскали нормально устойчивыя массовыя явленія въ такихъ областяхъ статистической работы, гдѣ первоначально казалось, что дѣйствительныя колебанія чиселъ совершенно не стоятъ въ соотвѣтствіи съ принятою нормою. И съ увѣренностью можно ожидать, что дальнѣйшія измѣренія присоединятъ къ нынѣ извѣстнымъ новыя примѣры нормальной устойчивости. Устойчивость, отвѣчающая формуламъ теоремы Бернулли и въ точности воспроизводящая ту теоретически

¹⁾ „Specialists in all professions, from the doctor who treats only one obscure disease of the ear, to the dealer in curiosities, make their livelihood dependent on this permanence of small numbers. The regular occurrence of accidents and of improbable events in general furnishes other examples of the same sort“—замѣчаетъ *Bowley* (*Elements of statistics*, p. 302).

вполнѣ ясную картину, какую обнаруживаютъ тщательно поставленные эксперименты подбрасыванія монеты, извлеченія шаровъ изъ урны и т. п., не можетъ, такимъ образомъ, нынѣ почитаться почти не встрѣчающимся исключеніемъ въ области массовыхъ явленій общественной жизни.

Съ другой стороны, и теоретическое освѣщеніе сверхнормальной дисперсіи находитъ въ приведенныхъ эмпирическихъ обобщеніяхъ точку опоры. Въ просторной канвѣ тѣхъ схемъ, которыя позволяютъ осмыслить происхожденіе устойчивыхъ чиселъ, натягиваются новыя нити, облегчающія задачу заполненія ея конкретнымъ содержаніемъ. Мы получаемъ возможность увѣреннѣе разбираться въ тѣхъ многообразныхъ скрещивающихся обстоятельствахъ, сплетеніе которыхъ порождаетъ въ изучаемыхъ нами числахъ колебанія, хотъ и превышающія нормальный уровень, но все же не выходящія изъ не слишкомъ широкихъ границъ.

2. Остановливая вниманіе на нормально-устойчивыхъ статистическихъ числахъ, классическимъ представителемъ которыхъ является доля мальчиковъ и дѣвочекъ среди новорожденныхъ, поставимъ вопросъ, какъ должны мы представлять себѣ тѣ обстоятельства, которыя обусловливаютъ для рассматриваемыхъ массовыхъ явленій столь ясно выраженное соотвѣтствіе характера колебаній частотей около средней съ предуканіями теоремы Бернулли? Нормальная устойчивость можетъ быть, какъ мы знаемъ, результатомъ различныхъ условій. Колебанія частотей бѣлаго шара носятъ нормальный характеръ, если шары вынимаются изъ одной и той же урны съ немѣняющимся содержаніемъ. Но устойчивость оказывается нормальною и въ томъ случаѣ, если шары вынимаются не изъ одной, а изъ нѣсколькихъ урнъ, содержащихъ шары бѣлые и не бѣлые въ разныхъ пропорціяхъ, если только передъ каждымъ извлеченіемъ выборъ урны, изъ которой вынимать шаръ, опредѣляется жребіемъ, и вѣроятность попасть при этомъ на урну съ опредѣленнымъ относительнымъ количествомъ бѣлыхъ шаровъ не мѣняется въ теченіе всего эксперимента. Какой же схемѣ стеченія обстоятельствъ, могущихъ пораждать нормальную устойчивость, отвѣчаютъ нормально устойчивыя массовыя явле-

ня общественной жизни? Естественная склонность ума человеческого къ простымъ рѣшеніямъ побуждаетъ отдать преимущество схемѣ одной урны. Кетлетисты, которые и не представляли себѣ иныхъ альтернативъ, съ полною наивно-стью безъ провѣрки и безъ точныхъ измѣреній примѣняли этотъ шаблонъ повсюду, гдѣ наталкивались на сколько-нибудь устойчивыя статистическія числа. Но и ученые, владѣющіе современными приѣмами изслѣдованія дисперсіи, не въ силахъ порою противостоятъ соблазну; самъ Лексисъ при видѣ частости, для которой точныя измѣренія обнаруживаютъ нормальную дисперсію, поддается искушенію уподобить условія, въ которыхъ протекаетъ явленіе, извлеченію шаровъ изъ одной урны съ немѣняющимся содержаніемъ. Между тѣмъ, съ выборомъ схемы связаны глубокія различія въ оцѣнкѣ значенія устойчивости массовыхъ явленій: схема одной урны легко приводитъ къ той нивеллировкѣ единичныхъ случаевъ, которою возмущались въ теоріяхъ кетлетистовъ Рюмелинъ и Шмоллеръ. Умѣстно ли въ столь важномъ вопросѣ представлять рѣшающій голосъ безотчетному инстинкту симплизма? Разъ нормальный характеръ устойчивости самъ по себѣ не даетъ права остановиться увѣренно на опредѣленной концепціи массоваго явленія, то необходимо, очевидно, поискать иныхъ основаній для выбора между сталкивающимися точками зрѣнія.

Предварительно должна быть, однако, точнѣе формулирована самая антитеза противопоставляемыхъ нами схемъ происхожденія нормальной устойчивости. Въ своей обычной формулировкѣ, отличающей „элементарную вѣроятность“ извлеченія шара изъ одной урны отъ „средней вѣроятности“ въ случаѣ ряда урнъ, она носитъ нѣсколько туманный характеръ. Съ элементарной вѣроятностью, гласящей опредѣленія, мы имѣемъ дѣло, если изучаемая масса представляется вполне однородною и не поддается дробленію на части, различающіяся одна отъ другой по величинѣ вѣроятности рассматриваемаго событія ¹⁾. Если шары извлекаются изъ

¹⁾ Ср. формулировку *Борткевича*: „Homogene, d. h. solche Gruppen, die keine weitere Zerlegung in Teilgruppen mit verschiedenen Wahrscheinlichkeiten

разныхъ урнѣ, то вѣроятность вынуть шаръ бѣлаго цвѣта мѣняется отъ раза къ разу въ зависимости отъ того, изъ какой урны производится извлеченіе. Если же шары вынимаются всѣ изъ одной и той же урны, то при всѣхъ отдѣльныхъ извлеченіяхъ вѣроятность вынуть бѣлый шаръ, опредѣляемая относительнымъ числомъ бѣлыхъ шаровъ въ этой урнѣ, остается одна и та же. Вѣроятность умереть, вычисляемая безъ вниманія къ возрастнымъ различіямъ, не можетъ почитаться за элементарную, такъ какъ въ ней смѣшиваются группы съ очень различными вѣроятностями смерти; напротивъ, вѣроятность смерти для опредѣленнаго возраста и пола близко подходитъ къ элементарной, такъ какъ въ подобныхъ условіяхъ вся масса единичныхъ случаевъ представляется въ высокой мѣрѣ однородною.

Такая конструкція понятія элементарной вѣроятности,—отзвукъ психологической концепціи вѣроятности, какъ характеристики напряженности ожиданія или степени увѣренности въ конкретномъ единичномъ случаѣ,—должна быть оставлена, если антитезѣ элементарной и средней вѣроятности придавать объективное значеніе въ связи съ покоящеюся на законѣ большихъ чиселъ интерпретаціей факта устойчивости статистическихъ чиселъ. Объективная вѣроятность, съ которой имѣютъ дѣло законъ большихъ чиселъ и статистика, по самому существу своему не имѣетъ отношенія къ единичному случаю. Она характеризуетъ связь между „общими“ причинами и ихъ различными слѣдствіями; понятіе же общихъ причинъ неразрывно соединено съ представленіемъ о рядѣ. Принадлежать къ числу общихъ причинъ не есть свойство явленія, присущее ему независимо отъ того, въ какой связи оно разсматривается; отходитъ ли данное обстоятельство въ категорію причинъ общихъ или въ категорію причинъ индивидуальных, опредѣляется постановкою изслѣдованія,—тѣмъ, съ какими иными явленіями данный случай объединяется въ одну совокупность. Съ точки зрѣнія изолированнаго конкретнаго случая, ни о какомъ дѣленіи

причинъ на общія и индивидуальныя, ни о какихъ объективныхъ вѣроятностяхъ не можетъ быть рѣчи: извлеченіе при данномъ опытѣ опредѣленнаго шара зависитъ въ равной мѣрѣ и отъ того, сколько разныхъ шаровъ имѣется въ урнѣ, и отъ того, какъ они лежатъ, и отъ того, какъ двигается вынимающая шаръ рука. Свое особое значеніе количество шаровъ разнаго цвѣта получаетъ лишь въ силу того обстоятельства, что въ условіяхъ производимаго эксперимента отдѣльныя извлеченія опредѣленнымъ образомъ объединяются въ рядъ.

Эти соображенія должны быть приняты во вниманіе при выясненіи разницы между вѣроятностью элементарною и вѣроятностью среднею. Абсолютно однородною не можетъ быть масса, въ примѣненіи къ которой идетъ рѣчь о частостяхъ и вѣроятностяхъ: объективная вѣроятность предполагаетъ извѣстную объективную пестроту единичныхъ случаевъ, объединенныхъ въ массу ¹⁾. При полной однородности массы, при полномъ тождествѣ всѣхъ единичныхъ случаевъ мы изъ области приложенія метода статистическаго уходимъ въ сферу иныхъ приемовъ изслѣдованія, вовсе не нуждающихся въ образованіи совокупностей. Всякая масса, которую имѣетъ смыслъ подвергать статистическому изученію, можетъ быть разбита на болѣе мелкія совокупности, выдѣляющія, при своемъ образованіи, въ категорію общихъ причинъ иные элементы, нежели тѣ, что отходятъ въ нее при объединеніи всѣхъ этихъ мелкихъ совокупностей въ одно цѣлое, и дающія для вѣроятности изучаемаго явленія различныя другъ отъ друга значенія. Принципіальной разницы, съ точки зрѣнія однородности массъ, между случаемъ одной урны и случаемъ нѣсколькихъ урнъ, между вѣроятностью смерти для

¹⁾ Ср. любопытныя разсужденія *Клодъ Бернара*, который на этомъ основываетъ свое отрицаніе научнаго значенія статистики: „Mais, même par hypothèse, je ne saurais admettre que les faits puissent jamais être absolument identiques et comparables dans la statistique; il faut nécessairement qu'ils diffèrent par quelque point, car sans cela la statistique conduirait à un résultat scientifique absolu, tandis qu'elle ne peut donner qu'une probabilité, mais jamais une certitude“ (Introduction à l'étude de la médecine expérimentale, p 239).

всѣхъ возрастовъ и вѣроятностью смерти для какого-нибудь опредѣленнаго возраста нѣтъ и быть не можетъ, и не въ этомъ направленіи слѣдуетъ искать опоры для построения понятія элементарной вѣроятности. Если бы въ примѣненіи къ нормально устойчивымъ явленіямъ приходилось выбирать между схемою средней вѣроятности и схемою элементарной вѣроятности, какъ характеристики абсолютно однородной массы, то рѣшеніе не представляло бы трудности: слѣдовало бы, не колеблясь, признать всѣ вѣроятности, подлежащія изученію, за среднія ¹⁾).

Въ понятіе элементарной вѣроятности можетъ быть, однако, вложено содержаніе, которое придаетъ ему статистическій интересъ. Пусть двѣ статистическія массы и не могутъ различаться тѣмъ, что одна изъ нихъ вполнѣ однородна, а другая нѣтъ, такъ какъ всякая статистическая масса, по существу своему, не вполнѣ однородна. Это не исключаетъ возможности, что изъ двухъ сравниваемыхъ массъ одна оказывается однородной въ опредѣленномъ, для насъ особенно интересномъ отношеніи, тогда какъ другая въ этомъ, именно, отношеніи однородности не обнаруживаетъ. Предположимъ, что при обѣихъ сравниваемыхъ постановкахъ эксперимента шаръ вынимается изъ ряда разныхъ урнъ, но что въ одномъ случаѣ всѣ урны, будучи во многихъ

¹⁾ Ср. *Bortkiewicz*, Zur Theorie der Bev.—und Moralstatistik nach Lexis, S. 242: „Derartige Elementargruppen sind der statistischen Erfahrung, man kann wohl sagen, unzugänglich, und selbst bei jenen bevölkerungs- und moralstatistischen Untersuchungen, die am weitesten in der Spezialisierung des Materials gehen, hat man es noch immer mit Gruppen zu tun, die dem Begriff einer Elementargruppe lange nicht entsprechen. Den Elementargruppen kommt also eine rein theoretische Bedeutung zu“; *Его же*, Kritische Betrachtungen, I, S. 645: „Speziell in der Statistik. . . . wird man den Fall von. . . Elementarwahrscheinlichkeiten stets als Ausnahmefall anzusehen haben. Man wird hingegen sagen dürfen, dass den normalen Fall für die Statistik“ представляетъ средняя вѣроятность. „Es ist wohl denkbar, dass der Mannigfaltigkeit des Geschehens auf dem Gebiete der sozialen Massenerscheinungen Elementarwahrscheinlichkeiten zu Grunde liegen. Ich meine nur, dass die Statistik ihre Methoden auf Durchschnittswahrscheinlichkeiten einzurichten hat, denn vorausgesetzt sogar, dass es ihr einmal gelungen wäre, durch geeignete Abgrenzung eine. . . absolut gleichartige Masse herzustellen,“ so würde sie. . . schwerlich, vielleicht überhaupt nicht imstande sein, ein feste Ueberzeugung davon zu gewinnen“.

отношеніяхъ между собою различными, сходны въ томъ что во всѣхъ шары бѣлые и не бѣлые содержатся въ одной пропорціи, тогда какъ въ другомъ случаѣ урны, обнаруживая сходство во многихъ иныхъ отношеніяхъ, разнятся, именно, по относительному числу бѣлыхъ шаровъ въ нихъ. Объ абсолютной однородности массъ здѣсь рѣчи нѣтъ, такъ какъ и при первой постановкѣ опыта шаръ вынимается одинъ разъ изъ урны малой, гдѣ помѣщается два бѣлыхъ и два черныхъ шара, а другой разъ изъ урны большой, гдѣ находится сто бѣлыхъ и сто красныхъ шаровъ, и т. п. Но разница между двумя схемами остается, тѣмъ не менѣе, весьма осязательная. Возьмемъ наилучше изученный примѣръ нормально-устойчивыхъ массовыхъ явленій— относительное число мальчиковъ и дѣвочекъ среди рождающихся. Выборъ схемы замѣтно отразится на представленіи о тѣхъ вліяющихъ на полъ зародыша условіяхъ, которыми порождается нормальная устойчивость. Мы можемъ, вмѣстѣ съ Лексисомъ ¹⁾, предположить, на примѣръ, что каждый

¹⁾ Ср. *Lexis*, Abhandlungen, S. 165: „Die einfachste und bequemste Vorstellung (могущее служить zur Erklärung der Beobachtungen über das Sexualverhältnis der Geborenen), ist die, dass schon die sehr zahlreichen unbefruchteten Keime in den weiblichen Ovarien für das eine oder das andere Geschlecht prädestiniert seien, und zwar dass bei allen weiblichen Individuen die männlichen Keime die weiblichen in demselben Verhältnisse überwiegen. Die Analogie mit der Urne ist dann einleuchtend: jede Befruchtung ist zu vergleichen mit dem Zuge einer schwarzen oder weissen Kugel aus derselben Urne“; Zur Theorie der Massenerscheinungen, S. 73—74; Geschlechtsverhältnis der Geborenen und der Gestorbenen, S. 177: „Diese Hypothese giebt allerdings keinen Aufschluss über die letzte Ursache der Erscheinung, aber sie ist keineswegs nichtssagend, denn sie führt die beobachtete Regelmässigkeit auf eine bei jeder Konzeption gleichartig wirksame einheitliche Grundtatsache zurück und schliesst somit die Erklärungen aus, welche das Geschlechtsverhältnis der Geborenen aus Ursachen ableiten, die erst nach der Konzeption eintreten oder überhaupt auf die einzelnen gebärenden Individuen' in verschiedener Art einwirken“; Ueber die W—rechnung und deren Anwendung auf die Statistik, S. 446: „Ich selbst habe in Bezug auf die Geschlechtsbestimmung des Menschen einen ähnlichen Schluss (i. e. den Schluss, dass das Geschlecht. . . schon bei der ersten Anlage des Keimes, spätestens vom Augenblick der Befruchtung an, entschieden ist) aus der Thatsache gezogen, dass die Dispersion des Geschlechtsverhältnisses bei den menschlichen Geburten eine normale ist. . . Wir können uns keine Vorstellung machen, wie die normale Dispersion zu stande kommen soll, wenn die

женскій организмъ вырабатываетъ въ неизмѣнной пропорціи зародыши мужского и женскаго пола и лишь случаями оплодотворенія опредѣляется, какіе изъ этихъ предопредѣленныхъ уже въ половомъ отношеніи зародышей получаютъ развитіе. Въ этой гипотезѣ всѣ брачныя пары представляются совершенно сходными съ точки зрѣнія условий, отражающихся на полъ потомства; индивидуальныя свойства отца или матери не вліяютъ на полъ дѣтей. Исключается ею и возможность вліянія на полъ зародыша такихъ факторовъ, которые вступаютъ въ дѣйствіе послѣ момента оплодотворенія,—какъ, на примѣръ, условія питанія материнскаго организма во время беременности и т. п. Съ другой стороны, можно предположить, что условія, благоприятствующія и неблагоприятствующія мужскому рожденію, складываются по-разному у разныхъ брачныхъ паръ, нормальная же устойчивость относительнаго числа мальчи-

Geschlechtsbestimmung—nach der Hofacker-Sadlerschen Hypothese — von der Altersdifferenz der beiden Eltern, oder von dem Reifezustande des Eies bei der Befruchtung, oder von der Ernährung der Mutter während der Schwangerschaft, oder von den sonst noch herbeigezogenen Momenten abhinge“.

На то обстоятельство, что нормальный характеръ устойчивости отнюдь не является достаточнымъ свидѣтельствомъ въ пользу этой гипотезы, указываетъ *Bortkewitsch*, Критическія Betrachtungen, I, S. 668; ср. также *Lexis*, Abhandlungen, S. 165, 168, 169.

Напротивъ, Эджвортъ отъ факта нормальной дисперсіи, не задумываясь, переходитъ къ выводу, что вѣроятность носить характеръ элементарной, и, послѣдовательно проводя эту точку зрѣнія, считаетъ возможнымъ утверждать, что дробленіе такой массы по какому бы то ни было признаку не дасть уже для частостей колебаній, большихъ противъ нормы;—Ср. *Edgeworth*, Methods of statistics, p. 199—200: „So far we have only shown that the fluctuation of the sex-ratio as between groups defined by space and time is calculable on the combinatorial principle (т.-е. нормальна). But it may fairly be assumed that the principle holds for groups otherwise defined; for instance by occupations of the parents. For, as it can hardly be accidental that whether we divide according to place or time (or both), we obtain the same fluctuation; so it is reasonable assumption that if we divide according to any other attribute we shall obtain the same fluctuation. It seem a legitimate procedure to ascend with Professor Lexis from the observed fluctuation to the hypothesis of some real distribution of partiles, like the tickets of our lottery in the observed ratio; and then to descend from this hypothesis to facts not observed: namely, the fluctuation in the case of groups otherwise defined than by place and time“.

ковъ среди новорожденныхъ получается въ результатъ смѣшенія брачныхъ паръ разныхъ типовъ,—подобно тому, какъ при извлеченіи шаровъ изъ разныхъ урнъ съ разнымъ относительнымъ числомъ шаровъ бѣлыхъ и не бѣлыхъ въ нихъ. Возможность найти въ статистическихъ матеріалахъ своего рода *experimentum crucis* при выборѣ гипотезы имѣла бы, несомнѣнно, крупное научное значеніе,—въ особенности, эвристическое, наталкивая изслѣдователей-біологовъ на опредѣленную постановку работъ. Но способна ли статистика дать то, что отъ нея здѣсь требуется? Примѣръ относительнаго числа мальчиковъ среди рождающихся, гдѣ статистическій матеріалъ позволяетъ съ полной увѣренностью отбросить первую гипотезу, показываетъ, что при наличности достаточнаго количества цѣлесообразно сгруппированныхъ наблюдений статистическое изслѣдованіе можетъ дать вполнѣ твердую точку опоры для такого рода изысканій. Въ виду выдающагося интереса проблемы, я позволю себѣ остановиться съ нѣкоторою подробностью на рѣшеніи ея въ частномъ случаѣ нормальной устойчивости полового состава рождающихся.

Съ интересующей насъ точки зрѣнія, вопросъ о характерѣ тѣхъ факторовъ, которые опредѣляютъ полъ младенца, допускаетъ три рѣшенія: 1) факторы, опредѣляющіе полъ, не зависятъ ни отъ индивидуальныхъ особенностей родителей, ни отъ жизненной обстановки, въ которой родители ведутъ существованіе, а стоятъ въ связи исключительно со свойствами, общими всѣмъ женскимъ (или мужскимъ) организмамъ, достигшимъ половой зрѣлости; этому рѣшенію отвѣчаетъ гипотеза Лексиса; 2) факторы, опредѣляющіе полъ, не зависятъ отъ индивидуальныхъ особенностей родителей, но стоятъ въ связи съ жизненной обстановкой; 3) факторы, опредѣляющіе полъ, складываются по разному для разныхъ индивидуумовъ и мѣняются отъ пары къ парѣ.

Для провѣрки первой гипотезы мы располагаемъ обильнымъ матеріаломъ въ статистикѣ многоплодныхъ родовъ. Если обстоятельства, опредѣляющія полъ ребенка, вполнѣ независимы какъ отъ индивидуальныхъ особенностей роди-

телей, такъ и отъ условій жизненной обстановки, то между факторами, вліяющими на полъ младенцевъ, одновременно появляющихся на свѣтъ въ видѣ двоенъ или троенъ, и обстоятельствами, которыя вліяютъ на полъ младенцевъ, производимыхъ на свѣтъ разными матерями или одною и тою же матерью, но въ разное время, нѣтъ различій, и вѣроятности разныхъ комбинацій чиселъ мальчиковъ и дѣвочекъ среди двоенъ и троенъ должны опредѣляться теоремою умноженія вѣроятностей для независимыхъ явленій по общей и неизмѣнной вѣроятности мужского рожденія. Если вѣроятность рожденія мальчика, опредѣляемая на основаніи частости мужскихъ рожденій во всей массѣ рождающихся, равна $0,51(=p)$, то вѣроятность, что оба ребенка въ двойнѣ будутъ мальчики, была бы, въ этомъ предложеніи, равна $pp=0,26$; вѣроятность, что оба будутъ дѣвочки, равнялась бы $(1-p)(1-p)=0,24$; вѣроятность, что одинъ будетъ мальчикъ, а другой дѣвочка, равнялась бы $2p(1-p)=0,50$. А вмѣстѣ съ тѣмъ, въ силу закона большихъ чиселъ, мы должны были бы среди большого числа двоенъ встрѣтить приблизительно $0,26+0,24=0,50$ такихъ, гдѣ оба младенца одного пола, и $0,50$ такихъ, гдѣ младенцы разнаго пола. Между тѣмъ, статистическія данныя, имѣющіяся нынѣ въ весьма большомъ количествѣ, съ несомнѣнностью показываютъ, что дѣйствительное распредѣленіе двоенъ по половому составу не таково: случаи, когда двойни одного пола, встрѣчаются чаще, нежели заставляетъ ожидать наша формула. Равнымъ образомъ, и среди троенъ всѣ три младенца оказываются одного пола чаще, чѣмъ можно было бы ожидать въ предположеніи, что полъ каждаго изъ нихъ опредѣляется вполнѣ независимо отъ пола остальныхъ. Но если младенцы, одновременно зачинаемые, чаще, чѣмъ вытекало бы изъ разбираемой гипотезы, оказываются одного пола и рѣже пола разнаго, то ясно, что въ условіяхъ, вліяющихъ на полъ эмбриона при зачатіи (или позднѣе въ теченіе утробной жизни), есть налицо такія, которыя опредѣленно благоприятствуютъ то мужскому, то женскому полу, и общій комплексъ условій, отражающихся на полѣ мла-

денца, не остается безъ перемѣнъ отъ одного случая къ другому ¹⁾).

Первая гипотеза должна быть, такимъ образомъ, отброшена. Чтобъ оцѣнить вторую и рѣшить, стоятъ ли тѣ изъ отражающихся на полъ младенца обстоятельствъ, которыя мѣняются отъ случая къ случаю, въ какой-либо связи съ индивидуальными особенностями родителей, мы располагаемъ матеріаломъ, хоть и менѣе богатымъ, но все же достаточнымъ, въ видѣ наблюдений надъ половымъ составомъ потомства брачныхъ паръ, произведшихъ на свѣтъ болѣе одного младенца. Если условія, вліяющія на полъ младенца, не стоятъ въ связи со свойствами родителей, то въ семьяхъ, произведшихъ на свѣтъ двухъ или болѣе младенцевъ, различныя комбинаціи числа мальчиковъ и дѣвочекъ должны встрѣчаться въ количествѣ, опредѣляемомъ все тою же теоремою умноженія вѣроятностей для случая независимыхъ явленій. Среди семей съ двумя дѣтьми должно было бы, напримѣръ, быть на половину такихъ, гдѣ дѣти одного пола, и на половину такихъ, гдѣ дѣти пола разнаго. Факты показываютъ, однако, иное. По даннымъ, тщательно разработаннымъ А. Гейслеромъ ²⁾, среди семей съ двумя младенцами насчитывается 0,506 такихъ, гдѣ дѣти одного пола (вмѣсто 0,500); среди семей съ тремя дѣтьми оказывается 0,255 та-

¹⁾ Ср. *Bertillon*, Des combinaisons de sexe dans les grossesses gémellaires; *Newcomb*, A statistical inquiry into the probability of causes of the production of sex in human offspring, p. 19; *Gini*, Il sesso, p. 243—245. Физиологическая интерпретація этого факта, на первый взглядъ, очень проста: часть двоенъ, какъ извѣстно, развивается изъ одного яйца въ условіяхъ, исключающихъ различія въ полъ между обоими эмбрионами. Однако, повидимому, не все сводится къ этому. Можно безъ труда вычислить, какъ велика должна была бы быть доля однояичныхъ двоенъ, дабы получался наблюдаемый въ дѣйствительности перевѣсъ паръ одинаковаго пола (см., напримѣръ, *Borel*, Eléments, p. 160—163); такого рода вычисленія даютъ для % однояичныхъ двоенъ величину, превышающую то, во что ихъ долю обычно оцѣниваютъ медицинскіе авторитеты.

²⁾ См. *A. Geissler*, Beiträge zur Frage des Geschlechtsverhältnisses der Geborenen, S. 24. Позднѣйшія наблюденія (за 1891—1905 гг.) въ полной мѣрѣ подтверждаютъ выводы *Geissler*'а (см. *Zeitschr. d. Kgl. Sächs. Stat. Bur.*, 1903, S. 108 и 1909, S. 157; ср. *Gini*, Il sesso, p. 381).

кихъ, гдѣ дѣти одного пола (вмѣсто 0,250); среди семей съ четырьмя дѣтьми такихъ, гдѣ дѣти только мальчики или только дѣвочки, должно бы насчитываться 0,125, а въ дѣйствительности ихъ оказывается 0,129 и т. д.; во всѣхъ группахъ вплоть до семей съ 12 дѣтьми доля семей, гдѣ имѣются только мальчики или только дѣвочки, перевѣшиваетъ надъ тѣмъ, чего слѣдовало бы ожидать. При этомъ перевѣсъ наблюдается во всѣхъ безъ исключенія случаяхъ даже, если разсматривать отдѣльно семьи, гдѣ только мальчики, и семьи, гдѣ только дѣвочки. Ту же картину даютъ матеріалы, приводимые Венномъ: среди 512 семей съ 4 дѣтьми оказывается 105 такихъ, гдѣ дѣти одного пола, тогда какъ ихъ должно было бы быть 72; среди семей съ пятью дѣтьми такихъ, гдѣ только сыновья или только дочери, насчитывается 65 вмѣсто 35; среди семей съ шестью дѣтьми также замѣченъ избытокъ такихъ, гдѣ всѣ дѣти одного пола, противъ теоретически наивѣроятнѣйшаго ихъ числа,—37 (дѣйствительное число) противъ 15 (теоретически наивѣроятнѣйшее число) ¹⁾.

Приходится, такимъ образомъ, признать, что есть пары, которыя обладаютъ свойствомъ производить на свѣтъ преимущественно мальчиковъ, и есть такія, которыя имѣютъ тенденцію плодить дѣвочекъ. Дальнѣйшее подтвержденіе этотъ выводъ находитъ въ томъ наблюденіи Гейсслера ²⁾, что въ семьяхъ, гдѣ первая дѣти всѣ мужского пола, относительное число мальчиковъ среди послѣдующихъ дѣтей оказывается выше средняго и, напротивъ, въ семьяхъ, гдѣ первая дѣти всѣ дочери, относительное число сыновей среди дальнѣйшихъ дѣтей ниже средняго. При этомъ разница въ

¹⁾ *Venn*, The logic of chance, p. 264: „The results seem to suggest (so far) that a family cannot be likened to a chance drawing of the requisite number from one bag. A better analogy would be to suppose two bags, one with Males in excess and the other with Females in less excess, and that some persons draw from one and some from the other“. Сопоставленія Ньюкомба приводятъ къ менѣе яснымъ результатамъ,—ср. *Newcomb*, A statistical inquiry, p. 9—16. *March* (Distribution, p. 339—340) приходитъ на основаніи французскихъ данныхъ къ выводамъ, подтверждающимъ заключенія Geissler'a и Venn'a.

²⁾ *Geissler*, Beiträge, S. 5—6.

послѣдующемъ потомствѣ противъ средней тѣмъ значительнѣе, чѣмъ больше дѣтей одного пола было произведено передъ тѣмъ: такъ, на примѣръ, для семей, имѣющихъ пять мальчиковъ, вѣроятность получить при послѣдующихъ родахъ мальчика выше не только средней для всего населенія, но и средней вѣроятности получить мальчика для семей, произведшихъ на свѣтъ двухъ сыновей.

Схема элементарной вѣроятности въ примѣненіи къ относительному числу мальчиковъ среди рождающихся должна быть, слѣдовательно, откинута. Статистическіе матеріалы позволяютъ увѣренно утверждать, что среди факторовъ, влияющихъ на полъ потомства, есть и такіе, которые связаны съ индивидуальными особенностями родителей и мѣняются отъ одной брачной пары къ другой.

Сходными приѣмами задача выбора между схемою средней и элементарной вѣроятности должна рѣшаться и въ другихъ случаяхъ. Если располагать возможностью свободно комбинировать единичныя наблюденія, то при достаточномъ ихъ количествѣ вопросъ всегда можетъ быть опредѣленно рѣшенъ.

3. Рядъ частостей съ устойчивостью, ниже нормальной, получается, какъ мы знаемъ (см. выше стр. 321), при такой постановкѣ эксперимента, когда вѣроятность не остается неизмѣнною отъ одной серіи извлеченій къ другой. Если мы, имѣя передъ собою рядъ урнъ съ разнымъ содержаніемъ бѣлыхъ и черныхъ шаровъ въ нихъ, произведемъ n извлеченій, опредѣляя каждый разъ жребіемъ, изъ какой урны вынимать шаръ, и повторимъ затѣмъ этотъ опытъ m разъ, то, въ силу независимости послѣдующихъ извлеченій отъ того, изъ какихъ урнъ вынимались шары передъ тѣмъ, сравниваемыя m серій по n извлеченій не будутъ между собою различаться, съ точки зрѣнія благопріятствованія или неблагопріятствованія появленію бѣлаго шара, и выведенныя для нихъ частости обнаружатъ устойчивость нормальную. Но если мы, опредѣливъ жеребьевкою, какую урну взять въ руки, произведемъ изъ нея всѣ n извлеченій и только послѣ этого вновь бросимъ жребій, чтобъ намѣтить урну, изъ которой вынимать n шаровъ слѣдующей серіи, то въ-

роятность вынуть бѣлый шаръ будетъ мѣняться отъ серіи къ серіи въ зависимости отъ того, какая урна попадется въ руки, и частоты появленія бѣлаго шара будутъ складываться для разныхъ серій подъ давленіемъ обстоятельствъ, то болѣе, то менѣе благопріятныхъ бѣлому цвѣту, а на колебаніяхъ ихъ отразятся—помимо случайныхъ отклоненій частоты отъ вѣроятности, сопряженныхъ съ ограниченнымъ числомъ извлеченій изъ каждой урны,—также различія въ составѣ урнъ. Если бы всѣ урны были одинаковаго состава, то вторая изъ этихъ двухъ слагающихъ сводилась бы къ нулю и мы имѣли бы передъ собою рядъ частостей, нормально устойчивый; если бы число n было бесконечно велико, то каждая отдѣльная частость въ точности равнялась бы вѣроятности вынуть бѣлый шаръ изъ намѣченной жребіемъ урны и колебанія ряда частостей отражали бы на себѣ лишь различія въ составѣ взятыхъ для эксперимента урнъ. Если же n конечно, а урны по составу не одинаковы, то обѣ слагающія отличны отъ нуля, и математическая теорія вѣроятностей связываетъ ихъ въ равнодѣйствующую простою формулою. Обозначимъ черезъ p_1 вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ той урны, которая намѣчается жребіемъ для первой серіи n извлеченій; обозначимъ черезъ p_{11} вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ той урны, которая попадаетъ въ руки при второй серіи; и т. д. вплоть до p_{μ} — вѣроятности вынуть бѣлый шаръ изъ урны, намѣчаемой жребіемъ при послѣдней се-

ріи n извлеченій. Величина $\sqrt{\frac{2p_0(1-p_0)}{n}} = M'$, гдѣ $p_0 = \frac{p_1 + p_{11} + \dots + p_{\mu}}{\mu}$, дастъ намъ значеніе модуля, харак-

теризующаго собою колебанія того нормально устойчиваго ряда частостей, который получился бы, если бы всѣ μ урнъ были одного и того же средняго состава. Характеризуя, съ другой стороны, различія между отдѣльными урнами по ихъ составу величиною

$$M'' = \sqrt{\frac{2[(p_1 - p_0)^2 + (p_{11} - p_0)^2 + \dots + (p_{\mu} - p_0)^2]}{\mu}},$$

мы для модуля колебаній изучаемаго нами ряда μ частостей получимъ величину ¹⁾ $\sqrt{M'^2 + \frac{n-1}{n} M''^2} = M$.

Эта точка зрѣнія на массовыя явленія съ устойчивостью ниже нормальной, развитая Лексисомъ въ 1879 году въ статьѣ Ueber die Theorie der Stabilität statistischer Reihen (перепечатана въ Abhandlungen), позволяетъ разобраться въ существенныхъ чертахъ той картины, какую обнаружили результаты предпринятыхъ Лексисомъ и его учениками измѣреній. Наличие въ обстановкѣ изучаемыхъ статистикой массовыхъ явленій общественной жизни такого рода моментовъ, которые, вліяя однообразно на ходъ явленій въ теченіе нѣкотораго промежутка времени, затѣмъ рѣзко мѣняются, не можетъ подлежать сомнѣнію. Остановимъ, для примѣра, вниманіе на смертности. Годъ на годъ не приходится ни по климатическимъ условіямъ, ни по экономической конъюнктурѣ, замѣтно отражающейся на жизни населенія; порою налетаютъ сильныя эпидеміи заразныхъ болѣзней, иные годы оказываются, напротивъ, отъ эпидемическихъ заболѣваній свободными. Словомъ, цѣлый рядъ обстоятельствъ складывается такъ, что жизненныя условія, благоприятствующія и неблагоприятствующія заболѣванію и умиранію, не остаются для изучаемой общественной группы (страны, города и т. д.) безъ перемѣнъ отъ одного года къ другому. Совмѣстное вліяніе такихъ колебаній общихъ условій жизни всей группы и тѣхъ случайныхъ стеченій личныхъ обстоятельствъ, которыя при неизмѣнныхъ общихъ условіяхъ дали бы нормально устойчивый рядъ частостей, и поднимаетъ для смертности значенія коэффиціента Q такъ высоко.

Но подобныя колебанія общихъ жизненныхъ условій

¹⁾ См. *Bortkewitsch*, Das Gesetz der kleinen Zahlen, S. 30; *Czuber*, W—rechnung und ihre Anwendung, II, S. 42—45.

Лексисъ (Abhandlungen, S. 196—197, Anm.) путемъ менѣ строгаго вывода приходитъ къ формулѣ $M \pm \sqrt{M'^2 + M''^2}$. Практически разница при сколько-нибудь замѣтномъ n не существенна;—ср. *Bortkewitsch*, Das Gesetz der kleinen Zahlen, S. 37—38; Die Theorie der Bevölkerungs-und Moralstatistik nach Lexis, S. 238, Anm.

отъ года къ году должны сходно затрагивать, въ цѣломъ, и мужчинъ и женщинъ: холера не щадитъ ни тѣхъ ни другихъ, знойное лѣто или чрезмѣрно суровая зима одинаково отражаются на здоровьѣ лицъ обоого пола. Лексисова концепція происхожденія сверхъ-нормальной дисперсіи даетъ намъ, такимъ образомъ, объясненіе и для того факта, что при рѣзко выраженномъ сверхъ-нормальномъ характерѣ дисперсіи смертности какъ мужской, такъ и женской, соотношеніе между числомъ умирающихъ ежегодно мужчинъ и женщинъ обнаруживаетъ устойчивость, сравнительно близкую къ нормѣ. Характерно, при этомъ, что, какъ мы видѣли (см. выше стр. 347), въ рабочемъ возрастѣ устойчивость относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ оказывается дальше отъ нормальнаго уровня, нежели въ возрастѣ дѣтскомъ и старческомъ: въ зрѣломъ возрастѣ жизненныя условія мужчинъ и женщинъ сильнѣе различаются, чѣмъ въ дѣтствѣ; въ частности, колебанія экономической конъюнктуры, по одинаковому затрагивающія среди младенцевъ и мальчиковъ и дѣвочекъ, далеко не по одинаковому отражаются на жизни взрослыхъ мужчинъ и женщинъ; да и климатическія условія, въ связи, особенно, съ различіями въ профессиональной дѣятельности, не одинаково касаются лицъ разнаго пола въ рабочемъ возрастѣ. Въ результатѣ значенія Q , характеризующія уровень устойчивости относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ, и оказываются въ среднемъ возрастѣ болѣе далекими отъ единицы, нежели въ дѣтскомъ ¹⁾).

Смертность, напротивъ, даетъ (см. выше стр. 355) для дѣтскихъ возрастовъ значенія Q , сильно отклоняющіяся отъ единицы, тогда какъ, начиная лѣтъ съ десяти и до старчества, ея колебанія близки къ нормѣ. Съ точки зрѣнія Лексисовой теоріи, понятно и это. Нѣжный дѣтскій организмъ воспримчивѣе къ дѣйствию переменчивыхъ условій жизненной среды, нежели сложившійся и закаленный жизненной борьбою организмъ взрослога челоуѣка; въ частности, климатическія условія завѣдомо сильнѣе отражаются

¹⁾ Ср. *Lexis*, Abhandlungen, S. 203—204.

на дѣтяхъ,—достаточно, для примѣра, напомнить, хотя бы, о лѣтнихъ жарахъ, вліяніе которыхъ на смертность младенцевъ (особенно, грудныхъ) такъ сильно. Устойчивость смертности и отклоняется, въ силу этого, всего больше отъ нормы на первомъ году жизни; затѣмъ она постепенно приближается къ нормальному уровню, на которомъ и держится вплоть до старческаго возраста, когда дряхлѣющій организмъ вновь становится повышенно чувствительнымъ къ перемѣнамъ окружающей обстановки.

Равнымъ образомъ, и для факта приближенія степени устойчивости къ нормальному уровню съ сокращеніемъ числа наблюдений находимъ мы объясненіе въ Лексисовой схемѣ происхожденія сверхъ-нормальной дисперсіи. Значеніе Q опредѣляется отношеніемъ величины модуля, вычисленнаго по дѣйствительнымъ колебаніямъ частотей около ихъ средней, M , къ тому модулю, которымъ характеризовалась бы устойчивость ряда, если бы она носила нормальный характеръ, M' ($= \sqrt{\frac{2p_0(1-p_0)}{n}}$). Но Лексисово построеніе указываетъ,

что $M = \sqrt{M'^2 + \frac{n-1}{n} M''^2}$. Слѣдовательно,

$$Q = \frac{M}{M'} = \sqrt{1 + \frac{n-1}{n} \frac{M''^2}{M'^2}}$$

Величина Q зависитъ, такимъ образомъ, отъ отношенія M'' къ M' . Чѣмъ больше M'' ,—другими словами, чѣмъ сильнѣе проступаютъ въ изучаемыхъ числахъ случайныя колебанія, зависящія отъ числа наблюдений въ каждой серіи,—тѣмъ, при данномъ значеніи M'' , характеризующемъ собою амплитуду перемѣнъ въ общихъ условіяхъ отъ одной серіи къ другой,

Q ближе къ единицѣ. Но M' равно $\sqrt{\frac{2p_0(1-p_0)}{n}}$ и растетъ съ уменьшеніемъ n ,—числа наблюдений, объединяемыхъ въ одну серію. При неизмѣнномъ M'' , Q , слѣдовательно, должно приближаться къ единицѣ съ уменьшеніемъ n . Пусть, напримѣръ, колебанія общихъ условій отъ года къ году для разсматриваемаго явленія таковы, что Q для ряда частотей, вычисленныхъ на основаніи 100.000 наблюдений, равняется 2; тогда для ряда частотей, вычисленныхъ на основаніи всего

лишь 10.000 наблюдений, Q окажется равнымъ 1,140; при числѣ наблюдений, равномъ 1.000, Q будетъ равняться 1,015; а при 100 наблюденияхъ Q сведется къ 1,0015¹⁾. Нашъ критерій дастъ, такимъ образомъ, картину дисперсіи почти нормальной, если мы ограничимъ число наблюдений одною сотней, хотя обстоятельства, обусловливающія собою сверхъ— нормальность дисперсіи, остаются все тѣ же, какъ при 100.000 наблюдений. Если, слѣдовательно, переменны въ климатическихъ, экономическихъ и т. д. общихъ условіяхъ жизни отъ года къ году на всемъ протяженіи большой страны однѣ и тѣ же, то Q для ряда частостей, выводимыхъ для всей страны, и должно въ большей мѣрѣ превысить единицу, нежели для ряда частостей, выведенныхъ для сравнительно небольшой территоріи.

Предложенный Лексисомъ критерій не можетъ, какъ мы видимъ, служить точнымъ мѣриломъ отклоненія устойчивости отъ нормального уровня: онъ недостаточно для этого полно элиминируетъ вліяніе числа наблюдений на размѣры колебаній (см. выше стр. 327). Численное значеніе Q зависитъ отъ n ; изъ того, что Q для одного ряда больше, чѣмъ для другого, мы еще не вправѣ заключать, что устойчивость изучаемыхъ явленій въ первомъ случаѣ дальше отъ нормального уровня. Лишь при равенствѣ числа наблюдений располагаемъ мы въ величинѣ Q мѣрою, пригодной для сравнительной оцѣнки устойчивости: на этомъ и покоится возможность использовать значеніе Q въ качествѣ критерія для опредѣленія, нормальна устойчивость или нѣтъ. Но въ иныхъ условіяхъ коэффициентъ Q оказывается мало удобнымъ для сопоставленій. Для цѣлей сравнительнаго изученія правильнѣе вычислять величину не Q , а M'' ²⁾.

¹⁾ См. *Bortkewitsch*, Das Gesetz der kleinen Zahlen, S. 31. Ср. *Bresciani*, A proposito della legge dei piccoli numeri, p. 372: при томъ значеніи M'' , которое даетъ $Q = 1,93$ при 1441400 наблюденияхъ, Q равняется 1,28 при 144114 наблюденияхъ, $Q = 1,013$ при 14411 наблюденияхъ и $Q = 1,001$ при 1441 наблюдении.

²⁾ Ср. *Lexis*, Abhandlungen, S. 190, 195. Для вычисленія M'' можно пользоваться приближенною формулою $M'' = \sqrt{M^2 - M'^2}$. Въ случаѣ, если Q уже вычислено, удобнѣе формула: $M'' = \sqrt{\frac{2p_0(1-p_0)}{n}} \cdot \sqrt{Q^2 - 1}$. Ил-

Приближеніе устойчивости къ нормальному уровню съ сокращеніемъ числа наблюдений объясняется, такимъ образомъ, съ этой точки зрѣнія, выборомъ мѣры устойчивости. Оно сводится къ своего рода арифметической тавтологіи: мы измѣряемъ устойчивость при помощи „мѣняющагося масштаба“ ¹⁾. При такомъ освѣщеніи экспериментальное констатированіе факта связи между уровнемъ устойчивости и широтою поля наблюденія оказывается лишеннымъ научнаго интереса: связь непосредственно обусловлена характеромъ примѣняемыхъ нами пріемовъ измѣренія и нуждается въ опытной провѣркѣ не болѣе, чѣмъ, напримѣръ, утвержденіе, что температура тѣла, измѣренная термометромъ Реомюра, покажетъ меньше градусовъ, нежели при измѣреніи Цельсіемъ. О реальныхъ явленіяхъ констатируемая нами связь Q съ n не говоритъ въ такихъ условіяхъ ничего ²⁾.

иллюстраціей того, насколько существенно выбирать при сопоставленіяхъ правильную мѣру, можетъ послужить слѣдующій примѣръ: для колебаній доли мальчиковъ среди мертворожденныхъ во Франціи *Buro* (*Das Geschlechtsverhältnis*, S. 20) находятъ $Q = 3,19$ для сельскаго населенія и $Q = 2,34$ для департамента Сены. При этомъ среднее число испытаній (n) въ первомъ случаѣ равно 20007, а во второмъ 3351. Если учесть это обстоятельство, то оказывается, что уровень колебаній въ департаментѣ Сены сильнѣе уклоняется отъ нормы, нежели въ сельскихъ округахъ: M'' для департамента Сены почти въ полтора раза превышаетъ M'' для сельскаго населенія.

¹⁾ См. *Борткевичъ*, Задачи и концепціи, стр. 370.

²⁾ Въ рецензіи на мои Очерки *Борткевичъ* (стр. 369) ставитъ мнѣ въ упрекъ, что я игнорирую „принципіальное значеніе подмѣченного впервые Лексисомъ факта, что уровень устойчивости, по общему правилу, приближается къ нормальному съ уменьшеніемъ числа наблюдений“. По мнѣнію Борткевича, „принципіальное значеніе этого факта заключается въ томъ, что онъ какъ бы санкціонируетъ общимъ образомъ приложеніе концепцій теоріи вѣроятностей къ статистическимъ даннымъ“. „Можно относиться различно“ — замѣчаетъ Борткевичъ — „къ вопросу, существуетъ ли надобность въ эмпирическомъ доказательствѣ приложимости теоріи вѣроятностей къ статистикѣ. Но во всякомъ случаѣ было бы непослѣдовательно придавать значеніе опытной провѣркѣ теоріи вѣроятностей посредствомъ разныхъ экспериментовъ съ игральными костями, шарами, картами и проч. и считать аналогичную провѣрку излишней въ статистической области. Чупровъ же, какъ будто, не вполне свободенъ отъ такой непослѣдовательности“ (стр. 368).

Мнѣ думается, Борткевичъ напрасно связываетъ общій вопросъ о потребности въ эмпирическомъ доказательствѣ приложимости концепцій теоріи вѣроятностей къ статистическимъ даннымъ съ вопросомъ о возможности исполъ-

Нѣсколько иное значеніе интересующій насъ фактъ получаетъ, если углубить и приблизить къ дѣйствительности Лексисову схему происхожденія сверхъ-нормальной дисперсіи.

звать въ этихъ цѣляхъ фактъ приближенія уровня устойчивости къ нормѣ при уменьшеніи числа наблюдений. Допустимъ, что можно по разному относиться къ первому вопросу. Но если искать санкціи приложенію теоріи вѣроятностей къ статистикѣ, то никакъ ужъ не въ разсматриваемомъ фактѣ. Правда, подмѣченный Лексисомъ, онъ въ свое время, дѣйствительно, оказался крупнымъ козыремъ на рукахъ у сторонниковъ приложенія теоріи вѣроятностей къ статистикѣ и не мало поспособствовалъ упроченію ихъ позиціи. Но отдавая дань его исторической миссіи, пора воздать должное и его дѣйствительной—не психологической, а логической—роли: нынѣ, когда правильныя представленія о происхожденіи устойчивыхъ статистическихъ чиселъ получили достаточное распространеніе, партизаны теоріи вѣроятностей ничѣмъ при этомъ и не рискуютъ — какъ не терпятъ они урона отъ того, что по изслѣдованіямъ *Livi* свелось къ арифметической игрѣ знаменитое открытіе Бертильона (наличность двухъ расъ въ департаментѣ Doubs, сказывающаяся на характерѣ кривой частостей ростовъ новобранцевъ), — открытіе, явившееся для многихъ сильнѣйшимъ доводомъ въ пользу трактованія статистическаго матеріала при помощи методовъ теоріи вѣроятностей. Теорія вѣроятностей стоитъ въ своихъ статистическихъ приложеніяхъ уже достаточно твердо, чтобъ не нуждаться въ подобныхъ прикрасахъ.

Что касается научнаго значенія опытной провѣрки теоріи вѣроятностей посредствомъ экспериментовъ съ костями, шарами и проч., съ одной стороны, и „аналогичной провѣрки въ статистической области“, съ другой, то, мнѣ кажется, нельзя не видѣть довольно глубокаго различія между этими двумя родами „провѣрки“. Въ случаѣ шаровъ, костей и т. д. мы имѣемъ дѣло съ „экспериментомъ“, въ точномъ смыслѣ слова: мы сами его ставимъ, планомерно регулируя всѣ условія, дабы съ возможной точностью воспроизвести предпосылки той или иной теоретической схемы. Въ такихъ условіяхъ можно съ извѣстнымъ правомъ говорить о „провѣркѣ“. Напротивъ, въ статистической области мы имѣемъ передъ собою явленія, протекающія въ почти невѣдомой для насъ обстановкѣ. Что же, собственно, можетъ подлежать здѣсь провѣркѣ? Мы напередъ знаемъ, что, если условія сложатся по одному, то картина устойчивости получится одна, а если—по иному, то и картина будетъ иная. Эмпирически констатируемая картина устойчивости можетъ, слѣдовательно, лишь дать намъ матеріалъ для сужденія о томъ, какъ эти условія сложились въ дѣйствительности,—не болѣе (ср. *Kries*, *Die Principien der W—rechnung*, S. 244). Вѣдь, если мы знаемъ, что имѣло мѣсто *A*, то появленіе или непоявленіе вслѣдъ за тѣмъ *B*, можетъ служить для провѣрки закона, связывающаго *A* съ *B*; но если мы лишены возможности непосредственно удостовѣриться въ наличности *A*, то появленіе *B* ничего не дастъ для провѣрки закона: оно лишь позволитъ—въ предположеніи, что связь существуетъ,—косвенно умозаключить, что *A* имѣло мѣсто.

Большія противъ нормы колебанія ряда частостей обуславливаются тѣмъ, что единичные случаи, входящіе въ одну серію наблюдений, не представляются вполне независимыми другъ отъ друга: смертность даннаго года стоитъ, на примѣръ, подъ дѣйствіемъ обстоятельствъ, которыя благопріятно или неблагопріятно на ней отражаются въ теченіе всего года, а затѣмъ мѣняются и перестаютъ вліять на жизнь и здоровье.

Добавлю, что и эксперименты съ шарами и т. п. получаютъ значеніе „проверки“ лишь въ случаѣ благопріятнаго исхода. Мы рассуждаемъ такъ: при правильной постановкѣ опыта все складывается въ соотвѣтствіи съ тѣмъ, чего заставляютъ ожидать наши сложныя теоретическія построенія; ergo, въ наши конструкціи не вкралось существенныхъ ошибокъ. Въ случаѣ же несогласія экспериментальныхъ данныхъ съ предуканіями теоріи, мы винимъ въ неудачѣ не теорію вѣроятностей, а неполное соотвѣтствіе дѣйствительной постановки опыта теоретическимъ допущеніямъ. Одно очко при экспериментахъ Wolf'a выпадаетъ чаще, чѣмъ надлежало бы; выводъ: кость построена неправильно. Колебанія частостей при экспериментѣ Wagner'a (см. выше стр. 274) выходятъ, какъ показываетъ Борткевичъ, за предѣлы того, что отвѣчало бы условію неизмѣнной вѣроятности; понятно, такъ какъ Вагнеръ вынималъ шары изъ урны съ мѣняющимся содержаніемъ. Картина частостей орловъ и рѣшетокъ въ экспериментѣ Джевонса (см. выше стр. 263) не отвѣчаетъ (какъ въ томъ позволяетъ убѣдиться методъ, предложенный Пирсономъ въ мемуарѣ *On the criterion*) предположенію неизмѣнной вѣроятности и независимости отдѣльныхъ подбрасываній; но Джевонсъ и подбрасывалъ вѣдь не одну идеально отчеканенную монету, а десятокъ не вполне правильныхъ. Словомъ, экспериментальныя данныя используются не для контроля теоретическихъ конструкцій, а для исправленія нашихъ представленій о томъ, какъ складывались условія опыта въ дѣйствительности.

Такимъ образомъ, голый фактъ приблизительно нормальной дисперсіи полового состава рождающихся въ загадочныхъ для насъ условіяхъ зачатія являлся бы для меня менѣе вѣскимъ эмпирическимъ доказательствомъ права на приложеніе теоріи вѣроятностей къ статистическимъ даннымъ, нежели фактъ широкой распространенности сверхъ-нормальной дисперсіи въ тѣхъ условіяхъ дѣйствительной жизни, которыя, какъ намъ достаточно ясно, должны вызывать въ статистическихъ числахъ колебанія, выходящія за предѣлы нормальныхъ. Но въ эмпирическомъ доказательствѣ подобнаго *права* я не вижу надобности. Свое же *оправданіе* приложеніе концепцій теоріи вѣроятностей къ проблемѣ устойчивости находитъ въ томъ, что на ихъ почвѣ намъ удается слить въ одно связанное, ясное и свободное отъ противорѣчій построеніе богатый и внѣ нихъ необъяснимый матеріалъ статистически констатированныхъ фактовъ съ почерпнутыми изъ непосредственнаго наблюденія надъ жизнью представленіями о дѣйствительномъ ходѣ изучаемыхъ статистическою явленій.

населенія. Такъ расуждали мы выше см. (стр. 385). Но возможно, вѣдь, что подобный переломъ жизненныхъ условій происходитъ не въ моментъ перехода отъ одного года къ другому; въ дѣйствительности такія смѣны благопріятныхъ и неблагопріятныхъ стеченій обстоятельствъ лишь въ рѣдкихъ случаяхъ могутъ приурочиваться къ тѣмъ однообразнымъ періодамъ, для которыхъ мы выводимъ сравниваемыя частоты. Климатическія условія, вліяющія на жизнь, мѣняются не только отъ года къ году, но и отъ мѣсяца къ мѣсяцу, отъ недѣли къ недѣлѣ и даже ото дня ко дню; за чрезмѣрно знойною іюльской недѣлей можетъ послѣдовать сравнительно прохладная августовская. Съ другой стороны, за вспышкою тифозной эпидеміи, продолжающейся мѣсяць или два, можетъ послѣдовать въ теченіе того же календарнаго года длинный періодъ, свободный отъ эпидемій и т. п. Когда мы при вычисленіи смертности рассматриваемъ, какъ одно цѣлое, годичный періодъ, то однообразному вліянію мѣняющихся время отъ времени условій оказываются подверженными не всѣ охватываемые наблюденіемъ единичные случаи, а лишь небольшія ихъ доли, отвѣчающія тѣмъ промежуткамъ времени, въ теченіе которыхъ жизненная обстановка остается въ дѣйствительности безъ существенныхъ перемѣнъ: если, на примѣръ, климатическая и т. д. конъюнктура мѣняется ежемѣсячно, то годичныя массы слагаются изъ двѣнадцати частей, стоящихъ каждая подъ дѣйствіемъ своихъ условій, отличныхъ отъ тѣхъ, какія имѣютъ силу въ теченіе остальныхъ одиннадцати мѣсяцевъ того же года. Лексисова концепція учитываетъ лишь дѣйствіе такихъ обстоятельствъ, которыя мѣняются съ переходомъ отъ одной серіи наблюденій къ другой; считаясь съ наличностью такихъ факторовъ, чередованіе которыхъ идетъ болѣе быстрымъ темпомъ, Борткевичъ, вслѣдъ за *Vienbaumé* ¹⁾, пред-

1) *Vienbaumé*, къ которому примыкаетъ и Курно, является, безспорно, виднымъ предшественникомъ Лексиса въ дѣлѣ теоретическаго объясненія сверхъ-нормальной дисперсіи. Онъ не только отмѣняетъ фактъ различій въ степени устойчивости разныхъ статистическихъ чиселъ и настаиваетъ на необходимости дать этимъ различіямъ теоретическое освѣщеніе (см. *Sur un principe; Sur la constance des causes*), но и предлагаетъ математическое рѣ-

лагаеть построение, ближе примыкающее къ дѣйствительности и позволяющее дать болѣе полный отчетъ въ той картинѣ, какая раскрыта точными измѣреніями устойчивости массовыхъ явленій общественной жизни. При этомъ, для упрощенія математической стороны изслѣдованія, Борткевичъ останавливается на допущеніи, будто тѣ частичныя группы наблюдений, для которыхъ общія условія остаются безъ переменны, представляются всѣ равночисленными. Въ дѣйствительности, разумѣется, дѣло обстоитъ не такъ: условія, вліяющія на ходъ изучаемыхъ явленій, не смѣняются съ такою математической правильностью; жаръ и холодъ, эпидеміи и т. п. тянутся то дни, то недѣли и мѣсяцы. Но для выясненія тѣхъ проблемъ, какія стоятъ на очереди, многое даетъ и эта схема, какъ она еще ни далека отъ реальности ¹⁾.

Въ качествѣ опорной точки для выясненія предлагаемой Борткевичемъ модификаціи Лексисоваго построения, привлечемъ, какъ обычно, примѣръ выниманія шаровъ изъ урнъ. Передъ нами s урнъ; вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ первой урны равна c_1 , вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ второй урны равна c_2 ; и т. д. вѣроятность вынуть бѣлый шаръ изъ послѣдней урны равна c_s . Предположимъ, что жребій, какъ и ранѣе (см. выше стр. 383), опредѣляетъ, изъ какой урны вынимать шаръ, при чемъ вѣроятность попасть на первую урну равна g_1 , вѣроятность попасть на вторую

шеніе вопроса (см. Théorème sur la probabilité des résultats moyens des observations), которое въ настоящее время благодаря трудамъ Борткевича (см. Das Gesetz der kleinen Zahlen, Anlage 2; Anwendung der W-rechnung auf Statistik, S. 827—829) получило общее признаніе. Изслѣдованія Биелаутмэ не выходятъ, однако, изъ области чисто умозрительныхъ построений; онъ не умѣетъ сопоставить теоретическіе выводы съ конкретнымъ статистическимъ матеріаломъ и такъ плохо разбирается въ дѣйствительной картинѣ колебаній статистическихъ чисель, что даже полагаетъ, напримѣръ (см. выше стр. 363), будто устойчивость относительнаго числа оправдываемыхъ судомъ преступниковъ гораздо выше устойчивости относительнаго числа мальчиковъ среди новорожденныхъ. Лексисъ, напротивъ, искусно приводитъ въ связь конкретные факты съ теоретическими схемами и тѣмъ открываетъ новую главу въ исторіи вопроса.

¹⁾ Ср. *Bortkewitsch*, Das Gesetz der kleinen Zahlen, S. 46.

урну равна g_2 , и т. д. вѣроятность попасть на послѣднюю урну равна g_s . Ранѣе, въ схемѣ Лексиса, мы принимали, что, взявъ по указанію жребія опредѣленную урну въ руки, мы изъ нея уже и производимъ всѣ n извлеченій, входящихъ въ серію. Теперь, вмѣсто того, предположимъ, что изъ урны, намѣченной жребіемъ, вынимается не n шаровъ, а лишь k шаровъ, причемъ n представляется кратнымъ k и равно mk . Послѣ того, какъ произведено k извлеченій, урна возвращается къ остальнымъ, и снова жребіемъ опредѣляется, изъ какой урны производить слѣдующія k извлеченій, смѣшиваемыхъ съ предшествующими k извлеченіями въ одну массу. И такъ повторяется m разъ, пока все число извлеченій не достигнетъ величины $mk = n$. Послѣ этого въ тѣхъ же условіяхъ начинается новая серія извлеченій, объединяющая въ одну массу m группъ по k извлеченій. Въ конкретномъ примѣрѣ колебаній смертности этой схемѣ соотвѣствовало бы такое, примѣрно, представленіе о ходѣ событій: на протяженіи одного года недѣля отъ недѣли различается, съ точки зрѣнія обстоятельствъ, могущихъ вліять на жизнь и смерть населенія, и условія жизненной обстановки, вліяя однообразно въ теченіе семи дней, смѣняются 52 раза въ продолженіе годичнаго срока. Схематично еще и такое представленіе, но все же это схема болѣе гибкая, нежели первоначальная Лексисова.

Если въ описанныхъ условіяхъ мы повторимъ экспериментъ μ разъ, то, какъ и ранѣе, получимъ рядъ μ частостей бѣлаго шара. Средняя частость для всѣхъ μ серій установится, какъ показываетъ математическая теорія, недалеко отъ $c_0 = g_1 c_1 + g_2 c_2 + \dots + g_s c_s$, какъ своего наивѣроятнѣйшаго значенія. Колебанія же отдѣльныхъ частостей около средней будутъ превышать нормальный уровень и притомъ превышать его тѣмъ сильнѣе, чѣмъ больше k —число связанныхъ между собою отдѣльныхъ случаевъ въ составѣ рассматриваемыхъ серій; именно, модуль для ряда рассматриваемыхъ μ частостей оказывается равнымъ

$\sqrt{\frac{2c_0(1-c_0)}{n} + \frac{2(k-1)}{n} a^2}$, если черезъ a^2 обозначить величину $g_1(c_1 - c_0)^2 + g_2(c_2 - c_0)^2 + \dots + g_s(c_s - c_0)^2$.

Въ случаѣ, если $k = 1$ и урна смѣняется послѣ каждого извлеченія, такъ что всѣ единичныя испытанія независимы другъ отъ друга, эта формула, какъ и слѣдовало ожидать, возвращаетъ насъ къ дисперсіи нормальной, ибо $k - 1$ оказывается равнымъ нулю, и модуль сводится къ $\sqrt{\frac{2c_0(1-c_0)}{n}}$.

При $k = n$ мы возвращаемся къ схемѣ Лексиса. Если же k больше 1, но не равно n , то

$$\sqrt{\frac{2c_0(1-c_0)}{n} + \frac{2(k-1)}{n} \alpha^2} > \sqrt{\frac{2c_0(1-c_0)}{n}},$$

т. е. устойчивость ниже нормы, а коэффициентъ устойчивости Q равенъ $\sqrt{1 + \frac{(k-1)\alpha^2}{c_0(1-c_0)}}$.

Мы видимъ, что размѣры отклоненія Q отъ единицы не зависятъ ни отъ n , ни отъ m , но зависятъ отъ k ; другими словами, если величины $c_1, c_2, \dots, c_s; g_1, g_2, \dots, g_s$, опредѣляющія собою значеніе α^2 , даны, то размѣры отклоненія дисперсіи отъ нормального уровня зависятъ лишь отъ числа случаевъ, которые представляются связанными между собою, и не зависятъ отъ того, сколько группъ такихъ связанныхъ между собой случаевъ сливаются въ одну серію наблюдений для вывода частоты.

Чѣмъ же опредѣляется, въ свою очередь, величина k ? Борткевичъ указываетъ, что въ ряду обстоятельствъ, порождающихъ взаимную связь между отдѣльными случаями, могутъ быть различены два типа. Съ одной стороны, связь можетъ корениться въ самомъ характерѣ явленій, устанавливая реальное соотношеніе между конкретными единичными случаями. Если мы рассматриваемъ для отдѣльныхъ профессій колебанія смертности за рядъ лѣтъ, то для многихъ профессій нѣкоторые изъ смертныхъ случаевъ каждого года окажутся связанными между собою, и числа такихъ связанныхъ единицъ будутъ стоять въ зависимости отъ бытовыхъ, гигиеническихъ и т. п. условій работы; при взрывѣ парового котла погибаетъ, на примѣръ, сразу множество лицъ, и среднее число жертвъ, приходящихся на одинъ несчастный случай, зависитъ отъ обычныхъ въ данной отрасли производства размѣровъ предприятий и помѣщеній, отъ числа ра-

бочихъ и т. д.; катастрофа въ рудникѣ уноситъ сразу десятки и сотни жизней; число лицъ, одновременно погибающихъ при кораблекрушеніи, стоитъ въ связи съ размѣрами кораблей,— на линияхъ каботажнаго плаванія оно будетъ меньше, чѣмъ на океанскихъ линияхъ съ ихъ пароходами-гигантами. Наличие такого рода „конкретной“ связи между единичными случаями (*acute Solidarität der Einzelfälle*—именуетъ ее Борткевичъ) обуславливаетъ собою повышенныя противъ нормы колебанія смертности. Но такая связь, какъ указываетъ Борткевичъ, обладаетъ тѣмъ свойствомъ, что число связанныхъ единицъ—наше k —не зависитъ здѣсь отъ широты поля наблюденія, а опредѣляется конкретными особенностями явленія и той обстановки, въ которой событія протекаютъ: число жертвъ, приходящихся на одинъ взрывъ котла, зависитъ отъ технической и экономической структуры предпріятій въ данной отрасли производства, но—въ предположеніи, что въ разныхъ частяхъ страны нѣтъ въ этомъ отношеніи большихъ различій,—не находится въ связи съ тѣмъ, разсматриваемъ ли мы громадную область съ многомилліоннымъ населеніемъ или останавливаемся на небольшомъ районѣ. Поскольку, слѣдовательно, сверхъ-нормальный характеръ дисперсіи опредѣляется наличиемъ такого рода взаимной связи между единичными случаями, широта поля наблюденія не вліяетъ на степень устойчивости, и, уменьшая число испытаній, мы не приблизимъ амплитуды колебаній къ нормальному уровню.

Напротивъ, другой мыслимый видъ взаимной связанности отдѣльныхъ случаевъ, получающій у Борткевича наименование „связанности временемъ“ (*chronische Solidarität der Einzelfälle*), приводитъ въ непосредственную зависимость характеръ дисперсіи отъ широты поля наблюденія. Независимость отдѣльныхъ случаевъ, на которой покоится нормальная дисперсія, можетъ нарушаться не только тѣмъ, что между единичными конкретными явленіями существуютъ реальныя связи, но также и тѣмъ, что всѣ явленія стоятъ подъ дѣйствіемъ общей жизненной обстановки: климатическія условія даннаго дня, данной недѣли, мѣсяца и т. д. сходнымъ образомъ отражаются на жизни всего населенія большого города

или даже страны, несмотря на то, что нѣтъ непосредственной связи между смертью отъ солнечнаго удара одного лица въ Москвѣ, а другого въ Тулѣ; требованіе независимости отдѣльных случаевъ нарушается здѣсь общностью для всѣхъ нихъ жизненной конъюнктуры даннаго момента времени. Къ повышенію дисперсіи ведетъ и такого рода связанность отдѣльных случаевъ, но при ней, въ отличіе отъ ранѣе разсмотрѣнной разновидности, абсолютное число сплетающихся между собою единицъ— k —тѣснымъ образомъ зависитъ отъ широты поля наблюденія. Предположимъ, что при изученіи смертности мы должны считаться съ недѣльными колебаніями климата; въ такихъ условіяхъ число случаевъ, объединяемыхъ общностью климатической конъюнктуры для каждой изъ 52 недѣль года, будетъ ближайшимъ образомъ опредѣляться тѣмъ, возьмемъ ли мы для изученія бѣльшую или меньшую группу лицъ. Если мы, вмѣсто всей Россіи, возьмемъ губернію или уѣздъ, если вмѣсто всего населенія остановимъ вниманіе на нѣкоторой долѣ его, на примѣръ, на мужчинахъ тридцатилѣтняго возраста, то k —число единицъ, стоящихъ подъ дѣйствіемъ климатическихъ условій каждой недѣли,—упадетъ. А вмѣстѣ съ тѣмъ, какъ показываетъ приведенная выше формула, приблизятся къ тому уровню, который мы называемъ нормальнымъ, и фактическія колебанія смертности отъ года къ году, измѣряемая величиною коэффиціента Q .

Пользованіе коэффиціентомъ Q , какъ мѣриломъ устойчивости, не ведетъ, слѣдовательно, автоматически во всѣхъ случаяхъ сверхъ-нормальной дисперсіи къ пониженію видимаго уровня устойчивости съ расширеніемъ поля наблюденія. Условія, порождающія въ статистическихъ числахъ сверхъ-нормальныя колебанія, могутъ носить и такой характеръ, что Q не будетъ расти съ ростомъ n . Но если, такимъ образомъ, выборъ „масштаба“ еще не предопредѣляетъ результата измѣренія, обрекая на то, чтобъ неизмѣнно наталкиваться на ростъ Q съ ростомъ n , то вопросъ о томъ, какъ складывается фактически соотношеніе между Q и n , пріобрѣтаетъ самостоятельный интересъ, и то констатированное выше свойство массовыхъ явленій со сверхъ-нормальной дисперсіей, что съ уменьшеніемъ числа наблюденій уровень ихъ устой-

чивости обычно замѣтно приближается къ нормѣ, получаетъ значеніе новаго штриха въ начертываемой нашими изслѣдованіями картинѣ статистической дѣйствительности. Оно свидѣтельствуесть, что сверхъ-нормальная дисперсія въ большинствѣ случаевъ обязана возникновеніемъ не „конкретной“, на „хронической“ связанности отдѣльныхъ явленій, объединяемыхъ нами въ ститистическія массы.

Для явленій рѣдкихъ, къ изслѣдованію которыхъ обычный способъ вычисленія коэффициента Q неприменимъ (см. выше стр. 334), Борткевичу удалось обнаружить приближеніе уровня устойчивости къ нормѣ съ уменьшеніемъ числа наблюдений при помощи методовъ, выработанныхъ имъ специально для этого случая. Выведенныя Борткевичемъ формулы показываютъ, что для дисперсіи чиселъ разъ повторенія такихъ явленій, вѣроятности которыхъ очень малы, Лексисова схема мѣняющейся отъ серіи къ серіи вѣроятности заставляетъ ожидать тѣмъ большаго значенія коэффициента Q , чѣмъ выше m_0 — среднее число разъ повторенія явленія. Но при данной величинѣ вѣроятности, среднее число разъ повторенія находится въ прямой зависимости отъ широты поля наблюденія: чѣмъ уже рамки, тѣмъ рѣже встрѣчается явленіе и тѣмъ, слѣдовательно, ближе къ единицѣ Q . Мы приходимъ, такимъ образомъ, къ выводу, что уровень устойчивости массовыхъ явленій со сверхъ-нормальной дисперсіей, независимо отъ ббльшей или меньшей степени ихъ рѣдкости, устанавливается тѣмъ ближе къ нормѣ, чѣмъ уже поле наблюденія и чѣмъ, въ силу того, меньше числа разъ повторенія явленія. Положенію этому присвоено названіе „закона малыхъ чиселъ“ ¹⁾.

1) Выраженіе „законъ малыхъ чиселъ“, пушенное въ оборотъ Борткевичемъ, имѣеть, повидимому, шансы укорениться. Но терминъ этотъ вызываетъ много споровъ, и содержаніе его, несмотря на его недолгий вѣкъ, успѣло уже получить довольно расплывчатая очертанія. Въ томъ смыслѣ, какъ выше, употребляетъ его *Broggi*, *Di un problema fondamentale di statistica investigatrice*, p. 399. Самъ Борткевичъ въ *Gesetz der kleinen Zahlen* даетъ опредѣленіе недостаточно отчетливое: остается неяснымъ, что, собственно, должно именоваться закономъ малыхъ чиселъ. На выборъ представляется четыре альтернативы: 1) связь Q съ n , открытая Лексисомъ и распространенная Борткевичемъ на случай малыхъ вѣроятностей; 2) предложенная Пуассономъ

4. Массовыя явленія со сверх-нормальною устойчивостью заслуживаютъ особаго вниманія въ виду той роли, которую

математическая формула $\frac{m^x e^{-m}}{1. 2. \dots x}$, какъ законъ колебаній въ случаѣ вѣроятностей настолько малыхъ, что къ нимъ неприменима формула Лапласа (см. выше стр. 246, 334); 3) констатированный Борткевичемъ фактъ согласія дѣйствительныхъ колебаній „малыхъ“ чиселъ съ этою формулою; 4) большая близость колебаній къ нормальному уровню въ случаѣ мало-вѣроятныхъ явленій нежели въ случаѣ явленій, вѣроятности которыхъ велики,—другими словами, связь Q съ p . Всѣ эти положенія могутъ претендовать на имя „закона малыхъ чиселъ“, ибо малыя числа входятъ въ нихъ, какъ существенный элементъ ихъ содержанія, съ тою лишь разницей, что въ 2) и въ 3) рѣчь идетъ объ абсолютно малыхъ числахъ повтореній при большихъ числахъ испытаній, въ 1)—объ относительно малыхъ числахъ испытаній при любыхъ числахъ повтореній, а въ 4)—объ относительно малыхъ числахъ повтореній при любыхъ числахъ испытаній. Основное опредѣленіе Борткевича (*Das Gesetz der kleinen Zahlen*, S. 36: „Je kleiner das Beobachtungsfeld, je seltener in einer gegebenen Gesellschaft das in Frage stehende Ereignis, wie z. B. Selbstmord oder Unfall, vorkommt, um so besser fügen sich die statistischen Ergebnisse in die massgebende mathematische Formel. Die Hypothese einer veränderlichen Wahrscheinlichkeitsgrösse. . . hilft uns dieses Verhalten als ein gesetzmässiges erkennen und in diesem Sinn kann die Thatsache, dass kleine Ereigniszahlen (*bei sehr grossen Beobachtungszahlen*) einer bestimmten Norm der Schwankungen unterworfen sind bezw. nach einer solchen tendieren, das Gesetz der kleinen Zahlen wohl benannt werden“) сливаетъ точки зрѣнія 1) и 4). Постановка изслѣдованія во второй главѣ работы Борткевича выдвигаетъ впередъ точку зрѣнія 4): если бы дѣло шло о распространеніи на рѣдкія явленія Лексисова положенія 1), то слѣдовало бы сопоставлять устойчивость явленій, обладающихъ одного (приблизительно) размѣра малою вѣроятностью, при разныхъ размѣрахъ поля наблюденія, а не сосредоточивать вниманіе на устойчивости явленій съ малою вѣроятностью при данной, и при томъ порою весьма значительной, широтѣ поля наблюденія. Точка зрѣнія 4) просвѣчиваетъ также на стр. 28. Напротивъ въ предисловіи (S. VI) наименованіе „законъ малыхъ чиселъ“ приурочивается къ точкѣ зрѣнія 3). Многочисленныя недоразумѣнія, порожденныя такою неясностью формулировки содержанія „закона малыхъ чиселъ“, въ связи съ рѣзкими возраженіями противъ закона малыхъ чиселъ итальянскаго теоретика Сипи, побудили Борткевича точнѣе формулировать свой взглядъ. Въ отвѣтъ Сипи Борткевичъ, признавая главной темой своей работы изученіе вліянія размѣровъ поля наблюденія на величину коэффиціента Q , сводитъ специфическое содержаніе „закона малыхъ чиселъ“ къ тому, что примѣнительно къ событіямъ маловѣроятнымъ роль формулы Лапласа, выступающей въ качествѣ „закона большихъ чиселъ“ въ случаѣ событій съ крупными вѣроятностями, переходитъ къ иной математической формулѣ, которая, по аналогіи, и заслуживаетъ на-

они играютъ въ теоретической системѣ Лексиса. Лексисъ склоненъ отрицать самую возможность возникновенія сверхъ-нормальной устойчивости независимо отъ воздѣйствія силъ, направленныхъ къ тому, чтобы путемъ вліянія на единичные случаи приводить въ конечномъ массовомъ результатѣ къ опредѣленнымъ численнымъ соотношеніямъ. Нормальная устойчивость представляетъ собою высшій предѣлъ устойчивости, возможной для свободныхъ („несвязанных“, *unverbundene*—гласитъ Лексисовъ терминъ) массовыхъ явленій. Устойчивость, превышающая нормальный уровень, мыслима лишь для такого рода массовыхъ явленій, которыя стоятъ

именованія „закона малыхъ чиселъ“ (*Bortkiewicz, La legge dei piccoli numeri*, p. 12, 13)—точка зрѣнія 2). Такое словоупотребленіе, дѣлающее Пуассона, крестнаго отца „закона большихъ чиселъ“, роднымъ отцомъ „закона малыхъ чиселъ“, бесспорно, свободно отъ неопредѣленности. Но не слишкомъ ли бѣдное содержаніе влагааетъ оно въ „законъ малыхъ чиселъ“? Да и врядъ ли цѣлесообразно придавать термину „законъ большихъ чиселъ“ такой, именно, смыслъ,—не говоря даже о томъ, что законъ большихъ чиселъ, въ обычномъ словоупотребленіи, имѣетъ въ виду большія числа испытаній, а не большія числа повтореній событій, числа же испытаній и въ разсматриваемомъ Борткевичемъ случаѣ предполагаются большими (Если ужъ оставаться на этой точкѣ зрѣнія, то слѣдовало бы скорѣе противопоставлять законъ „*der kleinen Ereigniszahlen*“ закону „*der grossen Ereigniszahlen*“, а не законъ „*der kleinen*“ закону „*der grossen Zahlen*“,—см. *Blaschke, Vorlesungen*, S. 149).

Точку зрѣнія 4), въ которой большинство читателей (ср., напримѣръ, *Edgeworth, On the application*, p. 513—514) усмотрѣло главное содержаніе его работы, Борткевичъ въ настоящее время отвергаетъ (*La legge dei piccoli numeri*, p. 12: „*nel Gesetz der kleinen Zahlen mi occupai della dipendenza dei coefficienti di divergenza non dalla grandezza p_0 , bensì dalla grandezza n* “), убѣдительно обнаруживая (*Zur Verteidigung*, S. 232—236; *La legge*, p. 11—12) неосновательность попытокъ *Лорія*, *Бреціани*, *Блашке* связать теоретическимъ построеніемъ величину Q съ величиною p общимъ образомъ. Самый фактъ сравнительно частой близости уровня дисперсіи маловѣроятныхъ событій къ нормѣ, тѣмъ не менѣе, остается, хотя *Gini*, въ виду того, что его атака на теоретической почвѣ—попытка свести весь „законъ малыхъ чиселъ“ къ ряду методологическихъ оплошностей—была отбита Борткевичемъ, и понаискаль примѣровъ рѣдкихъ явленій съ ясно выраженной сверхъ-нормальной дисперсіей (*Sulla regolarità dei fenomeni rari*, p. 306—308). Но въ чемъ здѣсь дѣло, остается пока неяснымъ. Курьезные примѣры *Schmidt'a* (*Beiträge*, S. 46—54) внушаютъ подозрѣніе, не замѣшанъ ли и здѣсь „выборъ масштаба“.

подъ дѣйствіемъ строгихъ волевыхъ законовъ“¹⁾. Всѣ тѣ представленія о „господствѣ числа“, о внѣшнемъ гнетѣ, испытываемомъ каждымъ индивидуумомъ во имя осуществленія закона, и т. п., которыя у кетлетистовъ связываются съ самымъ фактомъ устойчивости, какова бы она ни была, приурочены въ системѣ Лексиса къ устойчивости сверхъ-нормальной²⁾, и, въ качествѣ главнаго аргумента противъ философскихъ построеній кетлетизма, выдвигается указаніе на то, что массовыхъ явленій со сверхъ-нормальной устойчивостью статистикъ не находятъ въ своемъ полѣ зрѣнія и „всѣ имѣющіяся данныя позволяютъ увѣренно отвергнуть мысль о возможности натолкнуться когда-либо на таковыя“³⁾.

1) *Lexis, Gesetz, S, 239.*

2) Ср. *Борткевичъ*, О статистической закономерности, стр. 149: „Если бы въ статистикѣ получалась наднормальная устойчивость, тогда пришлось бы признать, что независимость единичнаго случая, являющагося элементомъ статистической массы, есть только кажущаяся, и Бокль былъ бы правъ. Но въ томъ то и дѣло, что наднормальная устойчивость никогда въ дѣйствительности не встрѣчается“.

3) *Lexis, Theorie der Massenerscheinungen, S. 92; ср. S. 13, 22, 34* („typische Wahrscheinlichkeitsgrößen mit unternormaler Dispersion, entsprechend... einem unregelmässigen Spiel, bei dem durch absichtliche Einwirkung die Ergebnisse der einzelnen Versuchsreihen dem Mittelwerte näher gerückt werden, als es bei einem Zufallsspiel mit constanten Chancen zu erwarten wäre“); *Ueber die W-rechnung und deren Anwendung auf die Statistik, S. 444—445* („Besonders aber möchte ich hervorheben, dass ich die normale Dispersion nur insofern für eine minimale... halte, als es sich um unverbundene Massenerscheinungen handelt, deren einzelne Serien empirische W-verhältnisse ergeben. Es ist nicht abzusehen, wie die Einzelwerte solcher Verhältnisse, wenn man sie in grösserer Anzahl überschaut, eine geringere Dispersion zeigen sollten als die Ergebnisse eines analog eingerichteten Zufallsspiels, das den reinsten Typus von unverbundenen Massenerscheinungen mit einer festen Wahrscheinlichkeit bildet. Wenn in 20 oder 30 Reihen von je 1000 Zügen aus einer Urne mit gleichviel schwarzen und weissen Kugeln die Zahl der jedesmal gezogenen schwarzen Kugeln nur zwischen 490 und 510 schwankte oder überhaupt eine erheblich grössere Stabilität zeigte, als nach der kombinatorischen Rechnung der wahrscheinlichen Abweichung zu erwarten wäre, so würde man getrost behaupten können, das Spiel werde auf irgend eine Art gefälscht, d. h. es werde mit Rücksicht auf die Erzielung eines bestimmten numerischen Endverhältnisses auf die einzelnen Züge eingewirkt, oder dieselben seien nicht unverbunden, wie vorausgesetzt wurde. So weist also auch z. B. das Geschlechtsverhältnis der Geborenen den grössten Grad von Stabilität auf, der mit der Annahme, dass

Точка зрѣнія Лексиса на сверхъ-нормально устойчивыя массовыя явленія, раздѣляемая большинствомъ его учениковъ и почти безраздѣльно господствующая въ наукѣ ¹⁾, должна быть въ настоящее время оставлена. Она не отвѣчаетъ ни фактамъ, ни теоретическимъ построениямъ. А вмѣстѣ съ тѣмъ отпадаетъ и тотъ компромиссъ съ кетлетизмомъ, на который

die Einzelfälle hinsichtlich der Geschlechtsbestimmung unabhängig voneinander seien noch vereinbar ist. Wäre die durchschnittliche Abweichung vom Mittelwerte noch erheblich geringer, so müsste man voraussetzen, dass ein geheimnissvoller Zusammenhang zwischen den einzelnen Geburten bestehe, vermöge dessen eine grössere Konstanz des Geschlechtsverhältnisses erzeugt werde, als sie die durch Versuchsreihen eines Zufallsspiels gegebenen empirischen Ausdrücke einer festen Wahrscheinlichkeit besitzen. Ich bestreite keineswegs, dass es auch Zahlenverhältnisse von Massenerscheinungen geben kann, welche wirklich einen grössern Grad von Konstanz aufweisen als den der normalen Dispersion entsprechenden; . . . aber es läge dann eine andere Kategorie von Massenerscheinungen, die der verbundenen vor, die dem Typus der Zufallsspiele nicht mehr entsprechen und uns auf spezielle unbekannte Kausalzusammenhänge hinweisen“); Sulle medie normali, p. 359 („tra loro legati con relazioni misteriose“); Moralstatistik, S. 869; Abhandlungen, S. 177—179 (eine jene obere Grenze überschreitende Stabilität einer Verhältniszahl würde darauf hinweisen, dass die untersuchte Massenerscheinung eine innerlich verbundene oder dass sie gewissen regulierenden Eingriffen oder Normen unterworfen sei. Sie würde mehr oder weniger dem Bereiche der planmässigen Ordnung oder der gebietenden Gesetze angehören“), 180—182.

Напротивъ, въ статьѣ Naturgesetzlichkeit und statistische Wahrscheinlichkeit (Abhandlungen, S. 232; см. также Theorie der Massenerscheinungen, S. 30) Лексисъ допускаетъ возможность появления сверхъ-нормальной устойчивости и безъ непосредственно къ тому направляемаго волевого вмѣшательства (см. ниже стр. 409).

¹⁾ См., напримѣръ, *Geigel*, Ueber die Stabilität des Geschlechtsverhältnisses der Gestorbenen, S. 4; *Kamman*, Das Geschlechtsverhältnis der Ueberlebenden, S. 31, 45; *Schmidt*, Beiträge, S. 11; *Broggi*, Di un problema fondamentale, p. 406; *Czuber*, W-rechnung, II, S. 46—47; *Blaschke*, Vorlesungen, S. 147; *Blaschke*, Die Anwendbarkeit der W-lehre im Versicherungswesen S. 631—632; къ сходнымъ взглядамъ, независимо отъ Лексиса, склоняется *Bertrand*, Calcul des probabilités, p. XXX.

Иначе смотритъ на дѣло *Edgeworth*, Methods of statistics, p. 192 („I do not feel quite satisfied that, even with the reservations admitted by Prof. Lexis, the modulus calculated upon the combinatorial principle is in general an inferior limit of the physical modulus“). Ср. *Gini*, Contributo, p. 1218: случаи сверхъ-нормальной устойчивости „non si sono finora incontrate, ma non è punto impossibile che si incontrino“.

Лексисъ готовъ былъ идти въ увѣренности, что сверхъ-нормальной устойчивости никогда не встрѣтится внѣ сферы явленій, стоящихъ подъ непосредственнымъ воздѣйствіемъ охраняющей „законъ“ воли. Лексисъ, безспорно, правъ, когда утверждаетъ, что выводы кетлетистовъ, приурочиваемые ими къ самому факту устойчивости, имѣютъ подъ собою нѣкоторую почву лишь въ случаѣ устойчивости сверхъ-нормальной: предполагать, что есть въ дѣйстви факторы, связывающіе свободу отдѣльныхъ индивидуумовъ во имя осуществленія закона, можно съ нѣкоторымъ основаніемъ лишь въ томъ случаѣ, когда колебанія чиселъ не достигаютъ нормальнаго уровня. Но Лексисъ самъ повторяетъ ошибку кетлетистовъ, когда дѣлаетъ скачокъ къ утвержденію, будто сверхъ-нормальный характеръ устойчивости служитъ доказательствомъ справедливости такого предположенія. Сверхъ-нормальная устойчивость свидѣтельствуетъ лишь о томъ, что единичныя явленія не представляются „независимыми“ другъ отъ друга. Но независимость ихъ можетъ и не носить того характера, который приписывается ей философскими построеніями кетлетистовъ. Какъ въ случаѣ устойчивости ниже нормы связь между отдѣльными явленіями, обусловливаясь колебаніями общихъ жизненныхъ условій, можетъ и не покоиться на волевомъ вмѣшателствѣ въ ходъ событій, такъ и устойчивость выше нормы можетъ вызываться дѣйствіемъ факторовъ, ничего общаго не имѣющихъ съ сознательной регулировкой теченія дѣлъ въ цѣляхъ достиженія арифметическаго равновѣсія между числами повтореній разныхъ событій. Мы видѣли, на примѣръ, что устойчивость получаетъ сверхъ-нормальный характеръ, если при извлеченіи шаровъ изъ урны вынутый шаръ не возвращается въ урну. Мы знаемъ, съ другой стороны, что сверхъ-нормальная устойчивость ряда частостей, въ основѣ которыхъ лежитъ вѣроятность „неизмѣннаго состава“ (см. выше стр. 320). Между тѣмъ, какъ при той, такъ и при другой постановкѣ эксперимента можетъ и не быть на лицо сознательнаго преслѣдованія задачи смягчать колебанія частостей около ихъ средняго уровня путемъ взаимной компенсаціи отклоненій. Конечный результатъ можетъ достигаться сплетеніемъ обстоятельствъ, столь же далекихъ отъ

планомѣрнаго вмѣшательства задающейей такую цѣлью воли, какъ въ случаѣ колебаній, превышающихъ норму ¹⁾). Такимъ образомъ, если бы даже всѣ статистическія числа, изслѣдованныя Лексисомъ и его учениками, оказались сверхъ-нормально устойчивыми, фактъ этотъ самъ по себѣ еще не давалъ бы кетлетистамъ права торжествовать побѣду: Лексисъ безъ нужды такъ легко сдалъ кетлетизму эту позицію.

Неосторожная уступка Лексиса не повлекла за собою неудобныхъ для него послѣдствій лишь благодаря случайности: Лексисъ не натолкнулся на сверхъ-нормально устойчивыя явленія. Между тѣмъ, въ одномъ случаѣ онъ былъ очень близокъ къ этому. Одна изъ самыхъ сильныхъ страницъ въ полемикѣ Лексиса съ кетлетизмомъ привлекаетъ лингвистическія данныя къ опроверженію взгляда, будто устойчивость массовыхъ результатовъ связываетъ свободу индивидуальныхъ рѣшеній. „Сочтемъ въ какомъ-нибудь томѣ сочиненій Гете, какъ часто встрѣчается въ немъ буква *e* и подсчитаемъ также общее число буквъ въ этомъ томѣ. Отношеніе перваго числа ко второму дастъ намъ эмпирическое выраженіе для вѣроятности буквы *e* въ нѣмецкой рѣчи. Для другого тома сочиненій Гете, по всѣмъ вѣроятіямъ (это можно заключить, напримѣръ, изъ интереснаго изслѣдованія, произведеннаго Гагеномъ относительно повторенія буквы *e* во Введеніи къ механикѣ Эйтельвейна), установилось бы почти то же самое приближенное значеніе этой вѣроятности. И если бы мы рассыпали наборъ и изъ кучи буквъ, на удачу, произвели столько извлеченій отдѣльныхъ буквъ, бросая вынутую букву каждый разъ назадъ въ кучу, сколько имѣется буквъ въ томѣ, то эти извлеченія опять-таки дали бы намъ то же самое значеніе вѣроятности *e*. Но неужели эта устойчивость частоты буквы *e* или какой-либо иной буквы, зависящая отъ фонетическаго характера нѣмецкаго языка, связывала свободу мысли и изложенія Гете? Разумѣется, нѣтъ; Гете нанизывалъ въ большомъ числѣ и разнообразіи нѣмецкія слова

¹⁾ Отвергая, въ силу этихъ соображеній, Лексисову антитезу сверхъ-нормально устойчивыхъ явленій, какъ связанныхъ, *verbundene*, и прочихъ, какъ свободныхъ, *unverbundene*, я избѣгаю употреблять и самые термины.

одно на другое, не заботясь объ относительной частости буквы *e* въ нихъ“ 1).

Своей яркостью подысканный Лексисомъ примѣръ производитъ глубокое впечатленіе 2). Но Лексисъ побиваетъ имъ не только кетлетистовъ, но и самого себя. Подсчитаемъ частость буквы *e* въ отдѣльныхъ строкахъ тѣхъ двухъ страницъ, на которыхъ Лексисъ развиваетъ этотъ аргументъ противъ выводовъ кетлетизма. Для страницы 20 (принимая во вниманіе только полныя строки и отбрасывая тѣ, которыми начинается или кончается абзацъ) я нахожу среднюю частость *e* равною 17,7%; число строкъ 26, среднее число буквъ въ строкѣ 55; коэффициентъ *Q*, характеризующій собою степень устойчивости, оказывается равнымъ 0,71. Для слѣдующей страницы (стр. 21) при томъ же среднемъ числѣ буквъ въ строкѣ средняя частость *e* оказывается равною 19,7%; *Q* устанавливается равнымъ 0,88. Такимъ образомъ, мысль самого Лексиса, когда онъ излагалъ свои соображенія о независимости воли писателя отъ гнета устойчиваго буквеннаго состава начертываемыхъ имъ строкъ, выливалась въ формы, характеризуемая устойчивостью, значительно превышающей нормальный уровень. То же встрѣчаемъ мы въ твореніяхъ Гете. Возьмемъ, на примѣръ, 50 первыхъ строкъ монолога Тассо въ четвертомъ дѣйствіи, сцена 3. Средняя частость *e* устанавливается равною 15,3% при 33 буквахъ въ строкѣ; $Q=0,64$. Для 50 первыхъ строкъ монолога Тассо въ первой сценѣ того же дѣйствія при среднемъ числѣ буквъ въ строкѣ, равномъ 28, частость *e* устанавливается въ среднемъ равною 13,7%, а *Q* равняется 0,79. Если бы, слѣдовательно, Лексисъ не ограничился разсужденіемъ о томъ, какой смыслъ должно влагать въ устойчивость массовыхъ результатовъ въ данномъ случаѣ, а произвелъ бы измѣренія ея степени, то онъ встрѣтилъ бы массовое явленіе съ ясно выраженною сверхъ-нормальною устойчивостью и былъ бы силою собственныхъ доводовъ убѣ-

1) *Lexis*, Theorie der Massenerscheinungen, S. 20.

2) См., на примѣръ, *John*, Statistik und Probabilität, S. 45.

жденъ въ томъ, что сверхъ-нормальная устойчивость не говоритъ еще о гнетѣ закона и т. п. ¹⁾).

Одного убѣжденія въ томъ, что математическая теорія вѣроятностей открываетъ возможность объяснять сверхъ-нормальную устойчивость безъ ссылокъ на какія бы то ни было „таинственные связи между единичными случаями“, для статистика, однако, недостаточно. Необходимо конкретнѣе намѣтить тѣ моменты, которые оказываются способными породить сверхъ-нормальную устойчивость въ массовыхъ явленіяхъ общественной жизни ²⁾).

¹⁾ Надо, впрочемъ, сказать, что примѣръ, выбранный Лексисомъ, не очень удаченъ: вниманіе писателя, несомнѣнно, всегда въ большей или меньшей мѣрѣ обращено на то, чтобъ рѣчь не утомляла монотоннымъ повтореніемъ однихъ и тѣхъ же звуковъ, и воля Гете въ извѣстной степени была связана заботами объ устойчивости относительнаго числа буквъ *e* въ его стихахъ (ср. *Hagen, Grundzüge, S. 62*).

То же слѣдуетъ замѣтить и относительно аналогичнаго примѣра сверхъ-нормальной устойчивости, приводимаго Эджвортомъ. Эджвортъ подвергаетъ изслѣдованію устойчивость относительнаго числа дактилей въ гекзаметрахъ Овидія и Виргилія (принимая при этомъ во вниманіе, разумѣется, лишь первыя четыре стопы, остающіяся по правиламъ стихосложенія свободными; пятая, какъ извѣстно, обязательно дактиль, а шестая не можетъ быть дактилемъ). Среднія частоты различны для обоихъ поэтовъ, а устойчивость ихъ сверхъ-нормальна: установивъ свой стиль, поэтъ уже выдерживаетъ его (*Edgeworth, Methods of statistics, p. 211—213; ср. Methods of ascertaining variations, p. 634—639. Cf. Lexis, Ueber die W-rechnung und deren Anwendung, S. 444*). То же самое, повидимому, наблюдается и въ ритмѣ прозы—см. *Kullmann, Statistische Untersuchungen, S. 292—293, 300—302*.

²⁾ Въ сторонѣ отъ теоретическихъ объясненій остается, разумѣется, тотъ случай, когда повышенная устойчивость статистическихъ чиселъ покоится на подлогѣ. Если, напримѣръ, волостной писарь, не желая затруднять себя излишней работою, будетъ изъ года въ годъ проставлять въ отсылаемыхъ имъ таблицахъ одни и тѣ же числа, то считаться съ такою устойчивостью, очевидно, приходится уже не теоріи статистики. Поразительный образецъ сверхъ-нормальной устойчивости такого, именно, происхожденія открытъ Лексисомъ въ *Statistique Internationale* Кетле и Heuschling'a. Ученикъ Лексиса Штаркъ, разрабатывая матеріалы этого изданія, натолкнулся на исключительно высокую устойчивость относительнаго числа мальчиковъ среди мертворожденныхъ во Франціи за 1831—1845 гг.: *Q* оказалось равнымъ 0,52, при чемъ въ теченіе десятилѣтія 1831—1840 гг. числа колеблются лишь между 1,4480 и 1,4481. Данныя, по которымъ вычислены эти отношенія, были получены Кетле отъ Легуа. Такъ какъ официальная французская статистика публикуетъ свѣдѣнія о мертворожденныхъ лишь съ 1836 г., да и то до

Здѣсь, прежде всего, бросаются въ глаза нормативныя повелѣнія закона. Законъ устанавливаетъ, на примѣръ, численный составъ арміи съ распредѣленіемъ по родамъ оружія, и вся мощь государства порукою въ томъ, что уклоненій отъ намѣченныхъ нормъ не будетъ. Законъ обязываетъ прививать дѣтямъ въ извѣстномъ возрастѣ оспу или отдавать дѣтей въ школу; если за выполненіемъ предписаній строго слѣдятъ, то, понятно, относительныя числа дѣтей привитыхъ и не привитыхъ, обучающихся и остающихся безъ грамоты, не будутъ сильно колебаться отъ года къ году. Въ томъ же направленіи могутъ дѣйствовать велѣнія нравственнаго закона, обычаи, мода, взаимный уговоръ. Во всѣхъ подобныхъ случаяхъ устойчивость вполне понятна въ предположеніи, что законы и уговоры соблюдаются строго и „предметомъ изслѣдованія могутъ быть здѣсь“, указываетъ Лексисъ, „не сами числа и ихъ колебанія, а только лежація въ основѣ ихъ нормы“¹⁾.

1841 г. неполныя, то Лексисъ первоначально думалъ, что Легуа произвелъ для Кетле выборку изъ неопубликованныхъ матеріаловъ. Заинтересовавшись открытой Штаркомъ сверхъ-нормальной устойчивостью, Лексисъ вычислилъ по даннымъ таблицы Легуа относительное число мальчиковъ среди мертворожденныхъ для времени до 1830 г. и получилъ для всѣхъ лѣтъ съ начала XIX вѣка вплоть по 1840 г. одну и ту же величину 1,448. Равнымъ образомъ, для отношенія числа мертворожденныхъ къ общему числу новорожденныхъ получилось для всѣхъ лѣтъ съ начала вѣка по 1840 г. одно и то же число: 0,03276. Далѣе оказалось, что какъ-разъ этой величинѣ равно относительное число мертворожденныхъ въ среднемъ за пятилѣтіе 1841—1845 гг.,— первое пятилѣтіе, когда эти данныя начали официально публиковаться и когда, вмѣстѣ съ тѣмъ, въ относительномъ числѣ мертворожденныхъ начали обнаруживаться колебанія отъ года къ году; съ другой стороны, какъ-разъ 1,448 равняется въ среднемъ число мальчиковъ, приходящихся на тысячу дѣвочекъ, среди мертворожденныхъ за то же пятилѣтіе. „Въ такихъ условіяхъ“—замѣчаетъ Лексисъ. (Abhandlungen, S. 178, Anmerkung)—„можно съ вѣроятностью, бесконечно близкою къ достовѣрности, утверждать, что для времени до 1841 г. числа въ таблицѣ Легуа не покоятся на дѣйствительныхъ наблюденіяхъ, а вычислены позднѣе, при чемъ число мертворожденныхъ опредѣлялось по числу рожденій на основаніи средняго отношенія за пятилѣтіе 1841—1845 гг. (0,03276), а затѣмъ полученное число мертворожденныхъ распредѣлялось между мальчиками и дѣвочками въ отношеніи 1448 : 1000“.

¹⁾ Ср. *Lexis*, Abhandlungen, S. 179—182; Theorie der Massenerscheinungen, S. 11—12. По поводу этой ссылки на Лексиса *Кистяковскій* (рецензія

Покоящіяся на велѣніяхъ закона и т. п. сверхъ-нормально устойчивыя числа порождаютъ, въ свою очередь, повышенную противъ нормы устойчивость въ другихъ числахъ, не имѣющихъ непосредственнаго касательства къ предписаніямъ законовъ. Составъ арміи по родамъ оружія опредѣляется закономъ; въ то же время, условія, вліяющія на самоубійства или на несчастные случаи разныхъ родовъ, не по одинаковому складываются въ пѣхотѣ, кавалеріи и т. д. Отсюда, въ силу извѣстныхъ намъ свойствъ массовыхъ явленій „неизмѣннаго состава“, вытекаетъ, что частость самоубійствъ или несчастныхъ случаевъ въ арміи должна обнаруживать устойчивость сверхъ-нормальную ¹⁾).

Во всѣхъ разсмотрѣнныхъ случаяхъ повышенная противъ нормы устойчивость сводится, прямо или отраженно, къ волевымъ моментамъ, закрѣпляющимъ—въ мѣру власти провести требованія—неизмѣнность состава массъ. Но массы неизмѣннаго или—что, съ точки зрѣнія разбираемой про-

на „Очерки“, стр. 16) замѣчаетъ, что, подойдя здѣсь къ интересному вопросу о соотношеніи между статистикой и политикой, я уклоняюсь отъ его постановки и тѣмъ даю поводъ думать, будто отрицаю самую проблему. Между тѣмъ ранѣе, указываетъ Кистяковскій (стр. 14), я не только интересовался отношеніемъ статистики къ тому, что должно быть, но и вполне опредѣленно намѣтилъ эту проблему въ статьѣ „Статистика и статистическій методъ“. Въ этомъ Кистяковскій усматриваетъ нѣкоторое противорѣчіе. Такого упрека я не могу признать справедливымъ. Статья о „статистикѣ и статистическомъ методѣ, ихъ жизненномъ значеніи и научныхъ задачахъ“ беретъ тему въ иной, болѣе широкой постановкѣ, нежели „Очерки“, и изъ того, что я теперь не касаюсь ряда вопросовъ, по которымъ счелъ нужнымъ высказаться тогда, нельзя дѣлать вывода, что я измѣнилъ свой взглядъ на ихъ значеніе и научный интересъ. Точки зрѣнія, высказанныя въ статьѣ о „статистикѣ и статистическомъ методѣ“, раздѣляются мною и сейчасъ. Но я нахожу болѣе цѣлесообразнымъ не затрагивать поднятыхъ Кистяковскимъ вопросовъ въ связи мыслей настоящихъ „Очерковъ“, дабы не отклонять вниманія читателей отъ главной темы.

По тѣмъ же основаніямъ не могу я признать „логическимъ пробѣломъ“, подлежащимъ заполненію на страницахъ „Очерковъ“, и (отмѣченное Кистяковскимъ на стр. 10) умолчаніе о проблемѣ развитія, хотя и раздѣляю въ полной мѣрѣ мнѣніе Кистяковского о высококомъ научномъ интересѣ этой проблемы.

²⁾ Ср. *Lexis*, Abhandlungen, S. 228, 229; *Borkewitsch*, Kritische Betrachtungen, I, S. 666—667.

блемы, безразлично,—сверхъ-нормально устойчиваго состава могутъ появляться въ полѣ зрѣнія статистика и безъ того, чтобъ были замѣшаны какіе бы то ни было волевые моменты. Наиболѣе яснымъ тому примѣромъ служить половой составъ населенія. При отсутствіи эмиграціи и иммиграціи населеніе обновляется лишь смертностью и рождаемостью. Доля мужчинъ въ немъ можетъ повыситься, если за извѣстное время умереть мужчинъ не пропорціонально мало или родится относительно много. Но эти перемѣны, даже при очень высокой рождаемости и смертности, затрагиваютъ въ теченіе не слишкомъ длинныхъ промежутковъ времени крайне незначительную долю населенія. Предположимъ,—въ довольно близкомъ соотвѣтствіи съ дѣйствительностью,—что колебанія относительнаго числа мужчинъ среди рождающихся и среди умирающихъ не далеки отъ нормы. Въ такомъ случаѣ, какъ не трудно убѣдиться путемъ несложныхъ арифметическихъ подсчетовъ, колебанія относительнаго числа мужчинъ въ населеніи неизбѣжно окажутся ниже тѣхъ, какія отвѣчали бы нормальной дисперсіи при условіи, что весь составъ населенія обновляется путемъ жребія. Равнымъ образомъ, и въ возрастной составъ населенія смѣна поколѣній вноситъ при обычномъ теченіи жизни перемѣны менѣе значительныя, нежели отвѣчало бы нормальному уровню дисперсіи ¹⁾. Между тѣмъ оба эти момента (полъ и возрастъ) такъ сильно отражаются на большинствѣ явленій, изучаемыхъ статистикою, что постоянства состава общественныхъ массъ въ этихъ двухъ отношеніяхъ было бы уже достаточно для возникновенія во множествѣ сверхъ-нормально устойчивыхъ массовыхъ явленій. Если же мы въ дѣйствительности не встрѣчаемъ массовыхъ явленій сверхъ-нормально устойчивыхъ, то причинъ надо искать не въ томъ, чтобъ не было въ дѣйствиіи факторовъ, повышающихъ устойчивость противъ нормы, а въ томъ, что дѣйствіе такихъ моментовъ перекрывается дѣйствіемъ хорошо намъ знакомыхъ иныхъ, имѣющихъ тенденцію понижать устойчивость ²⁾.

¹⁾ Ср. *Lexis*, Abhandlungen, S. 231, 232; *Borthewitsch*, Krit. Betr., I, S. 679.

²⁾ Ср. *Gini*, Contributo, p. 1203. Наличие факторовъ, повышающихъ устойчивость противъ нормы, можетъ быть въ нѣкоторыхъ случаяхъ обнару-

Не трудно, далѣе, убѣдиться, что въ обстановкѣ изучаемыхъ статистиками явленій неизмѣнно имѣются на-лицо условія, которыя напоминаютъ объ иной схемѣ происхожденія сверхъ-нормальной устойчивости,—объ экспериментѣ вниманія шаровъ изъ урны безъ возвращенія вынутаго шара обратно въ урну. Когда, напимѣръ, смерть выхватываетъ изъ населенія лицо того или иного пола, его мѣсто никѣмъ,

жена эмпирически при помощи слѣдующаго приѣма, элиминирующаго въ извѣстной степени вліяніе противодѣйствующихъ имъ моментовъ (приѣмъ этотъ представляетъ модификацію „дифференціального метода“ Borel'я—ср. *Borel, Sur l'emploi de la méthode différentielle; Sur l'étude des variations des quantités statistiques*). Обозначимъ черезъ $p_1, p_2, p_3, \dots, p_{2\mu}$ значенія изслѣдуемаго числа для ряда послѣдовательныхъ лѣтъ (мѣсяцевъ и т. п.); образуемъ разности $p_1 - p_2 = \delta_1, p_3 - p_4 = \delta_2, \dots, p_{2\mu-1} - p_{2\mu} = \delta_\mu$ и вычислимъ сумму квадратовъ этихъ разностей. Въ условіяхъ нормальной устойчивости

отношеніе $\sqrt{\frac{[\delta_1^2 + \delta_2^2 + \dots + \delta_\mu^2]}{\mu - 1}}$ къ $\sqrt{\frac{2p(1-p)}{n}}$ (гдѣ $p = \frac{p_1 + p_2 + \dots + p_{2\mu}}{2\mu}$,

а n — среднее число испытаній въ группѣ) должно приблизительно равняться 1. Такъ, напимѣръ, и оказывается для помѣсячныхъ колебаній доли мальчиковъ среди новорожденныхъ города Москвы за 1893—1896 гг.; обозначая разсматриваемое отношеніе черезъ Q' въ отличіе отъ вычисляемаго обычнымъ порядкомъ Q , мы находимъ здѣсь $Q' = 0,9$ при $Q = 0,94$. Напротивъ, Q' будетъ отличаться отъ 1, если условія нормальной устойчивости не соблюдены. Если, при этомъ, нѣтъ на лицо моментовъ, повышающихъ устойчивость противъ нормы, или моменты, ее понижающіе, настолько сильны, что перевѣшиваютъ, то Q' получится больше 1. Если же Q' получится замѣтно меньше 1, то это свидѣтельствуетъ съ несомнѣнностью, что есть въ дѣйствиіи факторы, умѣряющіе колебанія изучаемыхъ чиселъ и понижающіе ихъ противъ нормы, но что при обычномъ порядкѣ изученія колебаній вліяніе этихъ факторовъ перекрывается противоположными вліяніями. Примѣняя указанный приѣмъ къ фактическому матеріалу, мы убѣждаемся (ср. работы Бореля), что дѣйствиіе факторовъ, понижающихъ устойчивость, въ большинствѣ случаевъ замѣтно ослабѣваетъ съ переходомъ къ этому способу характеристики размѣровъ колебаній, хотя, разумѣется, далеко не всегда настолько, чтобы съ ясностью проступило вліяніе интересующихъ насъ моментовъ. Для доли мальчиковъ среди законноживорожденныхъ Австріи за 1866—1897 гг. Борель (*Sur l'emploi*, p. 285) находитъ, при $Q=1,4$, Q' равнымъ единицѣ. Для колебаній доли мужчинъ среди самоубійцъ въ Даніи за 1861—1886 гг., характеризуемыхъ величиною $Q = 1,2$, я нахожу и $Q' = 1,2$; для Гессена за 1881—1894 гг. $Q = 1,4$, а $Q' = 1,2$. Но для Баваріи за 1881—1894 гг. $Q = 1,2$, а $Q' = 0,74$; равнымъ образомъ для Берлина за 1892—1906 гг. $Q = 1,2$, а $Q' = 0,71$. Доля повѣсившихся среди мужчинъ самоубійцъ даетъ для Берлина за 1892—1901 гг. $Q = 0,9$ и $Q' = 0,56$.

вѣдь, не заступається съ такою правильноścią, какъ отвѣчало бы схемѣ возвращенія вынутаго шара назадъ въ урну, и случайный перевѣсъ одного пола среди умершихъ за нѣкоторое время неминуемо ведетъ къ тому, что среди живущихъ равновѣсіе перемѣщается въ пользу другого пола, а вмѣстѣ съ тѣмъ повышаются шансы встрѣтить представителей этого, именно, пола среди покойниковъ въ дальнѣйшемъ ¹⁾).

Сверхъ-нормальная устойчивость можетъ, слѣдовательно, возникать въ самыхъ разнообразныхъ условіяхъ. При всемъ своемъ разнообразіи, условія эти сходны въ одномъ: сверхъ-нормальная устойчивость, какъ и сверхъ-нормальная дисперсія, неизмѣнно предполагаетъ, что единичные случаи, охватываемые одною совокупностью, не представляются „независимыми“ другъ отъ друга. Но характеръ зависимости можетъ быть различный. Она можетъ сводиться къ умышленному подгонянію хода событій подъ заранее намѣченный численный шаблонъ, но можетъ также возникать „самопроизвольно“, въ силу естественныхъ условій существованія человѣческаго обществa, безъ того, чтобы съ чьей-либо стороны прилагались заботы „о соблюденіи закона“. Непостижимаго въ сверхъ-нормальной устойчивости не больше, чѣмъ въ устойчивости, не достигающей нормального уровня. Какъ въ томъ, такъ и въ другомъ случаѣ теорія вѣроятностей даетъ достаточную опору для объясненія устойчивости стеченіями обстоятельствъ, ничего загадочнаго въ

¹⁾ Ср. *Gini, Contributo*, p. 1203. *Борткевичъ* (Задачи и концепціи, стр. 368, прим.) замѣчаетъ, что эта конструкция вызываетъ недоумѣнія: „выходить, будто извѣстное число смертныхъ случаевъ должно произойти, и вопросъ заключается въ томъ, кого именно смерть выхватитъ изъ населенія“. Откуда это выходитъ, я не вижу. На то, чтобы должно было произойти опредѣленное число смертныхъ случаевъ, выше нѣтъ и намека: рѣчь идетъ не о числѣ покойниковъ и его колебаніяхъ, а о распредѣленіи умершихъ по полу. По существу же указаніе на то, что со смертью лица опредѣленного пола число таковыхъ сокращается на единицу, а вмѣстѣ съ тѣмъ,—въ предположеніи, что общія условія остаются безъ перемѣны,—вступаютъ въ дѣйствіе моменты, повышающіе устойчивость полового состава умершихъ противъ нормы, представляется мнѣ безспорнымъ.

себѣ не таящими и допускающими одинаково точное описаніе и учетъ ¹⁾).

1) Въ рецензіи на мои „Очерки“ *Борткевичъ* выступаетъ противъ отстаиваемой мною точки зрѣнія на сверхъ-нормально устойчивыя явленія, поскольку она связана съ критикой воззрѣній Лексиса. Съ одной стороны, мною, по мнѣнію Борткевича, не точно переданы взгляды Лексиса: по вопросу о возможности „естественнаго“ способа возникновенія сверхъ-нормальной устойчивости Лексисъ не расходится существенно съ изложенной выше точкой зрѣнія и повиненъ развѣ лишь „въ нѣсколько неосторожномъ способѣ выраженія“ (стр. 367). Съ другой же стороны, я зашелъ слишкомъ далеко въ отрицаніи принципіальнаго значенія того факта, что въ статистикѣ сколько-нибудь ясно выраженная сверхъ-нормальная устойчивость вообще не встрѣчается (стр. 367), и мнѣ „не удалось поколебать то привилегированное положеніе, которое въ системѣ Лексиса занимаетъ случай нормальной устойчивости“ (стр. 368).

Относительно того, поскольку Лексисъ повиненъ въ принципіальномъ заблужденіи и поскольку въ неосторожномъ способѣ выраженія, увѣренно судить трудно. Что Лексисъ не вполнѣ игнорируетъ возможность естественнаго способа возникновенія сверхъ-нормальной устойчивости, мною было отмѣчено. Но рѣдкія оговорки въ этомъ смыслѣ (къ приведенной у меня цитатѣ Борткевичъ добавляетъ еще одну ссылку) настолько заглушаются неустанно повторяемымъ утвержденіемъ, будто сверхъ-нормальная устойчивость „мыслима лишь для такого рода массовыхъ явленій, которыя стоятъ подъ дѣйствіемъ строгихъ волевыхъ законовъ“, что всѣ ученики Лексиса дружнымъ хоромъ подхватываютъ лишь эту мысль, усматривая именно въ ней существенный элементъ Лексисовой теоріи устойчивости и совершенно не замѣчая оговорки.

Большимъ, разумѣется, интересомъ, нежели споръ объ удѣльномъ вѣсѣ этой оговорки въ системѣ взглядовъ Лексиса, обладаетъ вопросъ объ ея принципіальномъ значеніи. Разъ сверхъ-нормальная устойчивость можетъ возникать въ силу обстоятельствъ, столь же далекихъ отъ какого бы то ни было волевого вмѣшательства и таинственнаго гнета, какъ и тѣ, что порождаютъ сверхъ-нормальную дисперсію, то, очевидно, непосредственно изъ факта сверхъ-нормальной устойчивости, буде таковая была бы даже общимъ правиломъ, никакихъ выводовъ въ духѣ Бокля, Ад. Вагнера и ихъ соратниковъ еще нельзя было бы дѣлать, и значеніе, которое школа Лексиса придаетъ въ спорѣ съ кетлетистами тому обстоятельству, что въ дѣйствительности мы вообще встрѣчаемъ сверхъ-нормальную дисперсію и не встрѣчаемъ сверхъ-нормальной устойчивости, представляется преувеличеннымъ; — такъ разсуждаю я. Борткевичъ возражаетъ; но возражаетъ не противъ того, что я утверждаю. „Если бы даже всѣ статистическія числа, изслѣдованныя Лексисомъ и его учениками, оказались сверхъ-нормально устойчивыми, фактъ этотъ самъ по себѣ еще не давалъ бы кетлетистамъ права торжествовать“ — говорю я (см. выше стр. 404), и „фактъ этотъ еще ничего не говорилъ бы

5. Привлекая математическую теорію вѣроятностей къ объясненію раскрытыхъ Лексисомъ и его школою фактовъ, мы получаемъ въ распоряженіе весьма гибкія теоретическія

противъ примѣнимости концепцій теоріи вѣроятностей къ статистикѣ — говорить за меня Борткевичъ (Задачи и концепціи, стр. 367). Понятно, что послѣ такой парафразы моихъ словъ, не находя у меня развитой аргументаціи въ пользу положенія, о которомъ я и рѣчи не веду, Борткевичъ приходитъ къ заключенію: „Чупрову не удалось поколебать то привилегированное положеніе, которое въ системѣ Лексиса занимаетъ случай нормальной устойчивости“ (стр. 368). Споръ о значеніи разбираемаго факта переносится, такимъ образомъ, Борткевичемъ на почву вопроса объ „эмпирическомъ доказательствѣ приложимости теоріи вѣроятностей къ статистикѣ“. Продолжать его на этой почвѣ представляется для меня нѣсколько затруднительнымъ, такъ какъ я (см. выше стр. 391, прим.) вообще не вижу надобности въ подобномъ доказательствѣ и не представляю себѣ, какъ оно могло бы быть построено. Въ чемъ усматриваетъ его самъ Борткевичъ? На стр. 368 онъ говоритъ: „Поскольку вообще можетъ быть рѣчь объ эмпирическомъ доказательствѣ приложимости теоріи вѣроятностей къ статистикѣ, это доказательство не можетъ заключаться ни въ чемъ иномъ, какъ въ констатированіи именно нормальнаго характера дисперсіи“; на стр. 369 Борткевичъ, говоря о фактѣ приближенія уровня устойчивости къ нормѣ съ уменьшеніемъ числа наблюдений, указываетъ, что принципиальное значеніе этого факта „заключается, именно, въ томъ, что онъ какъ бы санкціонируетъ общимъ образомъ приложеніе концепцій теоріи вѣроятностей къ статистическимъ даннымъ“; а передъ тѣмъ на стр. 367 Борткевичъ признаетъ за доказательство приложимости концепцій теоріи вѣроятностей къ статистикѣ также фактъ, что „въ статистикѣ сколько-нибудь ясно выраженная сверхъ-нормальная устойчивость вообще не встрѣчается“. Какова же дѣйствительная сила доказательности этихъ трехъ аргументовъ? Второй изъ нихъ разобранъ выше (см. стр. 389): мы видѣли, что онъ ничего не доказываетъ, кромѣ неудачнаго выбора для измѣренія устойчивости „мѣняющагося“, по выраженію Борткевича, масштаба. Что касается констатированія нормальнаго уровня дисперсіи, то печально было бы положеніе защитниковъ теоріи вѣроятностей, если бъ право на приложеніе ея къ статистикѣ покоилось, дѣйствительно, на этомъ основаніи; ибо нормально устойчивыхъ массовыхъ явленій статистикамъ доселѣ почти не удалось подмѣтить. Да притомъ представляется вообще непонятнымъ, какъ нормальность дисперсіи одного числа (напримѣръ, полового состава рождающихся) можетъ служить доводомъ въ пользу приложимости теоріи вѣроятностей къ изученію иныхъ статистическихъ чиселъ, нормальной устойчивостью завѣдомо не обладающихъ. Остается третій доводъ. Если бы сверхъ-нормальная устойчивость часто встрѣчалась, то пришлось бы — говорить Борткевичъ — „для объясненія такого результата прибѣгнуть къ гипотезѣ, что всегда и вездѣ замѣшана связанность, и что эта связанность неукоснительно вызываетъ именно сверхъ-нормальную устойчивость“; „произвольность по-

схемы, ярко освѣщающія тѣ условія, которыя способны породить въ массовыхъ явленіяхъ большую или меньшую устойчивость характеризующихъ ихъ численныхъ соотношеній. Мы начинаемъ понимать, какъ должны складываться обстоятельства для того, чтобъ устойчивость носила нормальный характеръ, и какого рода стеченіе ихъ повышаетъ и понижаетъ колебанія статистическихъ чиселъ по сравненію съ нормой. Въ то же время, присматриваясь внимательно къ обстановкѣ, въ которой протекаютъ изучаемыя статистикой явленія общественной жизни, мы убѣждаемся, что схемы, конструируемыя теоріей вѣроятностей, не химера, не пустая игра творческаго воображенія забывшихъ о мірѣ житейскомъ математиковъ, а что онѣ, напротивъ, находятъ себѣ полное соотвѣтствіе въ условіяхъ дѣйствительной жизни. Мы въ состояніи опредѣленно указать въ условіяхъ существованія человѣческаго общежитія такія обстоятельства, которыя имѣютъ тенденцію поднимать устойчивость массовыхъ явленій противъ нормы, равно какъ и такія, которыя повышаютъ ихъ колебанія. Но эти противоположныя вліянія не дѣйствуютъ, какъ правило, раздѣльно, а постоянно скрещиваются, такъ что каждое отдѣльное массовое явленіе носитъ на себѣ одновременно печать всей ихъ лестрой совокуп-

добной гипотезы очевидна—добавляетъ онъ (стр. 368), не указывая точнѣе что, собственно, въ этой гипотезѣ онъ находитъ произвольнымъ. „Связанность“ отдѣльныхъ явленій мы вынуждены принимать и въ случаѣ сверхнормальной дисперсін. Наличие въ обстановкѣ изучаемыхъ статистикою массовыхъ явленій такого рода связанности, которая порождаетъ сверхнормальную устойчивость, наряду съ такою, которая повышаетъ колебанія статистическихъ чиселъ противъ нормы, не можетъ подлежать сомнѣнію. И произвольно можетъ казаться развѣ лишь оцѣнка сравнительнаго вѣса моментовъ того и другого рода. Если Борткевичъ имѣетъ въ виду именно это, то я готовъ согласиться, что сверхнормальная устойчивость статистическихъ чиселъ заставила бы внести въ наши представленія о ходѣ явленій поправки, довольно неожиданныя и труднопріемлемыя, если бы встрѣчалась очень часто. Но и только! Иного, болѣе принципиальнаго значенія—значенія *exigentium signis* въ вопросѣ о приложимости концепцій теоріи вѣроятностей къ статистическимъ даннымъ—придавать разсматриваемому факту нельзя, если не возвращаться къ тѣмъ точкамъ зрѣнія, которыя были въ ходу во времена разгара борьбы противъ кетлетизма.

ности ¹⁾. Присмотримся, для примѣра, къ половому составу умирающихъ и его погоднымъ колебаніямъ. Если бы вѣроятность смерти для мужчинъ и для женщинъ была одна и та же и относительное число мужчинъ среди умирающихъ опредѣлялось относительнымъ числомъ ихъ среди живущихъ подобно тому, какъ частость бѣлыхъ шаровъ при извлеченіи изъ закрытой урны опредѣляется относительнымъ числомъ ихъ въ урнѣ, то устойчивость полового состава умирающихъ должна была бы нѣсколько превышать нормальный уровень въ силу того, что условіямъ задачи отвѣчаетъ схема опыта выниманія шаровъ безъ возвращенія вынутаго шара въ урну обратно ²⁾. Въ томъ же направленіи, смягчая колебанія, дѣйствуетъ, да-дѣе, то обстоятельство, что самыя вѣроятности умереть для мужчинъ и для женщинъ не представляются одинаковыми а населеніе по своему распредѣленію на полы приближается къ типу массъ „неизмѣннаго состава“. А, съ другой стороны, самыя вѣроятности смерти для мужчинъ и для женщинъ не остаются отъ года къ году безъ перемѣнъ, и колебанія ихъ, поскольку не идутъ параллельно другъ другу, понижаютъ устойчивость относительнаго числа мужчинъ среди умирающихъ,—по сравненію съ нормой. Такимъ образомъ, устойчивость полового состава умирающихъ, обнаруживающаяся въ конечномъ результатѣ, представляетъ равнодѣйствующую противоположныхъ вліяній и, смотря по тому, что пересилить, можетъ оказаться и выше, и ниже. Въ дѣтскомъ возрастѣ, какъ мы видѣли, колебанія вѣроятностей смерти для мальчиковъ и для дѣвочекъ въ общемъ сходны, и, въ силу этого, повышающія устойчивость вліянія оказываются достаточно сильными, чтобъ дать въ итогъ устойчивость, близкую къ нормѣ. Но въ возрастѣ рабочемъ берутъ верхъ сильнѣе расходящіяся здѣсь колебанія вѣроятностей смерти, и устойчивость получается далеко ниже нормы. А въ иныхъ условіяхъ жизни, сглаживающихъ различія въ колебаніяхъ смертности мужской и женской въ рабочемъ возрастѣ и усили-

¹⁾ Ср. *Bortkewitsch*, *Kritische Betrachtungen*, I, S. 670; *Bruns*, *W-rechnung und K-lehre*, S. 209; *Gini*, *Contributo*, p. 1203; *Gini*, *Il sesso*, p. 151—156.

²⁾ Ср. *Gini*, *Il sesso*, p. 157.

вающихъ ихъ для возраста дѣтскаго, устойчивость полового состава умирающихъ оказалась бы выше нормы въ первые годы жизни и недалекою отъ нормальнаго уровня въ зрѣломъ возрастѣ.

Большая или меньшая устойчивость того или иного статистическаго числа представляется, такимъ образомъ, явленіемъ того же порядка, какъ, на примѣръ, неизмѣнность высоты Монблана ¹⁾. Она обусловлена дѣйствіемъ сложной сѣти номографическихъ, „вѣчныхъ“ законовъ причинной связи, съ одной стороны, и преходящимъ, идиографическимъ сплетеніемъ обстоятельствъ, съ другой. Монбланъ, какъ былъ вѣка тому назадъ, такъ остается нынѣ и долго будетъ оставаться впредь наивысшей точкою европейскаго материка, такъ какъ земной шаръ вышелъ уже изъ тсй полосы своей жизни, когда грандіозные геологическіе перевороты непрерывно ломали его кору: извѣстные намъ законы дѣйствія тѣхъ силъ, которыя нынѣ вліяютъ на рельефъ земной поверхности, порукою въ томъ, что повторныя измѣренія высоты Монблана въ теченіе долгаго времени будутъ давать почти одинъ и тотъ же результатъ. Но устойчивость этого числа въ теченіе сколь угодно долгаго времени не исключаетъ возможности того, что вновь вступятъ въ дѣйствіе болѣе мощныя силы, которыя начнутъ быстрѣе мѣнять рельефъ земной коры и въ одинъ прекрасный день вовсе сокрушатъ Монбланъ и засыпятъ его обломками окрестныя долины. Если бы эти силы были у насъ на учетѣ, то, зная законы ихъ дѣйствія и положеніе вещей въ настоящее время, мы даже могли бы съ точностью предуказать тотъ день и часъ, когда твердыня Монблана рухнетъ и отъ его величавой высоты останется одно воспоминаніе.

Сходнымъ образомъ устойчивый половой составъ совокупности младенцевъ, умирающихъ на первомъ году жизни, держится на опредѣленной высотѣ и обнаруживаетъ близкій

¹⁾ Въ силу этого статистика „въ смыслѣ матеріальной науки“ (см. *Орженцкій*, рецензія на мои „Очерки“, стр. 31), хотя и „содержитъ въ себѣ, кромѣ простаго перечисленія совокупностей, систему знаній касательно постоянства и правильности расчлененія совокупностей“, но идиографическаго характера чрезъ то не утрачиваетъ.

къ нормѣ уровень дисперсіи благодаря тому, что неизмѣнные законы физиологіи дѣйствуютъ въ мало мѣняющейся жизненной средѣ, но нормальный характеръ его устойчивости ни въ коей мѣрѣ не исключаетъ возможности перемѣнъ въ будущемъ, — перемѣнъ какъ въ самомъ числѣ мальчиковъ, приходящихся на 1000 дѣвочекъ, такъ и въ уровнѣ колебаній этого числа. Достаточно, чтобъ общее сильное пониженіе дѣтской смертности неравномѣрно сказалося на болѣе высокой смертности мальчиковъ и сравнительно низкой смертности дѣвочекъ, — и половой составъ умирающихъ измѣнится; достаточно, чтобъ успѣхи медицинской науки и общественной организаціи врачебной помощи смягчили зависимость здоровья отъ внѣшнихъ вліяній и сократили размѣры эпидемій, — и уровень устойчивости повысится.

Если бы мы располагали во всей полнотѣ номографическими и идиографическими знаніями, пѣтребными для прагматическаго освѣщенія связи настоящаго съ прошлымъ и съ будущимъ (см. выше стр. 102—108), то могли бы увѣренно предугадывать подобныя перемѣны въ высотѣ устойчивыхъ статистическихъ чиселъ и въ размахѣ ихъ колебаній. Но одного знанія высоты чиселъ и факта ихъ большей или меньшей устойчивости въ теченіе хотя бы неопредѣленно-длгого промежутка времени недостаточно для построенія расчетовъ на будущее. „Устойчивость статистическаго числа не законъ, опредѣляющій ходъ событій, а результатъ стеченія многообразнѣйшихъ обстоятельствъ“ ¹⁾. Подобно тому, какъ самое внимательное наблюденіе за однообразнымъ паденіемъ снѣжныхъ хлопьевъ не позволитъ рѣшить, долго ли протянется метель, такъ и констатированіе факта, что доля мальчиковъ среди умирающихъ мало колеблется въ теченіе нѣкотораго времени, не даетъ указаній относительно того,

¹⁾ *Lexis*, Abhandlungen, S. 227; Cp: Einleitung in die Theorie der Bevölkerungsstatistik, S. 124: „Die statischen Zahlenverhältnisse drücken also nicht die herrschende Norm, das Gesetz der Erscheinungen aus, sondern sie geben uns nur einen näheren, exacten Aufschluss über die wirkliche Constitution der Erscheinungen“.

долго ли продержится приводящая къ этому результату конъюнктура. Чтобъ узнать, скоро ли кончится вьюга, мы слѣдимъ не за паденіемъ снѣга, а за направленіемъ вѣтра и за движеніемъ тучъ. Равнымъ образомъ, для того, чтобъ сообразить, какъ будетъ складываться въ дальнѣйшемъ отношеніе числа мужчинъ къ числу женщинъ среди умирающихъ, надо присматриваться не къ тому, какъ оно складывалось и колебалось ранѣе, а къ перемѣнамъ въ тѣхъ условіяхъ, которыя опредѣляютъ собою его высоту и степень его устойчивости; наблюденія же надъ прошлымъ могутъ дать точку опоры для сужденія о дальнѣйшемъ лишь въ мѣру права принимать, что всѣ существенныя условія остаются безъ перемѣны.

Задача прагматическаго описанія устойчивыхъ статистическихъ чиселъ распадается, такимъ образомъ, на двѣ части: на изображеніе связи устойчиваго массоваго результата съ опредѣляющими его общими условіями, съ одной стороны, и на прослѣживаніе эволюціи этихъ условій, съ другой. Къ рѣшенію обѣихъ проблемъ мы идемъ, планомѣрно сочетая имѣющіяся въ нашемъ распоряженіи идиографическія данныя съ извѣстными намъ законами причинныхъ соотношеній, господствующими въ изучаемомъ кругѣ явленій. При этомъ, въ соотвѣтствіи съ различными выше [стр. 105—107] двумя формами прагматическаго изложенія, приемы рѣшенія могутъ принимать два разныхъ направленія. Желая прагматически объяснить картину ровной пелены снѣжнаго поля, мы можемъ итти къ этой цѣли путемъ детальнаго изученія процесса паденія каждой отдѣльной снѣжинки: если бы мы располагали достаточно подробными свѣдѣніями о состояніи атмосферы надъ полемъ и о характерѣ поверхности самого поля, то могли бы на основаніи общихъ законовъ метеорологіи и механики дать отчетъ въ тѣхъ траекторіяхъ, которыя описываются отдѣльными снѣжинками, и указать тѣ мѣста, въ которыхъ каждая изъ нихъ соприкоснется съ поверхностью земли и на которыхъ онѣ окончательно улягутся. Подводя затѣмъ общій итогъ для всей совокупности выпавшихъ хлопьевъ снѣга, мы объяснили бы во всѣхъ деталяхъ видъ снѣжнаго покрова, разстилающагося передъ нашими глазами. Но если насъ интересуеть только общій видъ поля,

то для объясненія его нѣтъ надобности располагать всѣмъ тѣмъ, практически недостижимымъ, запасомъ свѣдѣній, который потребенъ для прослѣживанія судебъ каждой отдѣльной снѣжинки: достаточно имѣть въ распоряженіи сравнительно небольшой объемъ данныхъ касательно проходящихъ надъ полемъ тучъ и состоянія воздуха во время метели для того, чтобъ, привлекая на помощь законъ большихъ чиселъ [см. выше стр. 262, примѣч.], объяснить, почему поле оказывается, въ концѣ концовъ, покрытымъ ровною пеленой. А, вмѣстѣ съ тѣмъ, и для того, чтобъ объяснить постепенное нарастаніе толщи снѣжнаго покрова, нѣтъ нужды слѣдить за всѣми мельчайшими перемѣнами въ состояніи атмосферы; мы можемъ удовольствоваться болѣе ограниченнымъ запасомъ данныхъ, достаточнымъ лишь для того, чтобъ дать отчетъ въ эволюціи тѣхъ общихъ условій, которыя суммарно объясняютъ интересующій насъ массовый результатъ, не проливая свѣта на несущественныя, съ нашей точки зрѣнія, детали картины.

Равнымъ образомъ, и область массовыхъ явленій общественной жизни допускаетъ, съ точки зрѣнія послѣдовательнаго детерминизма, ¹⁾ тѣ же два способа прагматическаго описанія. Слѣдя за теченіемъ жизни каждаго нарождающагося младенца въ отдѣльности, мы могли бы для любого промежутка времени дать полный прагматическій отчетъ въ смерти тѣхъ изъ нихъ, которые не доживаютъ до одного года, и чрезъ то придти къ объясненію числа мальчиковъ и дѣвочекъ среди нихъ,—совершенно такъ же, какъ, объясняя указаніемъ на расположеніе шаровъ въ урнѣ и движеніе руки появленіе при каждомъ отдѣльномъ извлеченіи того, а не иного шара, мы объяснимъ въ итогѣ и то, сколько въ теченіе ста извлеченій вынулось шаровъ бѣлыхъ и не бѣлыхъ. Сопоставляя же объясненныя такимъ образомъ числа за рядъ послѣдовательныхъ лѣтъ, мы дадимъ отчетъ и въ ихъ колебаніяхъ: почему одно изъ нихъ выше,

¹⁾ Напротивъ, индетерминистическая точка зрѣнія, исключая возможность прагматическаго изображенія индивидуальнаго случая, мирится съ прагматизмомъ лишь во второй, „статистической“, его формѣ: лица, интересующіяся обоснованіемъ такой точки зрѣнія на массовыя явленія, найдутъ наиболѣе цѣнныя указація въ сочиненіяхъ *Renouvier*.

а другое ниже, будетъ намъ доподлинно извѣстно. Но подобно тому, какъ при экспериментахъ съ урнами мы для объясненія частоты появленія бѣлыхъ шаровъ и степени ея устойчивости не нуждаемся въ знаніи индивидуальныхъ подробностей каждаго отдѣльнаго случая извлеченія шара, а, привлекая на помощь теорію вѣроятностей, обходимся суммарными данными относительно постановки опыта, такъ же точно и для объясненія устойчиваго числа мальчиковъ среди дѣтей, умирающихъ на первомъ году жизни, мы не нуждаемся въ детальныхъ біографическихъ свѣдѣніяхъ о каждомъ появляющемся на свѣтъ младенцѣ: построенія теоріи вѣроятностей, примыкающія къ закону большихъ чиселъ и прагматически связывающія массовый результатъ съ общими условіями, позволяютъ и здѣсь пренебречь знакомствомъ съ ходомъ дѣла въ конкретныхъ единичныхъ случаяхъ. Это, въ свою очередь, существенно упрощаетъ задачу прагматическаго прослѣживанія эволюціи изучаемой общественной группы, предпринимаемаго въ цѣляхъ объясненія перемѣнъ въ интересующихъ насъ статистическихъ числахъ. Мы можемъ ограничиться учетомъ движенія тѣхъ элементовъ идиографической картины, которые вплетаются въ суммарно-прагматическое объясненіе устойчивости массоваго результата. Исчерпывающее же изображеніе всѣхъ тѣхъ мелкихъ подробностей, знакомство съ которыми необходимо для успѣшнаго примѣненія индивидуализирующаго метода прагматическаго изложенія, оказывается ненужнымъ: теорія вѣроятностей, перекидывающая мостъ отъ общихъ условій къ конечнымъ массовымъ итогамъ, упраздняетъ потребность въ немъ. вмѣстѣ съ тѣмъ, освобождая статистика отъ необходимости обращаться къ изученію единичныхъ случаевъ для истолкованія результатовъ производимаго имъ массоваго учета „совокупностей“; теорія вѣроятностей—санкціей раціональнаго обоснованія—окончательно закрѣпляетъ за „категорическимъ исчисленіемъ“ то независимое мѣсто въ системѣ научныхъ знаній, какое отведено ему развитіемъ человѣческой мысли въ теченіе двухъ послѣднихъ вѣковъ ея исторіи.

Тезисы.

1. Статистика, какъ наука, принадлежитъ къ числу идиографическихкихъ дисциплинъ и имѣетъ задачей не раскрытіе общихихъ и вѣчныхъ законовъ „соціальной физики“, а систематическое описаніе массовыхъ явленій общественной жизни въ данныхъ условіяхъ времени и мѣста въ связи съ прагматическимъ изображеніемъ ихъ эволюціи.

2. Статистическіе методы изслѣдованія причинной зависимости не представляютъ разновидности методовъ индукціи а носятъ характеръ логически самостоятельныхъ приѣмовъ номографической работы, примѣняемыхъ въ тѣхъ условіяхъ когда методы индукціи не въ состояніи констатировать наличность или отсутствіе связи между подлежащими изученію явленіями.

3. Оporою для построенія статистическихкихъ методовъ номографическаго изслѣдованія служитъ понятіе „объективной“ математической вѣроятности, находящей эмпирическое выраженіе въ учитываемыхъ статистикою частостяхъ событій.

4. Законъ большихъ чиселъ, приводящій въ связь объективныя вѣроятности событій съ ихъ статистическими частостями, не можетъ быть разсматриваемъ, какъ математическая теорема теоріи сочетаній; онъ представляетъ самостоятельный логическій принципъ, опирающійся на принципъ причинности и подтверждаемый многочисленными экспериментами и наблюденіями.

5. Фактъ устойчивости статистическихкихъ чиселъ во времени лежащій въ основѣ большинства расчетовъ на будущее въ области общественной дѣятельности, доступенъ систематическому изученію лишь на почвѣ теоріи вѣроятностей.

6. Устойчивость чиселъ нравственной статистики не стоитъ въ противорѣчїи съ представленіемъ о свободѣ воли; она мирится какъ съ детерминизмомъ, такъ и съ индетерминизмомъ.

7. Степень устойчивости различныхъ статистическихъ чиселъ не одинакова; она находится въ ясно выраженной связи съ числомъ наблюдений, лежащимъ въ основѣ вычисленія частостей событій, но и при равенствѣ числа наблюдений бываетъ различна.

8. Если уровень устойчивости ряда частостей, вычисляемыхъ для группъ явленій независимыхъ между собою, называть нормальнымъ, то при отсутствїи независимости между единичными явленіями рядъ вычисляемыхъ для ихъ группъ частостей можетъ при томъ же числѣ наблюдений обнаружить устойчивость выше и ниже нормы,—смотря по характеру связи между объединяемыми въ одну группу явленіями.

9. Нормальный уровень устойчивости ряда частостей не свидѣтельствуетъ о полной однородности сравниваемыхъ группъ. Какъ обнаружили изслѣдованія Пуассона, нормальная устойчивость можетъ получиться въ извѣстныхъ условіяхъ и при мѣняющейся отъ одного случая къ другому вѣроятности событія.

10. Устойчивость сверх-нормальная, обнаруживающаяся при наличности тенденции къ компенсаціи отклоненій въ объединяемыхъ въ одну группу явленіяхъ, можетъ покоиться на предписаніяхъ закона, на велѣніяхъ обычаевъ и на взаимныхъ уговорахъ, но можетъ также имѣть мѣсто въ силу независящихъ отъ волевого воздѣйствія условій существованія человѣческаго общежитія. Необъяснимаго въ ней столь же мало, какъ въ устойчивости, не достигающей нормального уровня.

11. Измѣренія уровня устойчивости различныхъ статистическихъ чиселъ при помощи способовъ, выработанныхъ Лексисомъ и его школою, показываютъ, что въ области массовыхъ явленій общественной жизни преобладаютъ числа, устойчивость которыхъ ниже нормальной. Уровень ихъ устойчивости тѣмъ ближе къ нормѣ, чѣмъ уже поле наблюдения

и чѣмъ рѣже, въ силу того, повторяется явленіе [„Законъ малыхъ чиселъ“ Борткевича].

12. Прагматическое изображеніе эволюціи массовыхъ явленій допускаетъ, съ точки зрѣнія послѣдовательнаго детерминизма, двѣ формы—индивидуализирующую и суммарно-статистическую. Необходимость довольствоваться второю изъ нихъ въ силу фактической необозримости хода всѣхъ единичныхъ процессовъ придаетъ теоріи статистической законмѣрности первостепенное научное и практическое значеніе.

Таблица значеній.

$$F_u = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-t^2} dt.$$

u	Fu	u	Fu	u	Fu
0,00	0,000	0,30	0,329	0,60	0,604
0,01	0,011	0,31	0,339	0,61	0,612
0,02	0,023	0,32	0,349	0,62	0,619
0,03	0,034	0,33	0,359	0,63	0,627
0,04	0,045	0,34	0,369	0,64	0,635
0,05	0,056	0,35	0,379	0,65	0,642
0,06	0,068	0,36	0,389	0,66	0,649
0,07	0,079	0,37	0,399	0,67	0,657
0,08	0,090	0,38	0,409	0,68	0,664
0,09	0,101	0,39	0,419	0,69	0,671
0,10	0,112	0,40	0,428	0,70	0,678
0,11	0,124	0,41	0,438	0,71	0,685
0,12	0,135	0,42	0,447	0,72	0,691
0,13	0,146	0,43	0,457	0,73	0,698
0,14	0,157	0,44	0,466	0,74	0,705
0,15	0,168	0,45	0,475	0,75	0,711
0,16	0,179	0,46	0,485	0,76	0,718
0,17	0,190	0,47	0,494	0,77	0,724
0,18	0,201	0,48	0,503	0,78	0,730
0,19	0,212	0,49	0,512	0,79	0,736
0,20	0,223	0,50	0,520	0,80	0,742
0,21	0,234	0,51	0,529	0,81	0,748
0,22	0,244	0,52	0,538	0,82	0,754
0,23	0,255	0,53	0,546	0,83	0,760
0,24	0,266	0,54	0,555	0,84	0,765
0,25	0,276	0,55	0,563	0,85	0,771
0,26	0,287	0,56	0,572	0,86	0,776
0,27	0,297	0,57	0,580	0,87	0,781
0,28	0,308	0,58	0,588	0,88	0,787
0,29	0,318	0,59	0,596	0,89	0,792

u	Fu	u	Fu	u	Fu
0,90	0,797	1,30	0,934	1,70	0,984
0,91	0,802	1,31	0,936	1,71	0,984
0,92	0,807	1,32	0,938	1,72	0,985
0,93	0,812	1,33	0,940	1,73	0,986
0,94	0,816	1,34	0,942	1,74	0,986
0,95	0,821	1,35	0,944	1,75	0,987
0,96	0,825	1,36	0,946	1,76	0,987
0,97	0,830	1,37	0,947	1,77	0,988
0,98	0,834	1,38	0,949	1,78	0,988
0,99	0,839	1,39	0,951	1,79	0,989
1,00	0,843	1,40	0,952	1,80	0,989
1,01	0,847	1,41	0,954	1,81	0,990
1,02	0,851	1,42	0,955	1,82	0,990
1,03	0,855	1,43	0,957	1,83	0,990
1,04	0,859	1,44	0,958	1,84	0,991
1,05	0,862	1,45	0,960	1,85	0,991
1,06	0,866	1,46	0,961	1,86	0,991
1,07	0,870	1,47	0,962	1,87	0,992
1,08	0,873	1,48	0,964	1,88	0,992
1,09	0,877	1,49	0,965	1,89	0,992
1,10	0,880	1,50	0,966	1,90	0,993
1,11	0,884	1,51	0,967	1,91	0,993
1,12	0,887	1,52	0,968	1,92	0,993
1,13	0,890	1,53	0,970	1,93	0,994
1,14	0,893	1,54	0,971	1,94	0,994
1,15	0,896	1,55	0,972	1,95	0,994
1,16	0,899	1,56	0,973	1,96	0,994
1,17	0,902	1,57	0,974	1,97	0,995
1,18	0,905	1,58	0,975	1,98	0,995
1,19	0,908	1,59	0,975	1,99	0,995
1,20	0,910	1,60	0,976	2,00	0,995
1,21	0,913	1,61	0,977	2,05	0,996
1,22	0,916	1,62	0,978	2,10	0,997
1,23	0,918	1,63	0,979	2,15	0,998
1,24	0,921	1,64	0,980	2,20	0,998
1,25	0,923	1,65	0,980	2,25	0,999
1,26	0,925	1,66	0,981	2,50	0,9996
1,27	0,928	1,67	0,982	2,75	0,9999
1,28	0,930	1,68	0,982	3,00	0,99998
1,29	0,932	1,69	0,983	3,50	0,9999993
				4,00	0,99999998
				4,50	0,999999998

СПИСОКЪ ЦИТИРОВАННЫХЪ СОЧИНЕНИЙ.

- Alexejeff, W. G.* Ueber die Entwicklung des Begriffes der höheren arithmologischen Gesetzmässigkeit in Natur- und Geisteswissenschaften. Vierteljahrsschrift für wissensch. Philosophie u. Soziologie, Bd. XXVIII (N. F., Bd. III). Leipz. 1904.
- N. W. Bugajew und die idealistischen Probleme der Moskauer mathematischen Schule, id., Bd. XXIX (N. F., Bd. IV). Leipz. 1905.
 - Die arithmologischen und wahrscheinlichkeitstheoretischen Kausalitäten als Grundlagen, der Strümpell'schen Klassifikation der Kinderfehler. Ztschr. f. Philosophie u. Pädagogik, Bd. XIV. Langensalza. 1906—07.
- Bachelier, L.* Théorie des probabilités continues. Journal de mathématiques pures et appliquées, vol. LXXI (Série VI, t. 2). Paris. 1906.
- Bain, A.* Logic, vol. II. London. 1873.
- Bayes, Th.* An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Philosophical Transactions, vol. LIII for the year 1763. London. 1764.
- Beneduce, A.* Della natalità e della fecondità. Giornale degli Economisti, Serie 2, vol. XXXVI. Roma. 1908.
- Benini, R.* Principii di statistica metodologica. Torino. 1906.
- Di alcuni punti oscuri della demografia. Giornale degli Economisti, Serie 2, vol. XIII. Roma. 1896.
 - I diagrammi a scala logaritmica, id., vol. XXX. Roma. 1905.
- Bernard, Cl.* Introduction à l'étude de la médecine expérimentale. Paris. 1865.
- Bernoulli, J.* Ars conjectandi. Basileae. 1713.
- Bertillon, L. A.* Des combinaisons de sexe dans les grossesses gémellaires (doubles ou triples), de leur cause et de leur caractère ethnique. Journal de la Société de Statistique de Paris. 1875.
- Bertillon, Alph.* Une application de l'anthropométrie. Annales de démographie internat., année V. Paris. 1881.
- Das anthropometrische Signalement, deutsch von v. Sury. Bern u. Leipzig. 1895.
- Bertrand, J.* Calcul des probabilités. Paris. 1889.
- Bienaymé, J.* Théorème sur la probabilité des résultats moyens des observations. L'Institut, journal général des sociétés et travaux scientifiques de la France et de l'étranger, № 284. 1839.

- Bienaymé, J.* Probabilités. Sur la constance des causes, conclue des effets observés. L'Institut, № 333. 1840.
- Sur un principe que M. Poisson avait cru découvrir et qu'il avait appelé loi des grands nombres. Extrait du Compte-Rendu de l'Académie des Sciences morales et politiques, Séance du 10. II. 1855.
 - Rapport sur le concours pour le prix de statistique (объ изслѣдованіи Guerry, Statistique morale de l'Angleterre comparée avec la statistique morale de la France). Extrait des Comptes rendus des séances de l'Acad. des Sciences, t. LII, séance du 25. III. 1861 (перепечатанъ при книгѣ Guerry)
- Blaschke, E.* Vorlesungen über mathematische Statistik (Die Lehre von den statistischen Masszahlen). Leipz. u. Berl. 1906.
- Die Anwendbarkeit der Wahrscheinlichkeitslehre im Versicherungswesen. Statistische Monatsschrift, Jahrg. XXVI (N. F. Jahrg. V). Wien. 1900.
- Block, M.* Traité théorique et pratique de statistique. Paris. 1878.
- Bohlmann, G.* Ueber Versicherungsmathematik (въ сборникѣ F. Klein und. E. Riecke, Ueber angewandte Mathematik und Physik). Leipz. 1900.
- Die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung in ihrer Anwendung auf die Lebensversicherung. Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici, vol. III. Roma. 1909.
- Bois-Reymond, E. du.* Ueber die Grenzen des Naturerkennens. Leipz. 1907.
- Borel, E.* Eléments de la théorie des probabilités. Paris. 1909.
- Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques. Rendiconti del circolo matematico di Palermo, t. XXVII. Palermo. 1909.
 - Sur l'étude des variations des quantités statistiques. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences (Séance du 14. VI. 1909), t. CXLVIII. Paris 1909.
 - Sur l'emploi de la méthode différentielle pour la comparaison des statistiques. Bull. de l'Institut Internat. de stat., t. XVIII, livr. 1. La Haye. 1910.
- Bortkewitsch, L.* Kritische Betrachtungen zur theoretischen Statistik, I, II, III. Jahrbücher für Nat.-Oek. u. St., Bd. LXIII (Dritte Folge, Bd. VIII), LXV (Dr. F., Bd. X), LXVI (Dr. F., Bd. XI). Jena. 1894, 1895, 1896.
- Das Gesetz der kleinen Zahlen. Leipz. 1898.
- Borthiewicz, L.* Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik. Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften, I D 4 a. Leipz. 1900.
- Ueber den Präcisionsgrad des Divergenzcoefficienten. Mitth. des Verbandes der öst. u. ung. Versicherungs-Techniker, Heft V. Wien. 1901.
 - Wahrscheinlichkeitstheorie und Erfahrung. Ztschr. für Philosophie und philosophische Kritik, Bd. CXXI. Leipzig. 1902.
 - Die Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik nach Lexis. Jahrbücher für Nat.-Oek. u. St., Bd. LXXXII (Dr. F. Bd. XXVII). Jena. 1904.
 - Der wahrscheinlichkeitstheoretische Standpunkt im Lebensversicherungswesen. Oesterreichische Revue, hgg. von S. Loewenberg, Jahrg. XXXI, №№ 24, 25, 26, 27, 28. Wien. 1906.

- Bortkiewicz, L.* Wie Leibnitz die Diskontierungsformel begründete. Festgaben für W. Lexis. Jena. 1907.
- La legge dei piccoli numeri. Chiarimenti. Giornale degli Economisti, Serie 2, vol. XXXVII. Roma. 1908.
 - Die statistischen Generalisationen. Rivista di Scienza „Scientia“, vol. V. Bologna. 1909.
 - Zur Verteidigung des Gesetzes der kleinen Zahlen. Jahrbücher f. Nat.-Oek. u. St., Bd. XCIV (Dr. F., Bd. XXXIX). Jena. 1910.
- Boutroux, E.* Ueber den Begriff des Naturgesetzes in der Wissenschaft und in der Philosophie der Gegenwart. Jena. 1907.
- Bowley, A. L.* Elements of statistics, 2 ed. London. 1902.
- Address to the Economic Science and Statistics Section of the British Association for the Advancement of Science. Journal of the Royal Statistical Society, vol. LXIX. London. 1906.
- Bresciani, C.* A proposito della „Legge dei piccoli numeri“. Giornale degli Economisti, Serie 2, vol. XXXVI. Roma. 1908.
- Brömse, H.* Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitslehre (mit besonderer Beziehung auf Marbes Schrift: „Naturphilosophische Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitslehre“). Ztschr. für Philosophie u. philosophische Kritik, Bd. CXVIII. Leipz. 1901.
- Broggi, U.* Di un problema fondamentale di statistica investigatrice. Giornale degli Economisti, 2 Serie, vol. XXVIII. Roma. 1904.
- Die Axiome der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Diss. Göttingen. 1907.
- Bruns, H.* Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmasslehre. Leipz. 1906.
- Das Gruppenschema für zufällige Ereignisse. Abh. der Kgl. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften, Bd. LI. Leipz. 1906.
 - Beiträge zur Quotenrechnung. Berichte der math.-physischen Klasse der Kgl. Sächs. Gesellsch. der Wissenschaften, Bd. LVIII. Leipz. 1906.
- Buckle, H. Th.* History of civilization in England, vol. I, 2 ed. 1858.
- Buffon, G.* Essai d'arithmétique morale (Histoire naturelle, Supplément, t. IV). Paris. 1787.
- Buro, E.* Das Geschlechtsverhältnis der Gestorbenen in allen Altersklassen, Diss. Berlin. 1909.
- Cesaro, E.* Considerazioni sul concetto di Probabilità. Periodico di matematica, vol. VI. 1891.
- Cohen, J.* Chance. A comparison of facts with the theory of probabilities. London, s. a.
- Cournot, A.* Exposition de la théorie des chances et des probabilités. Paris. 1843.
- Essai sur les fondements de nos connaissances et sur les caractères de la critique philosophique. Paris. 1851.
 - Traité de l'enchaînement des idées fondamentales dans les sciences et dans l'histoire. Paris. 1861.
 - Matérialisme, vitalisme, rationalisme. Etudes sur l'emploi des données de la science en philosophie. Paris. 1875.

- Couturat, L.* Les principes des mathématiques. Revue de métaphysique et de morale, vol. XII. Paris. 1904.
- (et *F. Rauch*). II-me Congrès de philosophie—Genève, Comptes rendus critiques, id., vol. XII. Paris. 1904.
- Czuber, E.* Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Mittelwerthe. Leipz. 1884.
- Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen (Bericht, erstattet der deutschen Mathematiker-Vereinigung). Leipz. 1899.
- Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung Statistik und Lebensversicherung, 2 Aufl. Bde 2. Leipz. 1908, 1910.
- Darbishire, A. D.* Some tables for illustrating statistical correlation. Mem. and Proc. of the Manchester Lit. and Phil. Soc., vol. LI, Nr. 16. Manchester. 1907.
- Darbon, A.* Le concept du hasard dans la philosophie de Cournot. Paris. 1911.
- Donkin, W. F.* On certain questions relating to the theory of probabilities. Philosophical Magazine, 4 Series, vol. I. London. 1851.
- Dormoy, E.* Théorie mathématique des assurances sur la vie. Paris. 1878.
- Drobisch, M.* Die moralische Statistik und die menschliche Willensfreiheit. Leipz. 1867.
- Durkheim, E.* Les règles de la méthode sociologique. Paris. 1895.
- Edgeworth, F. Y.* Methods of statistics. Jubilee volume of the Statistical Society. London. 1885.
- On methods of ascertaining variations in the rate of births, deaths and marriages. Journ. R. Stat. Soc., vol. XLVIII. London. 1885.
- Progressive means, id., vol. XLIX. London. 1886.
- The mathematical theory of banking, id., vol. LI. London. 1888.
- The statistics of examinations, id., vol. LI. London. 1888.
- Supplementary notes on statistics, id., vol. LIX. London. 1896.
- Miscellaneous applications of the calculus of probabilities, id., vol. LX, LXI. London. 1897, 1898.
- The generalised law of error or law of great numbers, id., vol. LXIX. London. 1906.
- On the probable errors of frequency-constants, id., vol. LXXI. London 1908.
- On the application of the calculus of probabilities to statistics. Bull. de l'Inst. Intern. de stat., t. XVIII, livr. 1. La Haye. 1910.
- Problems in probabilities. Philosophical Magazine, 5 Series, vol. XXII. London. 1886.
- On discordant observations, id., vol. XXIII. London. 1887.
- The law of error, Trans. of the Cambridge Philos. Soc., vol. XX. Cambridge. 1905.
- Chance and law. Hermathena, vol. V. Dublin. 1885.
- The philosophy of chance. Mind, vol. IX. London. 1884.
- Eggenberger, J.* Beiträge zur Darstellung des Bernoullischen Theorems, der Gammafunction und des Laplace'schen Integrals, 2 Aufl. Jena. 1906.
- Elderton, W. Palin.* Primer of statistics. London. 1909.

- Ellis, R. L.* On the foundations of the theory of probabilities. Trans. of the Cambridge philosophical Society, vol. VIII, Part 1. Cambridge. 1844.
- Remarks on the alleged proof of the „method of least squares“, contained in a late number of the Edinburgh Review. Phil. Mag., 3 Series, vol. XXXVII. London. 1850.
- Remarks on the fundamental principle of the theory of probabilities. Trans. Cambr. Philosoph. Soc., vol. IX. Cambridge. 1856.
- Elsas.* Kritische Betrachtungen über die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Philosophische Monatshefte, Bd. XXV. Heidelberg. 1889.
- Engelbrecht, G.* Die Lebensversicherung und die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Oesterreichische Revue hgg. von S. Loewenberg, Jahrg. XXX. Wien. 1905.
- Fahlbeck, P.* La régularité dans les choses humaines ou les types statistiques et leurs variations. Journal de la Soc. de Stat. de Paris, Année XLI. Paris, 1900.
- Fallati, J.* Einleitung in die Wissenschaft der Statistik. Tübingen. 1843.
- Fechner, G. Th.* Kollektivmasslehre, hgg. von G. F. Lipps, Leipz. 1897.
- Forbes, J. D.* On the alleged evidence for a physical connexion between stars forming binary or multiple groups, deduced from the doctrine of chances. Phil. Mag., 3 Series, vol. XXXVII. London. 1850.
- Frischeisen-Köhler, M.* Ueber die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung. Archiv f. syst. Philos., Bd. XII, XIII. Berlin. 1906, 1907.
- Einige Bemerkungen zu Rickerts Geschichtslogik. Philos. Wochenschrift, Bd. VIII. Leipz. 1907.
- Furlan, V.* Ueber die Grundlagen der Versicherung der Privatangestellten. Diss. Göttingen. 1908.
- Gabaglio, A.* Teoria generale della statistica, vol. II, parte filosofica e tecnica, 2 ed. Milano. 1888.
- Gatterer, J. Chr.* Ideal einer allgemeinen Weltstatistik. Göttingen. 1773.
- Gauss, C. Fr.* Einige Bemerkungen zu Vega's Thesaurus Logarithmorum. (Werke, Bd. III). Gött. 1866.
- Geigel, M.* Ueber die Stabilität des Geschlechtsverhältnisses der Gestorbenen. Diss. Freiburg. i. Br. 1880.
- Geissler, A.* Beiträge zur Frage des Geschlechtsverhältnisses der Geborenen. Ztschr. des Kgl. Sächs. Stat. Bureaus, Bd. XXXV. Dresden. 1889.
- Gini, C.* Il sesso dal punto di vista statistico. Milano. 1908.
- La legge dei piccoli numeri. Giornale degli Economisti, 2 Serie, vol. XXXV. Roma. 1907.
- Contributo alle applicazioni statistiche del calcolo delle probabilità, id., vol. XXXV. Roma. 1907.
- La regolarità dei fenomeni rari, id., vol. XXXVI. Roma. 1908.
- Che cos'è la probabilità. Rivista di scienza „Scientia“, vol. III. Bologna. 1908.
- Sulla regolarità dei fenomeni rari. Atti del IV Congresso Intern. dei Matematici, vol. III. Roma. 1909.

- Goldschmidt, L.* Die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Hamb. u. Leipz. 1897.
- Gomperz, H.* Ueber die Wahrscheinlichkeit der Willensentscheidungen. Sitzber. d. philos.-hist. Klasse d. K. Akad. d. Wiss., Bd. CXLIX. Wien. 1905.
- Gottl, F.* Zur sozialwissenschaftlichen Begriffsbildung. I. Umriss einer Theorie des Individuellen. Arch. für Soz.-Wiss. u. Soz.-Pol., N. F., Bd. V (A. f. Soz.-Gesetzgeb. u. Stat., Bd. XXIII). Tübingen. 1906.
- Graunt, J.* Natural and political observations upon the bills of mortality, перепечатка въ W. Petty. The economic writings, ed. by Ch. H. Hull. Cambridge. 1899.
- s' Gravesande, G. J.* Introductio ad philosophiam, metaphysicam et logicam continens, Editio secunda, Venetiis, 1748 (перепечатка обычно цитируемаго второго Лейденскаго изданія. Leidae. 1737).
- Greiner, K.* Ueber das Fehlersystem der Kollektivmasslehre. Ztschr. f. Math. u. Physik, Bd. LVII. Lpzg. 1909.
- Grimsehl, E.* Mathematische Bemerkungen zu Dr. Karl Marbe: „Naturphilosophische Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitslehre“. Ztschr. f. Philosophie u. phil. Kritik, Bd. CXVIII. Leipz. 1901.
- Grünbaum, H.* Isolierte und reine Gruppen und die Marbe'sche Zahl „p“. Eine kritische Studie zur Wahrscheinlichkeitslehre. Würzburg. 1904.
- Gutberlet, C.* Die Willensfreiheit und ihre Gegner. Fulda. 1893.
- Guy, W. A.* On the relative value of averages derived from different numbers of observations. Journal of the Stat. Soc. of London, vol. XIII. London. 1850.
- On the annual fluctuations in the number of deaths from various diseases, compared with like fluctuations in crime, and in other events within and beyond the control of the human will, id., vol. XXI. London. 1858.
- Haacke, W.* Grundriss der Entwicklungsmechanik. Leipz. 1897.
- Haas, L.* Moralstatistik und Willensfreiheit. Jahrbuch für Philosophie und spekulative Theologie, Bd. XIII. Paderborn. 1899.
- Hagen, G.* Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2 Aufl. Berlin. 1867.
- Hain, J.* Handbuch der Statistik des österreichischen Kaiserstaates. Wien. 1852, 1853.
- Halley, E.* An estimate of the degrees of the mortality of mankind, drawn from curious tables of the births and funerals at the city of Breslaw; with an attempt to ascertain the price of annuities upon lives. Philosophical Transactions, vol. XVII for the year 1693. London. 1694.
- Hausdorff, F.* Beiträge zur Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berichte der math.-phys. Klasse der Kgl. Sächs. Gesellsch. der Wissensch., Bd. LIII. Leipz. 1901.
- Heincke, F.* Naturgeschichte des Herings. Teil I: Die Lokalformen und die Wanderungen des Herings in den europäischen Meeren. Berlin. 1898.
- Held, Ad.* Рецензія на Physique sociale Керле. Jahrbücher für Nat.-Oek. u. Stat., Bd. XIV. Jena. 1870.
- Helm, G.* Die Wahrscheinlichkeitslehre als Theorie der Collectivbegriffe. Annalen der Naturphilosophie, Bd. I. Leipz. 1902.

- Henry, Ch.* La loi des petits nombres. (Laboratoire d'énergetique d'Ern. Solvay). Paris. 1908.
- Herrl, G. Ad.* Ueber die Stabilität des Geschlechtsverhältnisses bei Mehrlingsgeburten, Diss. Freiburg i. Br. 1884.
- Herschel, J.* Preliminary discourse on the study of natural philosophy. New ed. 1851.
- Hessen, S.* Individuelle Kausalität (Kantstudien, Ergänzungsheft 15). Berlin, 1909.
- Hettner, A.* Das System der Wissenschaften. Preuss. Jahrbücher, Bd. CXXII. Berlin. 1905.
- Huber, J.* Studien (въ ихъ числъ III. Die Statistik der Verbrechen und die Freiheit des Willens). München. 1867.
- Hufeland, C. W.* Ueber die Gleichzahl beider Geschlechter im Menschengeschlecht. Journal der practischen Heilkunde hgg. von C. W. Hufeland. Berlin. 1820.
- John, V.* Statistik und Probabilität. Allg. Stat. Archiv, Jahrg. IV, Halbbd. 1. Tübingen. 1895.
- Jordan, W.* Handbuch der Vermessungskunde. Bd. I. Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 5 Aufl. Stuttgart. 1904.
- Kammann, W.* Das Geschlechtsverhältnis der Ueberlebenden in den Kinderjahren als selbständige massenphysiologische Konstante und seine Beziehungen zum Geschlechtsverhältnis der Gestorbenen. Diss. Göttingen. 1900.
- Kant, I.* Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können. (Gesammelte Schriften, Bd. IV). Berlin. 1903.
- Kistiakowski, Th.* Gesellschaft und Einzelwesen. Berlin. 1899.
- Kleiber, J.* On „random scattering“ of points on a surface. Phil. Mag., 5 Series, vol. XXIV. London. 1887.
- Knapp, G. Fr.* Ueber die Ermittlung der Sterblichkeit aus den Aufzeichnungen der Bevölkerungsstatistik. Leipz. 1868.
- Die neueren Ansichten über Moralstatistik. Jahrbücher für Nat.-Oek. u. Stat., Bd. XVI. Jena. 1871.
- Bericht über die Schriften Quetelet's zur Socialstatistik und Anthropologie, id., Bd. XVI. Jena. 1871.
- Quetelet als Theoretiker, id., Bd. XVIII. Jena. 1872.
- Knies, Ad.* Die Statistik als selbständige Wissenschaft. Kassel. 1850.
- Kries, J.* Die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Freiburg i. Br. 1886.
- Ueber den Begriff der objectiven Möglichkeit und einige Anwendungen desselben. Vierteljahrshr. f. wiss. Philos., Bd. XII. Leipz. 1888.
- Krose, H. A.* Die Ursachen der Selbstmördhäufigkeit. Freib. i. Br. 1906.
- Küttner, W.* Zur Theorie des Risikos und der Dispersion. Ztschr. für die ges. Versich.-Wissensch., Bd. VI. Berlin. 1906
- Kullmann, P.* Statistische Untersuchungen zur Spachpsychologie. Ztschr. f. Psychologie, Bd. LIV. Leipz. 1910.

- Eämmel, R.* Untersuchungen über die Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten. Diss. Zürich. 1904.
- Lambert, J. H.* Essai de Taxéométrie ou sur la mesure de l'ordre. Nouveaux Mémoires de l'Acad. Royale des Sciences et Belles-Lettres, Année 1770. Berlin. 1772.
- Lange, F. A.* Logische Studien. Iserlohn. 1877.
- Geschichte des Materialismus und Kritik seiner Bedeutung in der Gegenwart, 4 Aufl. Iserlohn. 1882.
- Laplace.* Théorie analytique des probabilités. (Oeuvres, t. VII). Paris. 1847.
- Laurent, H.* Statistique mathématique. Paris. 1908.
- Lechalas, G.* Le hasard. Revue néo-scolastique, Année X. Louvain. 1903.
- Lehr, J.* Zur Frage der Veränderlichkeit statistischer Reihen. Vierteljahrsschr. f. Volksw., Pol. u. Kulturgesch., Bd. XCVII. Berlin. 1888.
- Zur Frage der Wahrscheinlichkeit von weiblichen Geburten und von Totgeburten. Zeitschr. f. die ges. Staatswissensch., Bd. XLV. Tübingen. 1889.
- Lewis, G. C.* Статя по поводу „Истории цивилизации въ Англии“ Бокля. Edinburgh Review, Nr. 218. Edinb. 1858.
- Lexis, W.* Einleitung in die Theorie der Bevölkerungsstatistik. Strassburg. 1875.
- Zur Theorie der Massenerscheinungen in der menschlichen Gesellschaft. Freib. i. Br. 1877.
- Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik. Jena. 1903.
- Sulle medie normali relative al movimento della popolazione. Archivio di Statistica, Anno V. Roma. 1880.
- Ueber die Wahrscheinlichkeitsrechnung und deren Anwendung auf die Statistik. Jahrbücher für Nat.-Oek. u. St., Bd. XLVII (N. F., Bd. XIII). Jena. 1886.
- Статьи Anthropologie und Anthropometrie, Geschlechtsverhältnis der Geborenen und der Gestorbenen, Gesetz (im gesellschaftlichen und statistischen Sinne), Moralstatistik въ Handwörterbuch der Staatswissenschaften, 2 Aufl.
- Lipps, G. F.* Die Theorie der Collectivgegenstände. Philosophische Studien hgg. von W. Wundt, Bd. XVII. Leipz. 1901.
- Lipsky.* Rhythm as a distinguishing characteristic of Prose Style. Archives of Psychology. N.-York. 1907.
- Livi, R.* Antropometria. Milano. 1900.
- Loria, A.* Intorno ad alcune opinioni del Bortkewitsch in materia di statistica teoretica. Giornale degli Economisti, Serie 2, vol. XX. Roma. 1900.
- Lottin, J.* La statistique morale et le déterminisme. Revue néo-scolastique, Année XV. Louvain. 1908.
- Lotze, H.* Mikrokosmos. Ideen zur Naturgeschichte und Geschichte der Menschheit. Versuch einer Anthropologie, Bd. III, 3 Aufl. Leipz. 1880.
- Luzzatti, L.* Saggio sulle dottrine dei precursori religiosi e filosofici dell'odierno fatalismo statistico. Perugia. 1895.
- Macdonell, W. R.* On criminal anthropometry and the identification of criminals. Biometrika, vol. I. 1901—1902. Cambridge.

- Maggiore-Perni, F.* La regolarità degli atti umani e le leggi statistiche. Palermo. 1889.
- Majorana Calatabiano, G.* La legge del grande numero e l'assicurazione. Roma. 1889.
- Malchus, C. A.* Ueber Say's Ansichten von der Statistik und von ihrem Verhältnisse zur Nationalökonomie. Arch. der. pol. Oekon. und Polezeiwissensch. hgg. von Rau, Bd. I. Heidelb. 1835.
- Maldidier, J.* Le hasard. Revue philosophique, vol. XLIII. Paris. 1897.
- Mandello, J. G.* The future of statistics. Bull. de l'Inst. internat. de Stat., t. XV, 2 livr. London. 1906.
- Mansion, P.* Sur la portée objective du calcul des probabilités. Bruxelles. 1903. (Extrait des Bull. de l'Acad. Royale de Belgique, Classe des sciences. 1903).
- Sur la loi des grands nombres de Poisson. Mathesis, Serie III, t. IV, Suppl. 1 (t. XXIV de la collection). Gand. 1904.
- Marbe, K.* Naturphilosophische Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitslehre. Leipz. 1899.
- Ueber den Rhythmus der Prosa. Giessen. 1904.
- Berichtigung. Philosophische Studien hgg. von W. Wundt, Bd. XVII. Leipz. 1901.
- Brömses und Grimsehl's Kritik meiner Schrift „Naturphilosophische Untersuchungen zur Wahrscheinlichkeitslehre“. Vierteljahrsschr. für wissenschaft. Philosophie, Bd. XXVI. Leipz. 1902.
- Beiträge zur Logik und ihren Grenzwissenschaften. V. Ueber Wahrscheinlichkeitslehre und Induktion, id., Bd. XXXIV. Leipz. 1910.
- March, L.* Distribution des sexes parmi les enfants consécutifs d'une même mère. Bull. de l'Inst. Intern. de Stat., t. XVIII, livr. 1. La Haye. 1910.
- Meitzen, A.* Geschichte, Theorie und Technik der Statistik. Berlin, 1886.
- Mentré, F.* Cournot et la renaissance du probabilisme au XIX siècle. Paris. 1908.
- Messedaglia, A.* La statistica, i suoi metodi e la sua competenza. Archivio di Stat., Anno IV. Roma. 1879.
- Meyer, A.* Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung, deutsch von E. Czuber. Leipzig. 1879.
- Meyer, E.* Zur Theorie und Methodik der Geschichte. Halle. 1902.
- Michell, J.* An inquiry into the probable parallax, and the magnitude of the fixed stars, from the quantity of light which they afford us, and the particular circumstances of their situation. Philosoph. Transactions, vol. LVII for the year 1767. London. 1768.
- Mill, J. St.* A system of Logic, ratiocinative and inductive, being a connected view of the principles of evidence, and the methods of scientific investigation, 1 ed. 1843.
- Montessus, R.* Leçons élémentaires sur le calcul des probabilités. Paris. 1908.
- Une définition logique du hasard et de la probabilité. Congrès internat. de philosophie, 2 session, Rapports et comptes-rendus. Genève. 1905.

- Morgan, A. de.* Formal Logic: or, the calculus of inference, necessary and probable. London. 1847.
- On the symbols of logic, the theory of the syllogism, and in particular of the copula, and the application of the theory of probabilities to some questions of evidence. Transactions of the Cambr. philosoph. Soc., vol. IX. Cambridge. 1856.
- Moser, L.* Die Gesetze der Lebensdauer. Berlin. 1839.
- Muffelmann, L.* Das Problem der Willensfreiheit in der neuesten deutschen Philosophie. Leipz. 1902.
- Naville, A.* Nouvelle classification des sciences, 2 ed. Paris. 1901.
- La notion de loi historique. Congrès internat. de philosophie, 2 session, Rapports et comptes-rendus. Genève. 1905.
- Newcomb, S.* A statistical inquiry into the probability of causes of the production of sex in human offspring, Carnegie Institution of Washington, Publication № 11. Washington. 1904.
- Nitsche, A.* Die Dimensionen der Wahrscheinlichkeit und die Evidenz der Ungewissheit. Vierteljahrsschr. für wissensch. Philosophie, Bd. XVI. Leipz. 1892.
- Offermann, A.* Über die Zukunft der Gesellschaft oder die Wirkung der grossen Zahlen. Leipz. 1893.
- Paolini, A.* Рецензия на Dormoy, Théorie math. des assurances sur la vie. Archivio di statistica. Roma. 1878.
- Pearson, K.* The chances of death and other essays (въ томъ числъ The scientific aspect of Monte-Carlo roulette). London. 1897.
- The grammar of science, 2 ed. London. 1900.
- Walter Frank Raphael Weldon. 1860—1906. Biometrika, vol. V. Cambridge.
- On the curves which are most suitable for describing the frequency of random samples of a population. Biometrika, vol. V. Cambr.
- Note on the significant or non-significant character of a subsample drawn from a sample. Biometrika, vol. V. Cambr.
- On certain properties of the hypergeometrical series and on the fitting of such a series to observation polygons in the theory of chance. Philosophical Magazine, 5 Series, vol. XLVII. London. 1899.
- On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. Phil. Mag., 5 Series, vol. L. London. 1900.
- Peek, J. H.* Das Problem vom Risiko in der Lebensversicherung. Ztschr. für Versicherungsrecht u. Wissensch. hgg. von Baumgarten, Bd. V. Strassb. 1899.
- Poincaré, H.* Calcul des probabilités. Paris. 1896.
- La science et l'hypothèse. Paris. 1902.
- Réflexions sur le calcul des probabilités. Revue générale des sciences, X année. Paris. 1899.

- Poincaré, H.* Sur la valeur objective de la science. Revue de metaphysique et de morale, t. X. Paris. 1902.
- Poisson, S. D.* Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités. Paris. 1837.
- Mémoire sur la proportion des naissances des filles et des garçons. Mém. de l'Acad. Royale des Sciences, t. IX. Paris. 1830.
- Prevost, P.* Observations sur les méthodes employées pour enseigner la morale. Nouveaux mém. de l'Acad. Royale des sciences et belles-lettres, t. XI, année 1780. Berlin. 1782.
- Przibram, H.* Anwendung elementarer Mathematik auf biologische Probleme (Vorträge u. Aufsätze über die Entwicklungsmechanik der Organismen. Heft III). Leipz. 1908.
- Quetelet, A.* Lettres à S. A. R. le Duc régnant de Saxe-Coburg et Gotha, sur la théorie des probabilités, appliquée aux sciences morales et politiques. Bruxelles. 1846.
- Physique sociale ou essai sur le développement des facultés de l'homme. Bruxelles. 1869.
- Ueber den Menschen und die Entwicklung seiner Fähigkeiten oder Versuch einer Physik der Gesellschaft, deutsch von V. A. Riecke. Stuttgart. 1838.
- Rayleigh.* On James Bernoulli's theorem in probabilities. Phil. Mag., 5 Series, vol. XLVII. London. 1899.
- Rehnsch, E.* Zur Orientierung über die Untersuchungen und Ergebnisse der Moralstatistik. Ztschr. für Philosophie u. phil. Kritik, Bd. LXVIII, LXIX. Halle. 1876.
- Edmund Halley und Caspar Neumann. Ein Beitrag zur Geschichte der Bevölkerungs - Statistik von Dr. J. Grätzer. Gött. gel. Anzeigen, Stück 44, 49—50. Göttingen. 1883.
- Renouvier, Ch.* Science de la morale. Paris. 1869.
- Essais de critique générale. Premier essai: Traité de logique générale et de logique formelle. 2 ed. Paris. 1875.
- Id. Deuxième essai: Traité de psychologie rationnelle d'après les principes du criticisme, 2 ed. Paris. 1875.
- Reuschle, C. G.* Ueber die Deduction der Methode der kleinsten Quadrate aus Begriffen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Journal für die reine u. angewandte Math. hgg. von Crellé, Bd. XXVI. Berlin. 1843.
- Richard-Foy, E.* L'existence et le fondement des lois du hasard. Revue philos., vol. XXXV. Paris. 1910.
- Richert, H.* Die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung. Tüb. u. Leipz. 1902.
- Kulturwissenschaft und Naturwissenschaft, 2 Aufl. Tübingen. 1910.
- Rümelin, G.* Ueber den Begriff eines socialen Gesetzes, Reden und Aufsätze. Tübingen. 1875.
- Zur Theorie der Statistik, Reden und Aufsätze. Tüb. 1875.

- Rümelin, G.* Ueber den Zufall, Reden und Aufsätze, III Folge. Freib. i. Br. und Leipz. 1894.
- Statistik. Handbuch der Politischen Oekonomie hgg. von Schönberg, 4 Aufl. Bd. III, 2 Hälfte. Tübingen. 1898.
- Schlözer, A. L.* Theorie der Statistik nebst Ideen über das Studium der Politik überhaupt, Erstes Heft, Einleitung. Göttingen. 1804.
- Schmidt, R.* Beiträge zum Gesetze der kleinen Zahlen, Diss. München. 1900.
- Schmoller, G.* Ueber die Resultate der Bevölkerungs- und Moralstatistik, 2 Aufl. Berlin. 1874. (Перепечатано въ Zur Litteraturgeschichte der Staats- und Sozialwissenschaften. Leipz. 1888).
- Shanks, W.* On the extension of the numerical value of π . Proceedings of the Royal Soc. of London. vol. XXI. London. 1873.
- Sigwart, Chr.* Logik, 3 Aufl. Tübingen. 1904 (1 Aufl. Tübingen. 1873, 1878).
- Kries, Johannes von, Die Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Vierteljahrsschr. für wissensch. Philosophie, Bd. XIV. Leipz. 1890.
- Simmel, G.* Die Probleme der Geschichtsphilosophie, 3 Aufl. Leipz. 1907.
- Spann, O.* Untersuchungen über die uneheliche Bevölkerung in Frankfurt am Main. 1905.
- Stark, F.* Das Geschlechtsverhältnis bei unehelichen Geburten und Totgeburten. Diss. Freiburg i. Br. 1877.
- Stumpf, K.* Ueber den Begriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit. Sitz. Berichte der Philosoph.-philolog. u. der histor. Classe der Kgl. Bayer. Acad. der Wiss. zu München, Jahrg. 1892. München. 1893.
- Süssmilch, J. P.* Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, Tod und Fortpflanzung desselben erwiesen. 1 Aufl. Berlin. 1741. (2 Aufl. 1762).
- Thorndike, E. L.* An introduction to the theory of mental and social measurements. N. York. 1904.
- Tschuprow, Al. A.* Statistik als Wissenschaft. Arch. für Soz.-Wissensch. u. Soz.-Pol., Bd. V (Arch. f. soz. Ges. u. St.. Bd. XXIII). Tübingen. 1906.
- Unser, H.* Ueber den Rhythmus der deutschen Prosa, Diss. Heidelberg. 1906.
- Urban, F. M.* The application of statistical methods to the problems of psychophysics. Philadelphia. 1908.
- Venn, J.* The logic of chance. An essay on the foundations and province of the theory of probability, with especial reference to its logical bearings, and its application to moral and social science, and to statistics, 3 ed. London. 1888 (1 ed. 1876).
- The principles of empirical or inductive Logic, 2 ed. London. 1907.
- Vigor, H. D. and Yule, G. U.* On the sex-ratios of births in the registration districts of England and Wales, 1881—90. Journal of the Royal Statistical Society, vol. LXIX. London. 1906.
- Volterra, V.* Sui tentativi di applicazione delle matematiche alle scienze biologiche e sociali. Giornale degli Economisti, Serie 2, vol. XXIII. Roma. 1901.

- Wagner, A.* Die Gesetzmässigkeit in den scheinbar willkürlichen menschlichen Handlungen vom Standpunkte der Statistik. Hamb. 1864.
- Wagner, K.* Das Problem vom Risiko in der Lebensversicherung. Jena. 1898.
— Wahrscheinlichkeitsrechnung und Lebensversicherung. Ztschr. für die ges. Vers.-Wissensch., Bd. VI. Berlin. 1906.
- Weldon, W. F. R.* Remarks on variation in animals and plants. Proceedings of the Royal Soc. of London, vol. LVII. London. 1895.
- Werner, F.* Beiträge zur Collectivmasslehre. Philosophische Studien hgg. von W. Wundt., Bd. XV. Leipz. 1900.
- Westergaard, H.* Die Grundzüge der Theorie der Statistik. Jena. 1890.
— Die Lehre von der Mortalität und Morbilität, 2 Aufl. Jena. 1901.
- Windelband, W.* Ueber die Gewissheit der Erkenntnis. Leipz. 1873.
— Geschichte und Naturwissenschaft. Strassb. 1894.
— Die gegenwärtige Aufgabe der Logik und Erkenntnislehre in Bezug auf Natur- und Kulturwissenschaft. Congrès internat. de Philosophie, 2 session, Rapports et comptes-rendus. Genève. 1905.
— Ueber Willensfreiheit, 2 Aufl. Tübingen. 1905.
- Wolf, R.* Versuche zur Vergleichung der Erfahrungswahrscheinlichkeiten mit den mathematischen Wahrscheinlichkeiten. Mitth. der naturforsch. Gesellsch. in Bern. 1849, 1850, 1851, 1853.
— Drei Mittheilungen über neue Würfelversuche. Vierteljahrsschr. der naturforsch. Gesellsch. in Zürich. 1881, 1883, 1893.
- Wundt, W.* Logik, 2 Aufl. Stuttgart. 1893, 1894, 1895.
— Gustav Theodor Fechner. Leipz. 1901.
- Xénopol, A. D.* La théorie de l'histoire. Paris. 1908.
- Zizek, F.* Die statistischen Mittelwerte. Leipz. 1908.

-
- Андреевъ, К.* О таблицахъ смертности. Москва. 1871.
- Борткевичъ, В.* О статистической закономерности. Вѣстникъ права. Спб. 1905.
— Задачи и концепции научной статистики. Журн. Мин. Нар. Пр., Новая серия, т. XXV. Спб. 1910.
- Бѣлый, А.* Символизмъ. Москва. 1910.
- Гатлихъ, А.* Записки по исчисленію вѣроятностей съ приложеніемъ къ статистикѣ. Москва. 1910.
- Джевонсъ.* Основы науки. Спб. 1881.
- Кауфманъ, А.* Русская община въ процессѣ ея зарожденія и роста. Москва. 1908.
— Теорія статистики. Москва. 1909.

- Кистяковский, Б.* „Русская социологическая школа“ и категория возможности при рѣшеніи социальнo-этическихъ проблемъ. Проблемы идеализма. Москва. 1903.
- А. А. Чупровъ, Очерки по теоріи статистики. Вопросы права. Москва. 1910.
- Косинскій, В.* О приемахъ научной разработки статистическихъ данныхъ. Москва. 1890.
- Лосский, Н.* Обоснованіе интуитивизма. Спб. 1906.
- Майръ, Г.* Закономѣрность въ общественной жизни. Москва. 1899.
- Максвелль.* Матерія и движеніе. Спб. 1899.
- Марковъ, А.* Исчисленіе вѣроятностей. Спб. 1900.
- Милль.* Система логики силлогистической и индуктивной. Москва. 1900.
- Минто.* Дедуктивная и индуктивная логика. Москва. 1901.
- Морозовъ, Г.* Ученіе о типахъ насажденій въ связи съ его значеніемъ для лѣсоводства. Спб. 1909.
- Некрасовъ, П.* Философія и логика науки о массовыхъ проявленіяхъ чело-
вѣческой дѣятельности. Москва. 1902.
- Орженичкій, Р.* Сводные признаки. Ярославль. 1910.
- Чупровъ, А. А. Очерки по теоріи статистики. Юридическая библио-
графія. Ярославль. 1909.
- Риккертъ.* Границы естественно-научнаго образованія понятій. Спб. 1904.
- Серебряковъ, П.* Математическая теорія огневого страхованія. Москва. 1909.
- Хвостовъ, М.* Къ вопросу о задачахъ исторіи. Сборникъ статей, посвящен-
ныхъ В. О. Ключевскому. Москва. 1909.
- Чупровъ, А. А.* Статистика и статистическій методъ, ихъ жизненное значеніе
и научныя задачи (Введеніе въ изученіе социальныхъ наукъ, сборникъ
статей подъ редакціей Н. И. Карѣева). Спб. 1903.
- Чупровъ, А. И.* Курсъ статистики. Москва. 1910.
- Янсонъ, Ю.* Теорія статистики. Спб. 1891.
- Исторія и теорія статистики въ монографіяхъ Вагнера, Рюмелина, Эт-
тингена и Швабе. Переводъ съ нѣмецкаго подъ ред. и съ доп. проф.
Янсона. Спб. 1879.
-

Указатель авторовъ.

- Alexejeff 307, 308.
- Bachelier 316, 321.
- Bain 157, 160, 192.
- Bayes 197, 217, 221.
- Becker 18.
- Beneduce 365.
- Benini 120, 338, 358.
- Bernard 375.
- Bernoulli 192, 224, 229, 233, 275, 276,
301—303, 372.
- Bertillon, A. 77, 82.
- Bertillon, L. A. 381, 390.
- Bertrand 152, 186, 191, 228, 260, 262,
271, 272, 312, 316, 328, 337, 365,
402.
- Bienaymé 178, 233, 307, 309, 312, 363,
392, 393.
- Blaschke 333, 336, 354, 358, 365, 400,
402.
- Block 292.
- Bohlmann 188, 201, 276, 317, 321, 356.
- Bois-Reymond 65.
- Boole 195.
- Borel 188, 221, 258, 381, 410.
- Bortkiewicz 3, 26, 32, 186, 193, 233,
255, 257, 272—274, 284, 292—294,
298, 309, 312—314, 319, 320, 331,
333, 334, 358, 361—363, 365, 373,
376, 378, 385, 388, 391—393, 395,
396, 398—401, 408, 409, 415, 423.
- Boutroux 132.
- Bowley 261, 274, 327, 338, 371.
- Bresciani 336, 354, 388, 400.
- Brömse 257.
- Broggi 188, 217, 398, 402.
- Bruno 24, 107, 120, 196, 221, 229, 257
261, 265, 266, 365, 415.
- Buckle 289, 305, 412.
- Buffon 252, 254—256, 277.
- Buro 340—342, 344, 345, 347, 389.
- Cesaro 186.
- Cohen 255.
- Comte 10.
- Cournot 32, 35—37, 40, 45, 64, 66, 74,
121, 125, 133, 134, 138, 152, 161,
164, 193, 197, 227, 229, 230, 246,
247, 259, 260, 319, 392.
- Couturat 3, 45, 101.
- Czuber 184, 186, 202, 214, 217, 255—
257, 266, 274, 280, 312, 314, 319,
330, 331, 333, 339, 356, 363—365,
385, 402.
- Dalembert 181, 366.
- Darbishire 255.
- Darbois 74, 260.
- Diderot 228.
- Donkin 195.
- Dormoy 266, 327, 328, 330, 337, 340,
354, 357, 359—363.
- Drobisch 22, 306, 309.
- Durkheim 151, 165, 167.
- Edgeworth 26, 28, 29, 193, 234, 255,
259—261, 307, 313, 327, 337, 355,
357, 365, 378, 400, 402, 406.
- Eggenberger 246.
- Elderton 264.
- Ellis 188, 192, 193, 196, 229.
- Elsas 366.

- Engelbrecht 365.
- Fahlbeck 291, 294.
- Fallati 104.
- Fechner 23, 24, 256, 264, 266.
- Forbes 255.
- Frischeisen-Köhler 66, 82, 86.
- Furlan 365.
- Gabaglio 97, 262.
- Galton 2, 24, 25.
- Gatterer 104.
- Gauss 234, 260.
- Geigel 342, 343, 345, 346, 402.
- Geissler 381, 382.
- Gini 183, 193, 237, 271, 333, 336—338,
381, 399, 400, 402, 409, 411, 415.
- Goldschmidt 293.
- Gomperz 307, 309.
- Gottl 90.
- Graunt 1, 288, 299, 300.
- s'Gravesande 300.
- Greiner 273.
- Grimsehl 257.
- Grünbaum 257, 365.
- Guerry 288, 307.
- Gutberlet 307.
- Guy 303, 357.
- Haacke 66, 75, 118, 164.
- Haas 307.
- Hagen 404, 406.
- Hain 303, 327, 328.
- Halley 299, 300.
- Hausdorff 217, 221, 253.
- Heincke 78, 99.
- Held 294.
- Helm 194.
- Henry 257.
- Herrl 351—353.
- Herschel 14, 51.
- Hessén 80, 82, 132, 133, 160.
- Hettner 60, 62, 74.
- Heuschling 341, 406.
- Huber 294.
- Hufeland 301—303.
- Jevons 170, 195, 254, 259, 262 — 264,
266, 268, 391.
- John 35, 108, 162, 178, 186, 327, 405.
- Jordan 261.
- Kammann 344—347, 349, 350, 367 —
370, 402.
- Kant 192.
- Kerseboom 300, 301.
- Kiaer 16,
- Kistiakowski 69, 99, 100, 111—114.
- Kleiber 255.
- Knapp 14, 18, 30, 90, 91, 223.
- Knies 104, 105.
- Kries 32, 45, 50, 66, 162, 185, 186, 188,
192, 193, 196, 230, 275, 281, 282,
292, 319, 390.
- Krose 103.
- Küttner 365.
- Kullmann 281, 406.
- Lämmel 186, 188.
- Lambert 258, 259.
- Lange 162, 188, 195, 306.
- Laplace 26, 35, 36, 65, 75, 117, 146,
151, 152, 184, 192—194, 197, 229,
245—247, 249, 266, 267, 275—277,
281, 312, 316, 318, 323, 334, 399.
- Laurent 312.
- Lechallas 260.
- Legoyt 406, 407.
- Lehr 303, 335, 336, 338, 339, 341, 342,
354, 355, 358, 359, 361.
- Lewis 305.
- Lexis 2, 3, 9, 18, 24, 26, 28 — 32, 51,
78, 253, 257, 274, 284, 297, 298—
305, 327—331, 334—337, 339, 341—
343, 345, 347, 351, 353, 355, 358,
359, 361, 362, 365, 366, 370, 373,
374, 377—379, 385—388, 392—395,
398—409, 412, 417, 422.
- Lipps 188, 193, 257.
- Lipsky 281.
- Livi 255, 390.
- Loria 400.
- Lottin 307.
- Lotze 306.
- Luzzatti 296, 306.

- Macdonell 78.
Maggiore-Perni 306.
Majorana 233.
Malchus 104.
Maldidier 133.
Mandello 17.
Mansion 186, 228, 233, 260.
Marbe 192, 257, 281, 365, 366.
March 382.
Maxwell 46, 100.
Mayr 262.
Meitzen, 293.
Mentré 183, 260.
Messedaglia 307.
Meyer, A. 233.
Meyer, E. 66.
Michell 255.
Mill 10, 14, 64, 139 — 142, 151, 152,
155—157, 161, 167, 192.
Minto 158, 160.
Moivrg 245, 301.
Montessus 193.
Morgan 181, 195, 254, 259.
Moser 350.
Müffelmann 306.

Naville 45, 52, 63, 66, 118, 121.
Newcomb 381, 382.
Nitsche 186.

Oettingen 359.
Offermann 287.

Paolini 328.
Peano 101.
Pearson 2, 23—28, 99, 255, 257, 317,
391.
Peek 356.
Petty 1.
Poincaré 64, 132, 146, 150, 185, 196,
221, 260.
Poinso 191, 220, 273.
Poisson 26, 31, 229, 233, 234, 273, 312,
314, 315, 318, 325—327, 362, 398,
422.
Prevost 255, 256.
Proctor 261.

Przibram 171.

Quetelet 2, 7, 8, 13—15, 21, 26, 30, 31,
43, 223, 241, 254, 255, 274, 288,
290—293, 295—297, 302, 304, 305,
308, 313, 341, 406.

Rayleigh 334.
Rehnisch 14, 91—93, 96, 290, 294—297,
306.
Renouvier 136, 229, 260, 307, 419.
Reuschle 204.
Richard-Foy 234.
Rickert 3, 5, 10, 34—37, 41, 45, 49, 52,
66, 69, 71, 73, 79, 82, 86, 117—
119, 132, 160.
Riecke 302.
Rümelin 14, 65, 97, 111, 130, 291, 310,
373.

Schlözer 104.
Schmidt 357, 358, 360, 362, 363, 400,
402.
Schmoller 291, 292, 303, 306, 310, 373.
Shanks 260.
Sigwart 10, 40, 50, 62, 65, 86, 89, 114—
119, 121, 152, 162, 186, 195, 230,
231, 307.
Simmel 51, 65, 66, 73, 136.
Spann 174.
Spencer 10.
Stark 339—342, 406.
Stieda 359.
Stumpf 186, 192, 314.
Süssmilch 8, 288, 300, 301.

Tarde 164.
Thorndike 24.
Tschuprow 70, 85.

Unser 281.
Urban 308.

Venn 10, 49, 50, 132, 143, 149, 157,
158, 160, 161, 184, 192, 193, 259,
382.
Vigor 365.
Volterra 24.

- Wagner, A. 235, 289, 304, 306, 412. Wolf 255, 391.
Wagner, K. 255, 274, 365, 391. Wundt 23, 24, 193, 194, 233.
Weldon 20.
Werner 261. Хéнопол 73, 86, 105, 119, 121.
Westergaard 103, 254, 256, 266 — 269,
271, 273, 287, 335, 338, 361. Yule 365.
Whalley 257.
Wiman 188. Zeuner 18, 30.
Windelband 3, 4, 10, 36, 37, 45, 51, 52, Zizek 287, 298.
69, 196, 293.
-

- Алексѣевъ 307, 308. Лосскій 6, 71, 73, 151, 158, 160, 162.
Андреевъ 91. Марковъ 218, 233.
Борткевичъ 98, 234, 237, 271, 281, 292,
294, 389, 411—414. Морозовъ 101.
Бѣлый 281. Некрасовъ 229, 308.
Гатлихъ 264, 338. Орженцкій 93—95, 160, 309, 416.
Журавскій 4, 91. Серебряковъ 364.
Карѣевъ 10. Хвостовъ 86, 105.
Кауфманъ 61, 99, 100. Чебышевъ 229, 308.
Кистяковскій 74, 80, 92, 407, 408. Чупровъ 43.
Косинскій 142, 225, 226. Янсонъ 37, 38, 208, 209, 235.
-